THÈSE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITÉ D'ÉVRY-VAL D'ESSONNE

Spécialité : **Mécanique - Énergétique**

Présentée par

Nicolas LANCIAUX

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ D'ÉVRY-VAL D'ESSONNE

Sujet de la thèse :

Contribution au développement d'un moteur Stirling : De la cogénération dans le bâtiment à l'autonomie énergétique

Soutenance prévue le 13 Janvier 2015 devant le jury composé de :

Rodolphe BOLOT	Maître de Conférences HDR, UTBM, Rapporteur
Han ZHAO	Professeur, ENS Cachan, Rapporteur
Gérard ANTONINI	Professeur, UTC, Examinateur
François PEYRAUT	Professeur, UTBM, Examinateur
Pierre VILLON	Professeur, UTC, Examinateur
Roger CAMPONOGARA	Dirigeant ENS2R, Membre invité
Zhi-Qiang FENG	Professeur, UEVE, Directeur de thèse
Gérard PORCHER	Maître de Conférences, UEVE, Co-directeur de thèse

Avant-propos

Les hommes se définissent par des rencontres.
D'abord celle de leurs parents. Puis celles qu'ils font au cours de leurs vies.
Chronologiquement j'ai rencontré Jean-Luc, Marie-Christine, Jean-Pierre, Gérard, Roger, encore un Gérard et Zhi-Qiang.
Un des deux Gérard est parti trop tôt pour que je lui dise, comme aux autres, ma joie de les avoir rencontrés.

La vérité est la réalité de la nature atteinte par la conscience.
Si la conscience peut accéder à la réalité, elle la cristallisera par un langage.
Certains comme moi espèrent que nous y parviendrons.
Alors comme dit *Zhuāng Zi* : « la vérité sera dans le retour à la nature mais sublimée par la culture. »

Sans toutes ces rencontres la quête de vérité présentée ici n'aurait pas eu lieu.

Résumé

Après avoir fait un bilan bibliographique des réalisations, des modèles analytiques et numériques du moteur Stirling, on fait un point sur les applications possibles de ce moteur ce qui permet de décrire le contexte de cette thèse : la cogénération.
Les éléments historiques de la bibliographie montrent que le régénérateur est un des éléments essentiels sur lequel on peut travailler pour améliorer les performances d'un moteur Stirling.
Suite à cela on fait une proposition d'architecture moteur potentiellement capable d'apporter des améliorations sur 3 difficultés essentielles dans la conception d'un tel moteur.
Parmi ces 3 éléments, l'un d'eux concerne le régénérateur qui est alors re-baptisé « partageur »pour signifier sa particularité.
La suite des travaux évalue le bénéfice que pourrait apporter le partageur sur le rendement du moteur. On réalise alors une double évaluation de l'effet du partageur au moyen d'un modèle analytique et d'un modèle numérique. On aura au préalable décrit les bases de ces modèles et les modifications apportées.
La conclusion n'est pas qu'un bilan des résultats et propose des perspectives originales qui vont bien au-delà de ce qui peut être fait actuellement en mécanique.

Mots clés : moteur Stirling - cogénération - alternateur linéaire - piston libre - régénérateur

Abstract :

After a state-of-the art presentation on achievements, analytical and numerical models of the Stirling engine, we analyze the possible applications of this engine which allows describing the context of this thesis : the cogeneration.
Historical elements of the bibliography show that the regenerator is a key element on which we can work to improve the performance of a Stirling engine.
After that we make a proposal for engine design that is potentially able to make improvements on three key challenges in designing such an engine.
One of the three elements is the regenerator, named here sharer.
Further work shows the potential benefit that the sharer could bring on the engine performance.
A double assessment of the effect of the sharer using an analytical model and a numerical model is then carried out. We precisely describe the basics of these models and propose modifications.
The conclusion is not only an assessment of results but it offers original insights that could go beyond what can be done now in mechanical engineering.

Key words : Stirling engine - cogeneration - linear alternator - free piston - regenerator

Table des matières

Avant-propos **i**

Résumé **iii**

Table des figures **ix**

Liste des tableaux **xiii**

Introduction **xv**

Remerciements **xvii**

1 Définition d'un axe de recherche **1**

1.1 Définition des éléments architecturaux d'un moteur Stirling 1

1.1.1 Présentation d'un moteur Stirling 1

1.1.2 Fonctionnement d'un moteur Stirling 4

1.1.3 Moteur de type α 7

1.1.4 Moteur de type β 9

1.1.5 Moteur de type γ 10

1.1.6 Un autre classement que α, β et γ 11

1.1.7 Retour sur le classement de Kirkley et le LTDS 12

1.1.8 Comparaison entre α, β et γ 13

1.1.9 Le déphasage δ 14

1.2 Bibliographie des modèles semi-analytiques 15

1.3 Des exemples de réalisations et d'applications 18

1.3.1 Le ASC : un générateur électrique pour les sondes de la NASA 18

1.3.2 Le MOD II : Un moteur pour automobile de General Motors 19

1.3.3 Le K508 : Un Stirling sur Mars 22

1.3.4 Un bilan des applications 23

1.4 La cogénération comme contexte d'étude 25

1.5 Difficultés de la conception d'un moteur Stirling 31

1.5.1 Point faible du système de cogénération : la machine thermique 32

1.5.2 L'étanchéité du moteur et le gaz de travail 33

1.5.3 Les volumes morts 35

1.5.4 L'embiellage et le déphasage 36

1.5.5 Le régénérateur comme axe de recherche 40

2 Proposition d'une architecture moteur 43
2.1 Définition des caractéristiques du prototype du LMEE . . . 43
2.1.1 Le cahier des charges du projet BATIMAC . . . 43
2.1.2 Définitions du prototype du LMEE . . . 44
2.2 Un piston libre comme prototype du LMEE . . . 45
2.2.1 Modélisation d'un piston libre . . . 47
2.2.2 Les pertes d'énergie dans un piston libre . . . 51
2.2.3 Les ressorts plans . . . 52
2.2.4 Le piston libre du LMEE . . . 52
2.2.5 Abandon du FPSE . . . 54
2.3 Solution retenue : un « double-$\delta\pi$ » . . . 56
2.3.1 Le piston à aiguilles : réponse au problème des volumes morts . . . 57
2.3.2 Un embiellage qui réduit les charges latérales sur les pistons . . . 59
2.3.3 Une liaison piston-déplaceur qui fait varier les déphasages . . . 59
2.3.4 Le régénérateur original du LMEE : Le partageur . . . 61

3 Un Modèle théorique pour l'évaluation du partageur 65
3.1 Impact du système de cogénération sur l'architecture du moteur . . . 65
3.2 Le modèle d'Urieli comme base pour modéliser le Stirling . . . 68
3.2.1 Evolution de la modélisation du Stirling . . . 68
3.2.2 Prise en compte de l'effet « gaz réel ». . . . 71
3.3 Modèle de charge variable : modélisation du générateur électrique . . . 75
3.3.1 Modèle thermodynamico-mécanique . . . 75
3.3.2 Bilan des forces dans un moteur . . . 76
3.3.3 Couplage thermodynamique - électromagnétique . . . 80
3.3.4 Modélisation des GRSAP . . . 82
3.3.5 Modèle complet : GRSAP + Stirling . . . 87
3.4 Le modèle d'Organ modifié du régénérateur . . . 89

4 Modèle numérique 91
4.1 Stratégie de l'étude numérique . . . 91
4.2 Paramétrisation de la simulation des écoulements d'un Stirling sous Fluent . . . 91
4.3 Détails du modèle développé sous ANSYS-Fluent . . . 92

5 Résultats et comparaison des calculs 97
5.1 Validation de la méthode numérique sur l'équation d'Organ . . . 97
5.2 Résultats du modèle d'Organ modifié sur le partageur . . . 98
5.3 Résultats sous Matlab du modèle de Gaz Réel . . . 102
5.4 Variation des performances moteur avec le régime . . . 104
5.5 Effet de la surface d'échange en tête froide . . . 105
5.6 Résultat sous Fluent et comparaison avec Matlab . . . 106
5.6.1 Analyse du champ des vitesses . . . 106
5.6.2 Analyse des trajectoires de particules . . . 108
5.6.3 Analyse du champ des pressions . . . 109
5.6.4 Analyse du champ des températures . . . 110
5.6.5 Bilan des simulations . . . 111

6 Conclusions et perspectives. 117
6.1 Bilan des travaux et des résultats . . . 117
6.2 Perspective : Amélioration de la fonction « partage » du partageur . . . 118
6.3 Perspective : les mélanges gazeux . . . 119
6.4 Perspective : le Stirling double action . . . 119
6.5 Perspective : considération sur la formule de Carnot . . . 120

A Notation-Unités-Conventions 123
A.1 Quelques constantes . . . 123
A.2 Éléments d'analyse dimensionnelle . . . 123
A.3 Les notations . . . 123
A.4 Les notations propres au Stirling . . . 125

B Lexique Français-Anglais spécifique à l'étude du Stirling 127

C Repères historiques complémentaires sur le Stirling 129

D Définitions 131
D.1 Le nombre de Beale . . . 131
D.2 Nombre de Reynolds . . . 133
D.3 Nombre de Womersley . . . 134
D.4 Le nombre de Schmidt . . . 135
D.5 Nombre de Prandtl . . . 135
D.6 Le nombre de Nusselt . . . 136
D.7 Le nombre de Stanton . . . 137
D.8 Le nombre de Péclet . . . 138
D.9 Relation et constante de Sutherland . . . 138
D.10 Le nombre de Fourier . . . 139
D.11 Phénomène de transfert . . . 140
D.11.1 Transport et nombres adimensionnels . . . 141
D.11.2 Nombres adimensionnels et transport de chaleur . . . 141
D.11.3 Nombres adimensionnels et transfert de masse . . . 142
D.11.4 Nombres adimensionnels et transferts simultanées . . . 142
D.12 NUT : Nombre d'Unités de Transfert . . . 143
D.13 Nombre de Cameron et Nombre de Graetz . . . 144
D.14 Nombre de Stirling . . . 145
D.15 Nombre de Biot . . . 145
D.16 Nombre de Dean . . . 146
D.17 Nombre de Euler . . . 146
D.18 Nombre de Valensi . . . 146
D.19 Nombre de Finkelstein . . . 146

E Le Stirling expliqué autrement 147

F Modèles semi-analytiques 149
F.1 Le modèle de Schmidt . . . 149
F.2 Analyse adiabatique . . . 151

G La porosité 153

H Thermodynamique **155**
H.1 Le rendement 155
H.2 Les gaz réels 156
H.3 Les 3 coefficients élastiques d'un corps. 159
H.4 Détente, effet et coefficient de Joule-Thomson. 160
H.5 Indice , transformation polytropique,polytrope 161
H.6 Efficacité du régénérateur 163

I Exemple de limite de validité de l'analyse de Schmidt **165**
I.1 Phénomène de conduction et loi de Fourier. 165
I.2 L'inertie thermique dans les échangeurs. 166

J Fragilisation par l'hydrogène **171**

K Algorithme de Runge-Kutta **173**

L Courbe caractéristique et méthode des caractéristiques **175**

M Histoire de Whispergen **177**

N Liste des acronymes **181**

Bibliographie **183**

Index **189**

Table des figures

1.1 Identification des éléments d'un Stirling 2
1.2 Définition détaillée des volumes 2
1.3 Le « groupe bungalow »de Philips 3
1.4 Détails du MP1002CA de Philips 3
1.5 Principe général des machines thermiques 4
1.6 Détails du fonctionnement d'un moteur Stirling. 5
1.7 Le cycle de Stirling 6
1.8 Les 4 temps du Stirling 6
1.9 Moteur Stirling d'architecture α 7
1.10 Les 4 temps du Stirling de type α 8
1.11 Moteur Stirling d'architecture de type β 9
1.12 Moteur Stirling de type β 9
1.13 Moteur Stirling d'architecture de type γ 11
1.14 Schéma d'un LTDS 13
1.15 Le professeur Kolin et le LTDS 13
1.16 Les volumes au cours d'une rotation de vilebrequin (moteur α). 14
1.17 Le ASC de Sunpower 19
1.18 Stirling MOD II de General Motors 20
1.19 Performance du MOD II de General Motors 21
1.20 Un Stirling sur Mars 22
1.21 Le Stirling et la cryogénie 26
1.22 Prix du baril de pétrole 26
1.23 Système de cogénération Whispergen 28
1.24 Détails du moteur de Whispergen 29
1.25 Embiellage « Wobble-plate » 29
1.26 Stirling solaire de la société BSR Solar 30
1.27 Les systèmes Sunmachine-PELLET et Sunmachine-SOLAIRE 30
1.28 Un SSCD de 1872 par Ericsson 31
1.29 Rendement système 33
1.30 Evolution de la masse spécifique des moteurs automobiles 34
1.31 Liaison statique vs liaison pivot 35
1.32 Le GPU-3 de General Motor 36
1.33 Cinématique d'un piston où $L_b = 5,5 \times r_m$ 37
1.34 Cinématique d'un piston où $L_b = 1,5 \times r_m$ 37
1.35 Mouvement réel et mouvement idéal des pistons pour un Stirling 38
1.36 Un déphasage optimal de 90° remis en cause 39
1.37 Impact de l'efficacité du régénérateur sur le rendement du moteur 42

2.1 W. BEALE et son piston libre . . . 46
2.2 La famille de moteurs à pistons libres. . . . 48
2.3 Les bases de la modélisation d'un piston libre. . . . 50
2.4 Les pertes à l'origine du rendement observé : $\eta_{observe} < \eta_{carnot}$ . . . 51
2.5 Dessin de conception et réalisations de ressorts plans . . . 52
2.6 Contraintes de Von-Mises dans 2 ressorts plans . . . 53
2.7 Ressort plan d'un Cryocooler Cryotel de la société *Sunpower* . . . 54
2.8 Le FPSE du LMEE . . . 55
2.9 A.J. Organ . . . 55
2.10 Le piston à aiguilles . . . 57
2.11 Tête froide et son circuit de refroidissement . . . 58
2.12 Plan de coupe d'un noyau de la tête froide . . . 58
2.13 L'embiellage FPC . . . 59
2.14 Les 4 phases de l'embiellage FPC . . . 60
2.15 Avantage de la cinématique de l'embiellage FPC . . . 61
2.16 Principe du partageur . . . 62
2.17 Le partageur en une seule pièce . . . 63
2.18 Coupe double du partageur et des 2 déplaceurs . . . 64

3.1 Système de cogénération solaire décentralisé comprenant un moteur Stirling . . . 65
3.2 Modèle sous Simulink d'un SSCD simplifié . . . 66
3.3 Résultats de l'analyse préliminaire du SSCD simplifié . . . 67
3.4 Formule de Reech . . . 69
3.5 Différence entre analyse isotherme et adiabatique . . . 69
3.6 Les grandes évolutions de la modélisation du Stirling . . . 70
3.7 Urieli et un schéma de son modèle semi analytique . . . 70
3.8 Comparaison fonction d'interpolation et les données du NIST . . . 73
3.9 Comparaison du modèle GP avec les données du NIST . . . 74
3.10 Définitions des angles dans le moteur . . . 76
3.11 Vilebrequin et définition des éléments mécaniques associés . . . 77
3.12 Éléments du modèle dynamique d'un moteur . . . 78
3.13 Frottement piston-cylindre . . . 81
3.14 Système de cogénération à coût minimum . . . 83
3.15 Représentation du GRSAP dans le repère de Park . . . 83
3.16 Modèle sous Simulink du GRSAP . . . 85
3.17 Validation du modèle de GRSAP . . . 86
3.18 La variation du régime moteur influe sur le courant généré . . . 87
3.19 Le modèle d'Urieli au format Simulink . . . 88
3.20 Modèle du « GRSAP + Stirling » . . . 88

4.1 Dessin et Maillage du FPC0.1 . . . 93
4.2 Maillage structuré du FPC0.1 dans les zones déformables . . . 93
4.3 Maillage et détail du FPC0.2 . . . 94
4.4 Calculs de validation de la méthode . . . 95

5.1 Calculs avec le modèle d'Organ . . . 98
5.2 Comparaison avec et sans effet du partageur . . . 99
5.3 Zoom sur la comparaison avec et sans partageur . . . 100
5.4 Zoom sur la comparaison avec et sans partageur ($T_{ch} = 400C$) . . . 101

5.5 Zoom sur la comparaison avec et sans partageur ($T_{ch} = 900C$) 102
5.6 Comparaison des modèles « gaz parfait » et « gaz réel » 103
5.7 Variation des performances du moteur avec son régime 105
5.8 Performances moteur et surface d'échange de la tête froide 105
5.9 Vitesses dans le FPC0.1 106
5.10 Analyse du Champ des vitesses et proposition de solution 107
5.11 Trajectoires des particules de fluide sur une rotation de vilebrequin (0,1 s) 108
5.12 Pression dans le FPC0.1 109
5.13 Diagramme de Clapeyron obtenu sous Fluent 110
5.14 Vitesses dans le FPC0.1 111
5.15 Le partage sous Fluent 111
5.16 Evolution temporelle des puissances échangées 113
5.17 Evolution temporelle des échanges en tête froide 115

6.1 Exemple de vérins double action et schéma de principe 120
6.2 3 architectures de Stirling double action 120
6.3 Rendement de Carnot des machines thermiques. 121
6.4 Famille de Carnot à $\Delta T = T_{ch} - T_{fr}$ constant. 122

D.1 Loi de Beale et son domaine de validité 132
D.2 Loi de Beale et couple moteur 132
D.3 Avion d'affaire bimoteurs italien « Piaggio P180 Avanti » 134

E.1 Principe de fonctionnement d'un moteur Stirling 147

H.1 Cylce de Stirling et effet d'un régénérateur imparfait 164

I.1 Corrélation de paramètres du moteur 166
I.2 Profil de température dans le volume gazeux et son évolution dans le temps. 169

L.1 Transport du profil le long de la courbe caractéristique. 175

M.1 Moteur Stirling Phillips 102C 178

Liste des tableaux

1.1 Les applications du Stirling 24
1.2 Les volumes internes du GPU-3 36

2.1 Caractéristiques du projet de conception d'un moteur Stirling 45

3.1 Coefficients de la fonction d'interpolation du modèle « Gaz Réel » de l'hélium 72
3.2 Majoration des écarts entre les données du NIST et les polynômes. 72
3.3 Architecture des machines électriques 82

5.1 Comparaison gaz parfait - gaz réel 103
5.2 Bilan sous Fluent 114

B.1 Lexique Français - Anglais 127
B.2 Lexique Français - Anglais (suite) 128

H.1 Coefficients de Van der Waals. 157
H.2 Coefficients pour l'équation de Beattie-Bridgeman. 158
H.3 Coefficients pour l'équation de Benedict-Webb-Rubbin. 158

I.1 Tableau comparatif de « l'inertie thermique »de différents matériaux. 169

Introduction

Le travail présenté ici a été engagé suite à la mise en place d'une très forte collaboration entre le **L**aboratoire de **M**écanique et d'**É**nergétique d'**E**vry (LMEE) et l'entreprise **E**nergies **N**ouvelles **S**olaires **R**enouvelables et **R**écupérables (ENS2R). L'objectif de cette collaboration est l'étude d'un système de cogénération basé sur un moteur Stirling et dont l'énergie primaire serait l'énergie solaire. L'étude d'un tel moteur trouve naturellement sa place au sein du laboratoire puisqu'elle se retrouve dans un cadre qui réunit la quasi-totalité des compétences nécessaires pour la mener, à savoir trois domaines d'étude du LMEE : la science des matériaux, la mécanique des fluides et la thermique.

Cette démarche a été renforcée en 2013 avec la signature d'une convention entre le LMEE et l'entreprise ENS2R, permettant de répondre au projet BATIMAC. Ce projet de **BAT**iment autonome par **I**ntégration d'un **M**oteur à **A**ir **C**haud (BATIMAC), résume avec son nom l'esprit du projet : réaliser un système de cogénération dans le but de rendre la « maison de demain » autonome en énergie. Il s'agit de produire de l'eau chaude et de l'électricité à partir de la captation de l'énergie solaire ou encore de l'utilisation de biomasse.
Pour ce projet, une seconde thèse dans le domaine du développement durable a commencé en 2013 au sein du LMEE. Elle est centrée sur l'étude du système dans son ensemble et elle est complémentaire au travail présenté ici centré sur la machine thermique, à savoir le moteur Stirling.

Cette démarche fait ainsi participer activement le LMEE à l'édification d'un des cinq piliers de la Troisième Révolution Industrielle (Rifkin, 2012, [86]).

Pour obtenir les résultats présentés ici nous avons opéré ainsi :

L'étude bibliographique a permis de rappeler l'histoire du Moteur Stirling. Ce travail était fondamental lorsqu'on a pour dessein d'aboutir à des travaux originaux car l'histoire du Stirling est très riche. Dans 2 ans le brevet de Monsieur Stirling aura deux siècles (1816-2016). Après quasiment deux siècles d'études intenses les repères historiques, à la fois sur un plan pratique, prototypes et réalisations industrielles, mais aussi théoriques, modèles analytiques et numériques, sont très nombreux. Il était donc indispensable de mettre en évidence ces jalons historiques pour définir un nouvel axe de travail. Le chapitre 1 est un bilan de l'étude bibliographique à partir duquel on propose un élément technologique nouveau présenté dans le chapitre 2. L'objectif principal de la thèse est alors d'étudier la pertinence de cet élément, baptisé « partageur ».

A.J. Organ (Organ, 1997, [76]), ingénieur anglais, a beaucoup travaillé sur la machine à air chaud. Au début de sa carrière, dans les années 70, sont apparus les premiers modèles numériques du moteur Stirling avec l'arrivée de l'ordinateur. Alors que ces derniers étaient à la mode, il a œuvré à la poursuite du développement de modèles analytiques. Il a surpris la communauté scientifique dans la seconde moitié des années 90 en présentant le premier modèle analytique du régénérateur adapté aux conditions

d'utilisation rencontrées dans un moteur Stirling, soit 180 ans après l'invention de ce système. Satisfait de ce modèle mais surtout fort de cette expérience, la démarche suivante a été adoptée pour les travaux présentés ici : « pas de modèles numériques sans une connaissance approfondie des modèles analytiques ». On décrit ces modèles semi-analytiques dans le chapitre 1, pour en choisir certains afin d'étudier le partageur.

Le travail préparatoire précédent fut long mais s'est avéré un outil précieux pour la construction d'un modèle numérique ; objet du chapitre 4. La démarche, simple dans son principe, est la suivante : une première simulation d'un moteur comprenant un partageur inactif est comparée à une seconde ou le partageur est opérationnel. La différence montrera l'impact du partageur sur l'efficacité du régénérateur et donc sur le rendement du moteur. Cette démarche qui ne montre qu'une tendance n'a pas nécessité de validation expérimentale : on est dans le cas où les termes « laboratoire numérique » et « expérience numérique » s'appliquent bien.

Tout en concluant sur les résultats obtenus, des perspectives sont ouvertes en évoquant d'autres pistes de travail très différentes de ce qui a été réalisé jusqu'ici. L'une d'elle donnera certainement un aspect très innovant au terme « machines thermiques » mais elle ne sera qu'évoquée car elle nécessitera un travail dépassant largement le sujet d'une seule thèse.

Avant de commencer : l'étude bibliographique (Organ, 1997, [76] ; Walker, 1980, [102]) montre que par un concours de circonstances malheureuses pour le moteur Stirling, et cela en plusieurs occasions au cours des 2 siècles de son histoire, ce moteur n'a pas pu exprimer son potentiel et être ainsi produit à l'échelle industrielle. Il faut préciser ici que ce ne sont bien que des concours de circonstances qui ont fait que le moteur Stirling est bien moins connu et répandu que les moteurs à combustion interne par exemple. Si cette machine n'a pas trouvé sa place dans notre monde ce n'est ni à cause de ses défauts ni par notre inaptitude à en apprécier les avantages et encore moins à la suite d'un quelconque complot d'une technologie contre une autre. Il faut insister sur cela pour supprimer tous les doutes : on trouve souvent ce genre d'argument erroné voir même des amalgames avec d'autres technologies comme le moteur à eau. L'étude bibliographique a permis de montrer clairement que tous ces arguments sont faux et créent une confusion qu'il faut balayer pour aborder cette technologie sur de bonnes bases.

Ce qui est important est de saisir le moment où ce moteur va avoir un rôle à jouer dans notre activité. L'hypothèse faite dans ce document est que ce moment est venu pour le moteur Stirling : le contexte actuel de la cogénération va permettre à ce moteur de mettre en avant ses spécificités. Cela a déjà commencé avec la réussite toute nouvelle de la société Whispergen, ce n'est qu'un exemple, mais aussi avec une autre thèse défendue ici qui indique que l'on n'a pas encore exploité toutes les possibilités du Stirling. Tant qu'un Stirling solaire décentralisé ne sera pas commercialisé le Stirling n'aura pas donné tout ce qu'il a à nous offrir. C'est ce qu'on soutient comme thèse au Laboratoire de Mécanique et d'Énergétique d'Evry (LMEE). Et pouvoir travailler sur le Stirling au LMEE fut une véritable chance car j'ai eu l'intime conviction de participer à un projet exaltant. En travaillant sur un tel sujet on ressent la possibilité d'apporter notre participation à l'évolution d'un monde en perpétuel changement.

Remerciements

A un tournant de ma carrière j'ai eu besoin de reprendre des études et ce document en est le résultat.

Pour cela il m'a fallu bien plus que du courage : la chance de rencontrer des personnes à l'esprit ouvert. Mais la vie m'a donné bien plus que cela car elle m'a fait croiser le chemin de trois personnes exceptionnelles.

Je suivrais donc la chronologie des rencontres, pour ne pas choisir un ordre qui n'aurait pas de sens ici, je commence par adresser un remerciement particulier à Monsieur Roger CAMPONOGARA à l'origine du projet BATIMAC et créateur de la société ENS2R. Bien qu'à la retraite, il est plus actif et productif que beaucoup de gens du monde du travail. Échanger avec lui est un apprentissage permanent, il fait partie des gens qui construisent véritablement l'avenir. Et il m'a permis de construire le mien. L'ampleur de son cadeau m'émeut ; il comprendra alors que je ne pourrai jamais le remercier que par écrit.

Après un tel cadeau il est difficile d'imaginer autre chose qui puisse l'égaler. Pourtant, pour quelqu'un comme moi, cela est possible et je l'ai reçu de Messieurs Gérard PORCHER et Zhi-Qiang FENG du LMEE de l'université d'Evry.

D'abord ils font rimer le mot « Université » avec celui « d'humanité » : sans me poser de question ils m'ont accueilli en m'encourageant à cette reprise d'étude malgré les difficultés que ma situation leur a posées. Ceci explique le qualificatif « d'esprit ouvert » mais pas celui « d'exceptionnel ». Ici, je veux les remercier car l'enthousiasme de Gérard m'a aidé à franchir le pas.

Mais il y a plus important encore. La devise de la république française est « Liberté, Égalité, Fraternité ». En France, nous savons à quel point le premier concept de cette devise nous est envié par beaucoup dans le monde. Avec mes directeurs de thèse ce mot prend encore plus de valeur. Pendant

trois ans j'ai eu la liberté d'explorer des axes de travail délicats, risqués, peut être douteux, mais aussi parfois trop ambitieux. Certaines difficultés nécessitaient, par prudence et par sagesse, d'attendre que mes idées mûrissent. A chaque fois j'ai eu l'écoute, le soutient, le conseil. Juste ce qu'il m'était nécessaire d'avoir. Et tout cela sans jamais la moindre remarque pouvant freiner un élan si fragile dans un tel moment intellectuel. C'était le respect total de frêles idées, telles des oiseaux, qui ont besoin de liberté pour s'envoler et donner, parfois peut être, un résultat intéressant. Cette liberté j'y ai goûté ne sachant pas qu'elle pouvait exister ailleurs que dans mon esprit. Cela exprime tout son sens au mot « université ». Et pour cela, comme avec Roger, je ne remercierai jamais assez Gérard et Zhi-Qiang.

Pour lui en avoir un peu parlé, Gérard, par son humilité naturelle, me dit que tout cela est normal. Pourtant je peux témoigner que c'est rare et donc exceptionnel.

Lorsqu'on fait des études scientifiques on s'attend à apprendre de la technique. Quelle ne fut pas ma surprise, au cours de ma thèse, d'avoir pu aussi apprendre et surtout comprendre ce que veut dire le troisième mot de notre chère devise française : la fraternité.
M. FENG a eu la générosité de me faire connaître son pays d'enfance : la Chine.
Les gens qui me connaissent savent qu'en tant que « grand aventurier » ce voyage m'impressionnait beaucoup, et c'est un euphémisme.

J'ai découvert un peuple qui, de l'autre côté de la terre, a les mêmes sentiments que nous, les mêmes aspirations, et que les français si admirés là-bas, ont des frères qu'ils ignorent. Mais en parler ne peut décrire l'émotion qu'on éprouve sur place.

En plus de m'avoir appris de la technique, je tiens à remercier Zhi-Qiang de m'avoir « ouvert l'esprit ». Il a ainsi fait grandir mon imaginaire, grâce à cela je sais que je ferai de « la bonne recherche » car un monsieur disait « L'imagination est plus importante que le savoir ».

Pendant les trois années de thèse (2011 - 2014), j'ai travaillé au sein du LMEE, ce fut l'occasion pour moi d'échanger, de demander, de déranger... bref je me suis fait le devoir d'éprouver la patience de plusieurs personnes. Mais cela uniquement lorsque c'était indispensable, afin que mon travail avance. En fait, peut-être aurais-je du en profiter. Ils furent tous très accueillants et se sont montrés disponibles autant que possible, alors je veux ici remercier : Pierre JOLI, Vincent LORET, Jean-Michel CROS, Grégory TURBELIN, Florent PERCIOT, Sabine SEGALA, Alain NEVEU, Vincent ARTIGUE, Serge MAGALHAES, Didier LAMIC, Christophe LUQUIN, Olivier QUEMENER, Fréderic JOLY, Nicolas MERCADIE.

Même s'ils sont en dernier ici ils ne sont pas à cette place dans mon esprit car ils ont contribué concrètement à la réalisation de certains éléments du travail présenté ici. Ce sont les étudiants avec lesquels j'ai pu collaborer : Gonzalo AMADO, Djibril DIALLO, Adrià BAUZÀ SOLER et Yang ZHANG.

Post-scriptum : Avoir la responsabilité d'évaluer un mémoire de thèse est délicat. De plus, si les rapporteurs ont le courage d'évaluer un sujet qui ne correspond pas tout à fait à leur domaine d'expertise ils doivent redoubler d'efforts et de vigilance. Alors, même si la valeur d'une thèse tient en son contenu ; les rapporteurs, par leur travail, contribuent à sa valeur ajoutée. Pour cela je tiens particulièrement à remercier Messieurs Rodolphe BOLOT et Han ZHAO.

Chapitre 1

Définition d'un axe de recherche

Pour parler du Stirling il faut savoir de quoi il est constitué et connaître son principe de fonctionnement, on va donc commencer par en décrire les composants.

Puis on expliquera les motivations de notre étude par le contexte de la cogénération.

Enfin on présentera certaines des difficultés sur lesquelles il faut travailler lorsqu'on conçoit un moteur Stirling. Ceci est notre objectif mais avec en complément l'évaluation de l'impact théorique d'une des solutions qu'on présentera au chapitre 2.

1.1 Définition des éléments architecturaux d'un moteur Stirling

1.1.1 Présentation d'un moteur Stirling

Dans un moteur à combustion interne, l'ensemble « 1 piston et 2 soupapes » peut être considéré comme l'ensemble mécanique de base nécessaire pour produire du travail au travers d'un cycle à 4 temps réalisé sur 2 rotations complètes de vilebrequin.

L'équivalent de cet ensemble mécanique dans un moteur Stirling est « 2 pistons » et éventuellement un régénérateur. Il n'y a pas de soupape, donc le moteur possède une architecture plus simple. Cet ensemble fonctionne sur un cycle comportant également 4 temps mais réalisés sur une seule rotation de vilebrequin. Les éléments mécaniques du Stirling ainsi que les volumes gazeux sont représentés sur les figures 1.1 et 1.2.

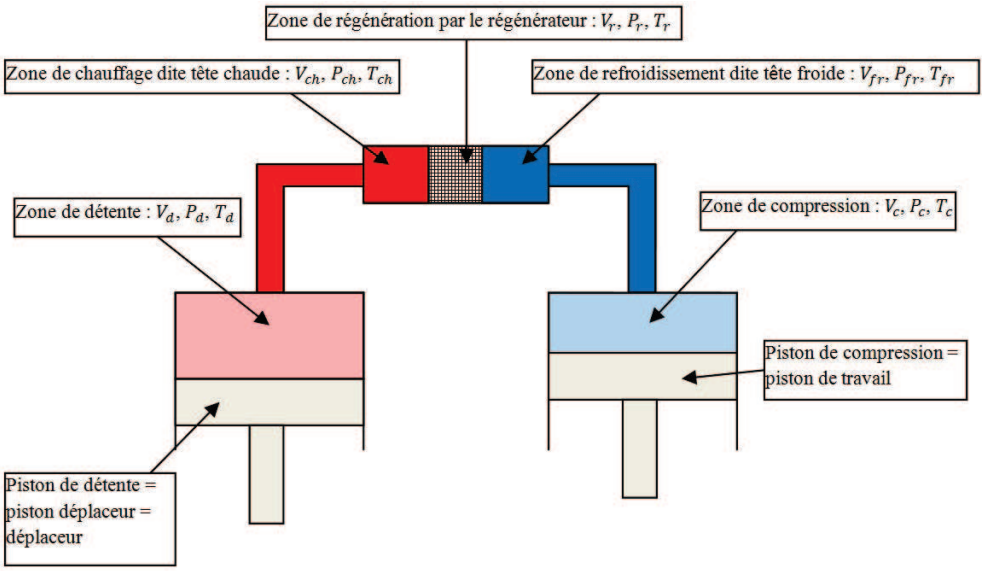


FIGURE 1.1 : Identification des éléments d'un Stirling

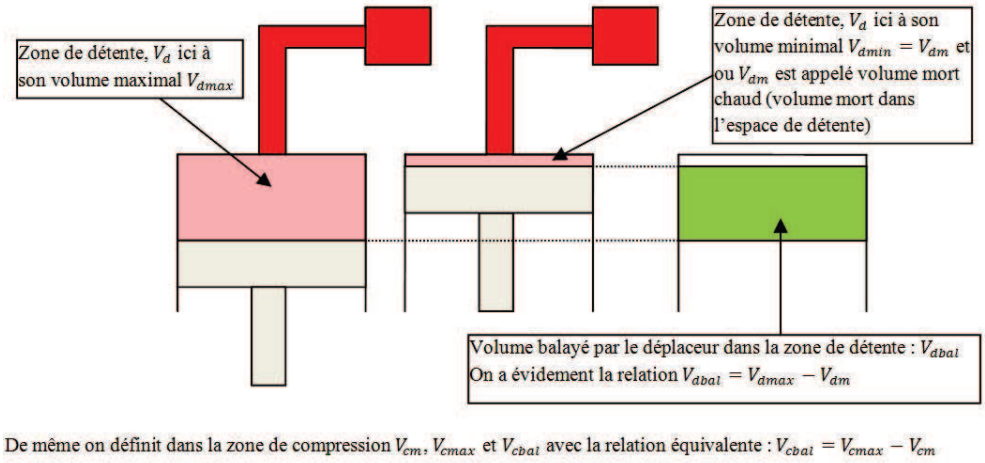


FIGURE 1.2 : Définition détaillée des volumes

Donnons un exemple concret : pendant la seconde guerre mondiale a été développé le célèbre « groupe Bungalow », un groupe électrogène alimenté en kérosène qui fut largement utilisé en groupe de secours en 1953 pendant les inondations de tout le sud-ouest des Pays-Bas du fait que la mer submergeait les digues hollandaises comme on peut le voir sur la figure 1.3.

On voit sur la figure 1.3 l'arrivée des eaux, le groupe Bungalow permettait, avec l'électricité produite ; d'éclairer mais également d'écouter la radio (également fabriquée par Philips) dans l'attente de la décrue. Ce groupe électrogène développait une puissance de 150 W électrique. Il ne fut produit qu'à quelques centaines d'exemplaires (Hargreaves, 1991, [58]). Le moteur Stirling installé sur ce groupe était le modèle MP1002CA de la société Philips qu'on peut voir sur la figure 1.4.

FIGURE 1.3 : Le « groupe bungalow »de Philips
Source : [10]

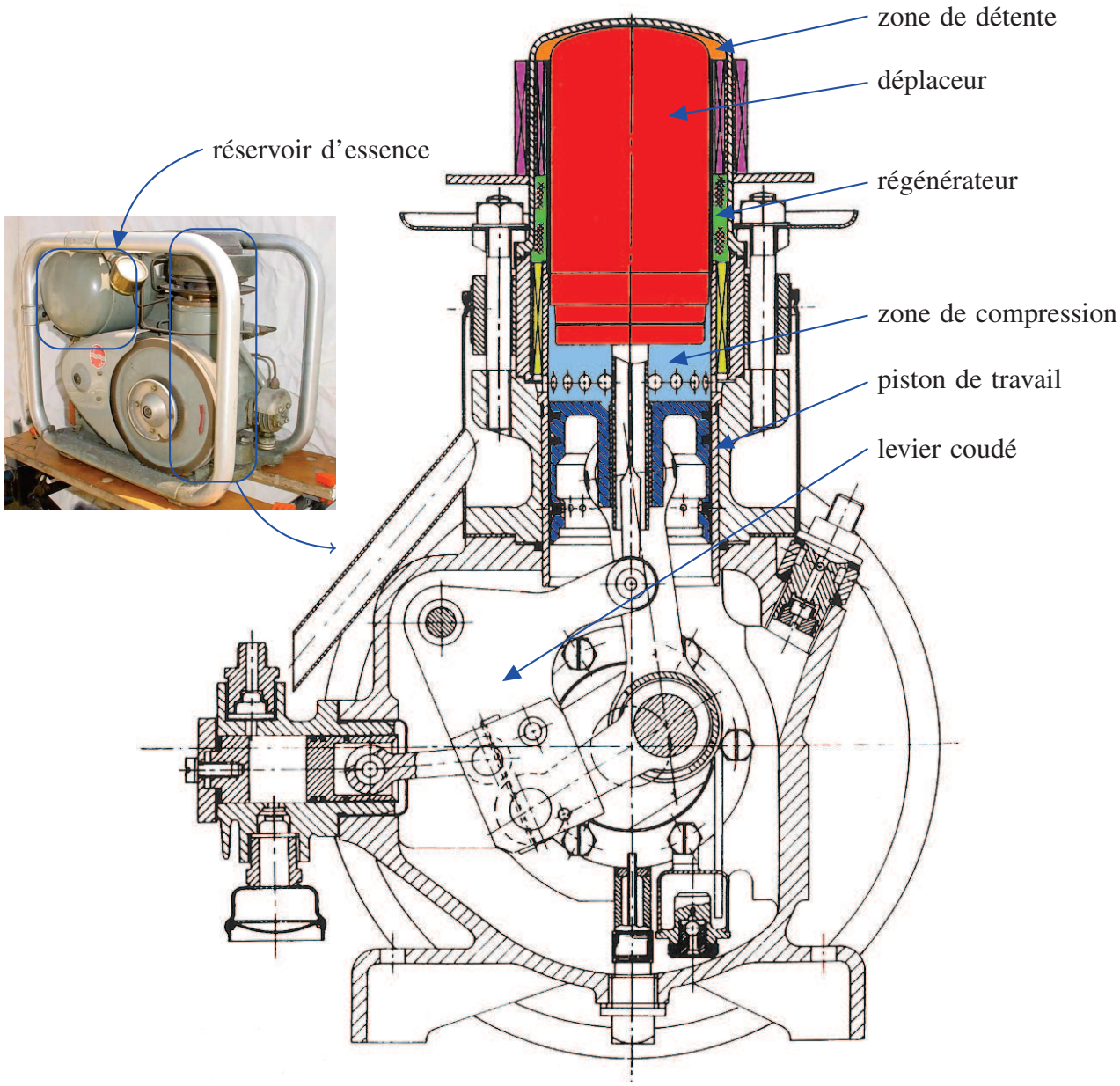


FIGURE 1.4 : Détails du MP1002CA de Philips

Sur la figure 1.4 on peut identifier le piston de travail (bleu foncé), le déplaceur (rouge), l'embiellage à levier coudé, le régénérateur (en vert) la tête chaude en violet, la tête froide en jaune, l'espace de détente en orange et l'espace de compression en bleu claire. C'est un moteur de type β, paramètre qui sera défini au paragraphe 1.1.4. Le gaz de travail est l'air sous 15 bars. Pour fonctionner l'ensemble comprend un réservoir d'essence qui alimente un brûleur au niveau de la tête chaude.

Après la présentation des éléments constitutifs du moteur on va en voir le principe de fonctionnement.

1.1.2 Fonctionnement d'un moteur Stirling

Un moteur Stirling est un mécanisme qui fonctionne selon un cycle thermodynamique fermé et régénératif. Malgré ces deux particularités il permet, comme toute machine thermique, de convertir l'énergie calorifique en énergie mécanique (voir la figure 1.5). Comme pour toute machine thermique, la conversion est basée sur un différentiel de température : au sein du moteur, en deux zones distinctes on impose une température dite chaude et une température dite froide. On conviendra ici d'appeler ces zones respectivement la « tête chaude » et la « tête froide » du moteur. Ce sont deux des trois échangeurs qui interviennent dans la constitution d'un moteur Stirling. Le troisième échangeur est particulier, il est nommé régénérateur.

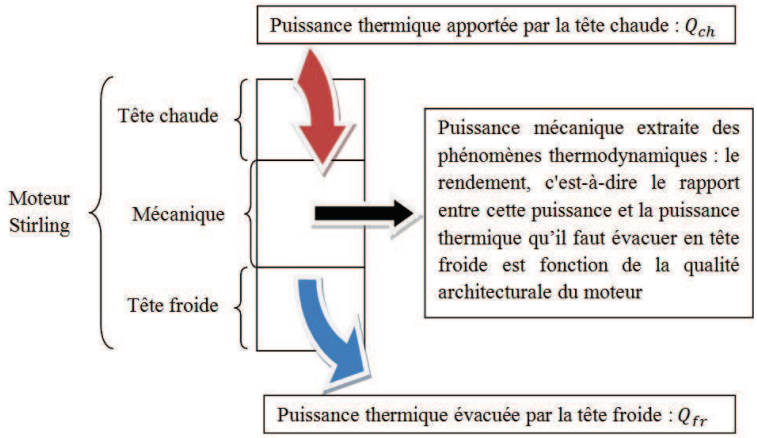


FIGURE 1.5 : Principe général des machines thermiques

On peut considérer le régénérateur comme une éponge thermique : Il est constitué par exemple de paille de cuivre, c'est donc un élément poreux qui est traversé alternativement par un gaz chaud puis froid. Après compression du gaz froid au cours du cycle Stirling il est nécessaire de réchauffer ce gaz de travail. On réalise cela en grande partie au cours du transvasement du gaz de travail en le faisant passer au travers du régénérateur.

Inversement, après la détente du gaz de travail et avant sa compression dans le cycle suivant, il faut refroidir ce gaz de travail. Pour cela on lui fait traverser le régénérateur en sens inverse où il y cède son excédent calorifique.

Sur la figure 1.6 on retrouve cela : sur la partie gauche, les éléments précédents sont identifiés. Sur le graphique de droite on voit l'évolution dans le temps du mouvement des 2 pistons. Les zones rouge (chaude= zone de détente) et bleue (zone froide = zone de compression) évoluent dans le temps,

cela implique le transvasement du gaz de travail d'une zone à l'autre et donc son passage dans un sens puis dans l'autre au travers du régénérateur sur un cycle.

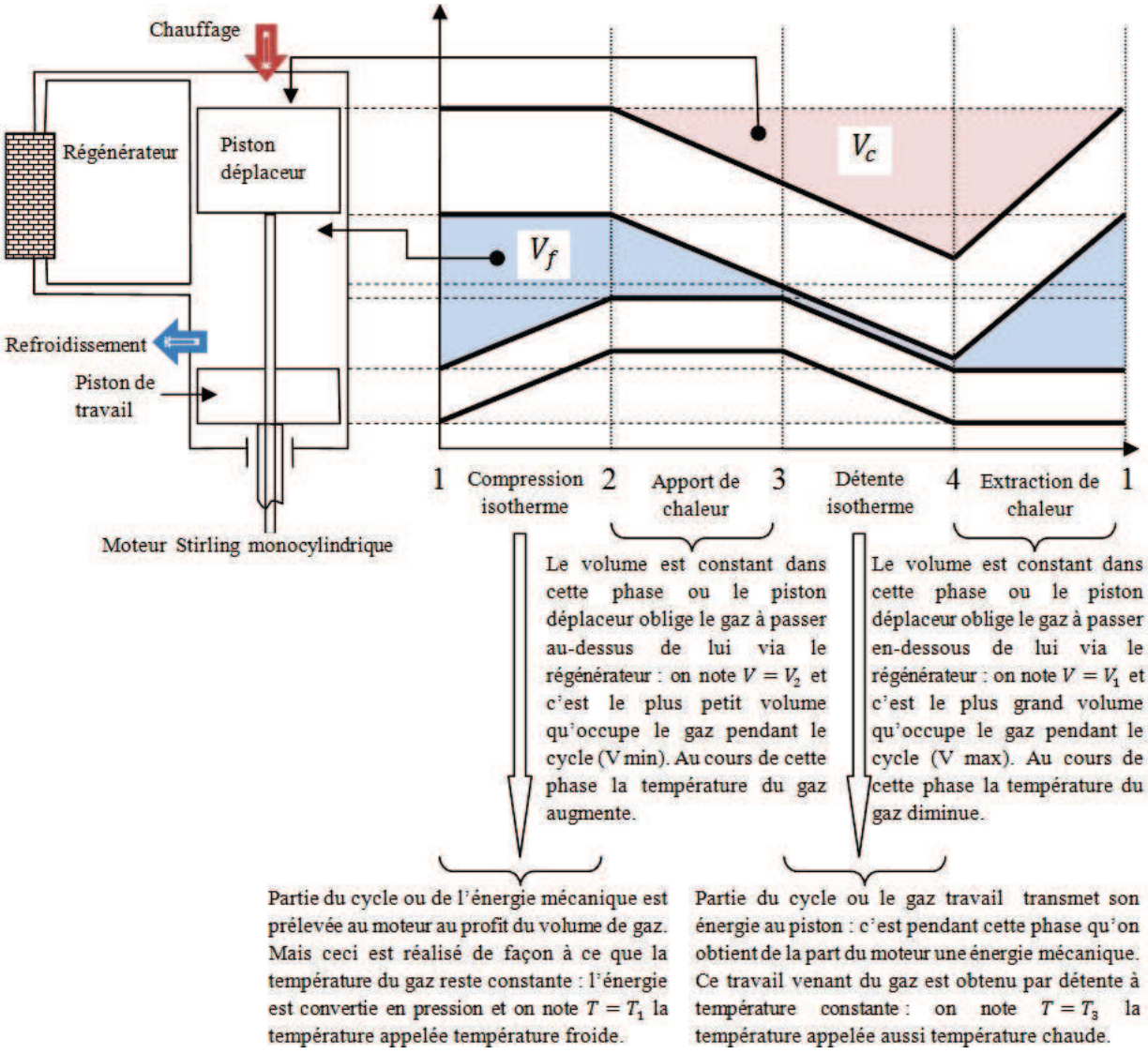


FIGURE 1.6 : Détails du fonctionnement d'un moteur Stirling.

On peut identifier sur la partie droite de la figure 1.6 quatre intervalles de temps et quatre instants précis identifiés par les quatre zones délimitées par les droites en pointillés et par les chiffres allant de 1 à 4. Les quatre intervalles de temps y sont nommés et on peut les retrouver sur les figures 1.7 et 1.8. Ces quatre intervalles sont les phases du cycle thermodynamique du moteur pour une rotation de vilebrequin.

Comme les volumes de gaz dans le moteur évoluent au cours du temps et que ces volumes sont à des températures différentes, la pression dans le moteur évolue également. On peut alors représenter le cycle comme sur la figure 1.6 selon deux diagrammes, le diagramme de Clapeyron qui a pour variables sur ses axes la pression et le volume, on dit aussi diagramme P-V, et le second diagramme qui est le diagramme T-S (Température-Entropie).

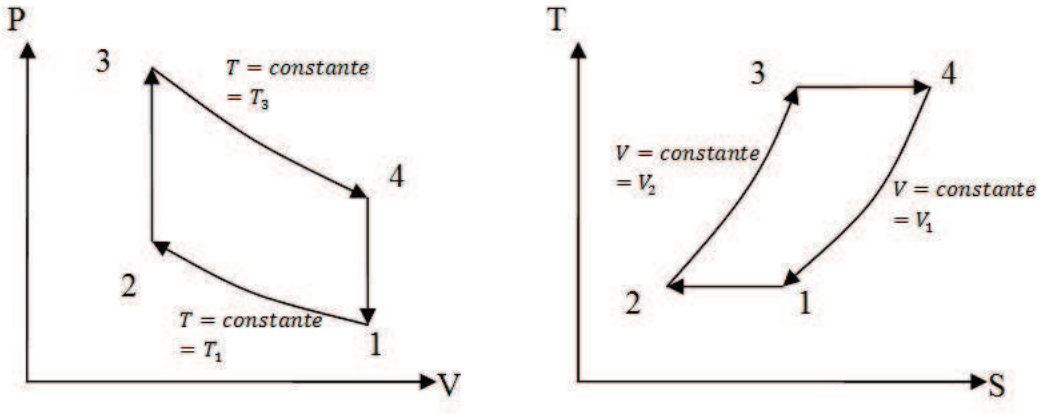


FIGURE 1.7 : Le moteur Stirling suit en théorie un cycle dit de Stirling.

Sur la figure 1.8 on retrouve la dénomination des 4 temps de la figure 1.6. Mais du fait de l'utilisation d'un vilebrequin et de bielles, comme pour un moteur à combustion interne, les temps se chevauchent comme l'illustre la figure 1.35 avec laquelle on détaillera le problème du chevauchement des phases au paragraphe 1.5.4. Chaque temps n'est plus clairement identifiable dans un moteur réel. Il faut ici comprendre le terme « réel » dans le sens où le moteur n'a pas d'embiellage idéal qui permet une séparation des 4 temps qui définissent le cycle de Stirling.

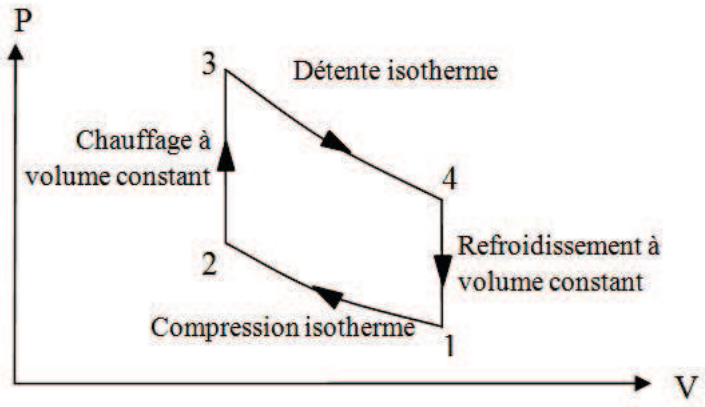


FIGURE 1.8 : Les 4 temps d'un cycle de moteur Stirling réalisé sur une rotation de vilebrequin.

On voit donc qu'il est possible de faire des parallèles entre moteur Stirling et moteur à combustion interne. Ainsi en ce qui concerne l'architecture moteur, comme pour les moteurs à combustion interne, il existe différentes configurations géométriques possibles des cylindres les uns par rapport aux autres : en « V », alignés, en étoile..., et donc différents types de moteur Stirling. Mais il y a une différence importante entre les 2 catégories de moteur : un moteur à combustion interne peut ne comporter qu'un seul cylindre mais pour un moteur Stirling, l'ensemble mécanique de base définit ci-dessus comporte nécessairement 2 cylindres. Ainsi, juste avec cet ensemble mécanique de base on peut définir 3 grandes catégories de moteur Stirling : les moteurs α, β et γ qu'on va maintenant détailler.

1.1.3 Moteur de type α

Ce type de moteur, qu'on peut voir sur la figure 1.9, a ses deux pistons (déplaceur et piston de travail) placés dans 2 cylindres distincts reliés par un conduit contenant le régénérateur. Le type α est d'invention plus récente que les 2 types présentés ci-dessous.

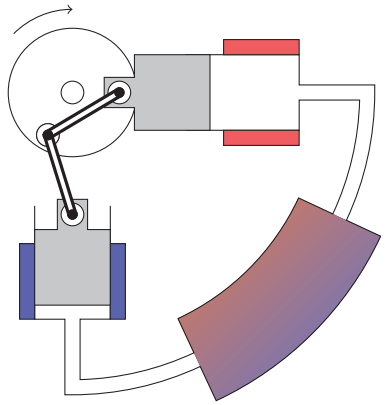


FIGURE 1.9 : Moteur Stirling d'architecture α

Le gaz de travail est transporté de façon cyclique, faisant des allés et retours, entre l'espace de détente et l'espace de compression. Ce va-et-vient est imposé par le mouvement des 2 pistons. Cette force répétitive oblige le gaz de travail à passer dans un sens et repasser dans l'autre au travers de la tête chaude, du régénérateur, puis de la tête froide. Ceci a pour effet de chauffer et refroidir cycliquement le gaz ce qui produit de la puissance lorsqu'il se détend et exerce du travail sur les pistons. Les moteurs de type alpha sont les plus faciles à construire en termes d'usinage et de complexité de pièces parce que comparé au MCI, ils sont d'architecture classique donc on maîtrise bien la réalisation de leurs constituants. Pourtant ils nécessitent une qualité de réalisation supérieure aux 2 autres types d'architecture car, imposant aux gaz des niveaux de compression plus élevés, les étanchéités doivent être maîtrisées et ainsi le tolérancement des assemblages sera plus serré.

Comme pour tout moteur thermique, certains éléments sont soumis à des charges thermiques. Les cylindres et certains carters doivent résister à des différentiels de pression tout en étant soumis à des températures élevées (plusieurs centaines de degrés).

On doit faire ici une remarque de terminologie qui reflète une réalité technique : jusqu'ici on disait « piston » pour parler du « piston de travail » et on disait « déplaceur » pour parler du « piston déplaceur de gaz ». Pour un Moteur Stirling de type α on continuera à utiliser la terminologie définie ci-dessus mais en fait les deux pistons sont des pistons de puissance c'est à dire des pistons de travail car tous deux reçoivent et fournissent du travail du/au gaz. Ce ne sera pas le cas pour des moteurs β et γ ce qui change complètement la conception du déplaceur.

Le piston chaud ou déplaceur est situé près de l'échangeur ayant la plus haute température : la tête chaude. Cette dernière est directement connectée à la zone où se produit la détente pendant le cycle : l'espace de détente. Le piston froid est situé près du point d'échange ayant la température la plus basse : la tête froide. Le piston de travail comprime le gaz dans la zone froide dite zone de compression.

Avec un moteur de type α on obtient en général un ratio puissance-volume élevé comparativement aux deux autres architectures. Il faut donc comme on l'a dit, un assemblage très convenablement réalisé pour obtenir l'étanchéité du moteur. Comme on vient de le voir avec les définitions, dans un moteur α seul le déplaceur est soumis aux fortes températures. Ainsi la nécessité de choisir des matériaux (acier en général) possédant une bonne tenue en pression et à température élevée pour les joints et le piston lui-même ne concerne que le déplaceur et le cylindre qui lui est associé. Sur la figure 1.9 un schéma de moteur Stirling α (rotation dans le sens horaire).

Un moteur α est représenté sur la figure 1.10 au début des quatre phases du cycle Stirling tel qu'on l'avait donné sur la figure 1.8.

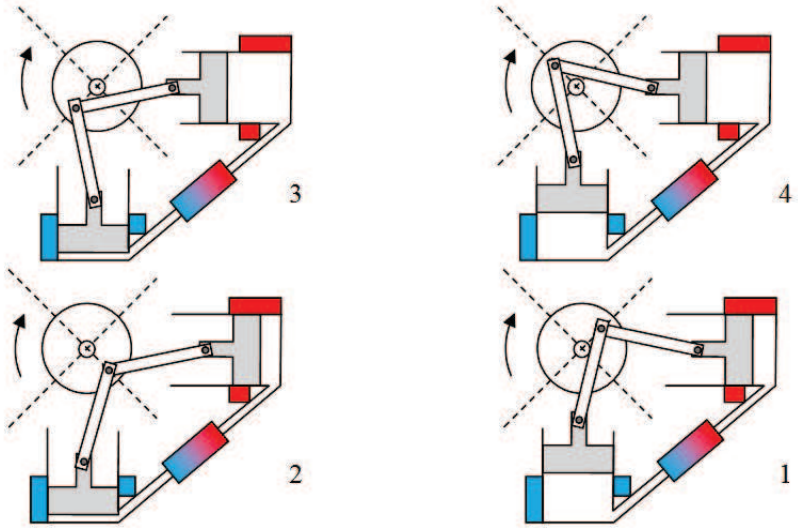


FIGURE 1.10 : Moteur Stirling ayant une architecture α représenté au début des 4 temps de son cycle.

Les 4 phases du cycle sont les suivantes :

1. Le gaz a précédemment subit un refroidissement en passant dans le régénérateur. Maintenant la pression du gaz est à son minimum. Le piston de travail va alors descendre (voir figure) et comprimer le gaz froid.

2. Le gaz a subit une compression tout en restant froid au moyen de la tête froide : c'est le principe de la compression isotherme. Il va maintenant être transvasé en zone chaude en passant par le régénérateur ou il subira un échauffement important : la pression va atteindre alors son maximum.

3. Le gaz de travail, a été chauffé par le régénérateur et la tête chaude. Son volume a augmenté un peu du fait de l'architecture α mais le principal de son action reste à venir. L'expansion du gaz va pousser le piston chaud au fond de sa course dans le cylindre mais également le piston de travail (froid).

4. Le gaz est maintenant à son volume maximal. Le piston chaud (rouge) va envoyer la plus grande partie du gaz vers le cylindre froid (bleu), la température va donc diminuer et le cycle pourra recommencer.

1.1.4 Moteur de type β

Il est possible d'insérer les 2 pistons dans un même cylindre ce qui conduit au moteur Stirling d'architecture β comme on peut le voir sur la figure 1.11. Le piston de travail et le déplaceur étant alors dans le même cylindre, les moteurs de type β sont plus compacts que les moteurs de type α.

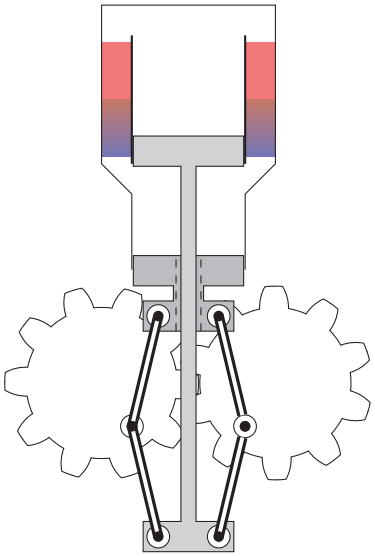
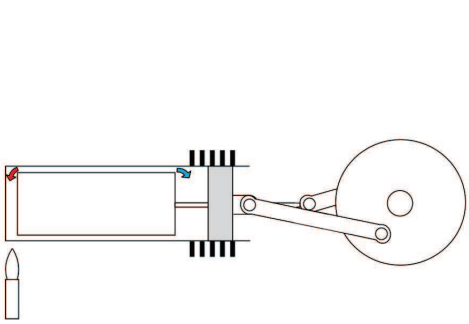
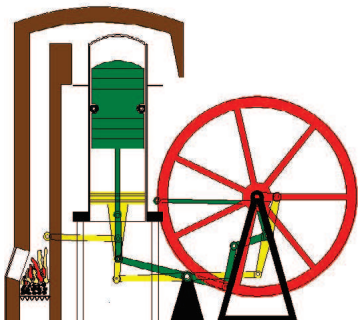


FIGURE 1.11 : Moteur Stirling d'architecture de type β

Par construction la bielle du déplaceur doit traverser le piston de travail ce qui rend les moteurs de type β plus délicats à concevoir. Cette architecture a une importance historique puisque c'est l'architecture choisie par le pasteur Stirling en 1816 pour son brevet et sa réalisation en 1818 comme on peut le voir sur la figure 1.12b.



(a) Aller-retour du gaz autour du déplaceur d'un Stirling de type β



(b) Moteur Stirling de type β du brevet du pasteur Stirling

FIGURE 1.12 : Moteur Stirling de type β

La figure 1.12a montre un β avec un embiellage classique car sur la figure 1.11 le moteur a un embiellage rhombique . Cette figure montre également, et c'est ce que fit Stirling, la surface cylindrique

du déplaceur, par son importance du fait de la longueur du piston, faite en métal, sert de fonction régénérative : il n'est pas nécessaire d'ajouter de régénérateur puisqu'il est déjà présent avec le déplaceur.

Le piston de travail et le déplaceur sont donc ici coaxiaux. Comme cela a été dit au paragraphe précédent, contrairement au moteur α où les 2 pistons sont des pistons de travail, dans un β, le déplaceur n'a que le rôle explicitement donné par son nom, il déplace le gaz. Le but du piston de travail est de générer de la puissance alors que celui du déplaceur est de déplacer le gaz de travail en va-et-vient au travers de la tête chaude, du régénérateur, et de la tête froide. Ainsi, le travail exercé par les forces de pression sur le déplaceur est très faible comparé à celui des forces agissantes sur le piston de travail.

Le piston de travail, le déplaceur et la bielle de déplaceur sont rendus étanches par des joints au niveau de leurs axes pour éviter les fuites du gaz de travail. Le joint du déplaceur est placé à son extrémité la plus proche de l'espace de compression dans le but d'éviter son contact direct avec le gaz de travail chaud (dans la zone de détente). Ainsi il n'est pas nécessaire que ce joint soit résistant aux températures élevées. Il n'est pas non plus nécessaire que les joints entre la bielle du déplaceur et le piston de travail soient résistants en température puisqu'ils ne sont exposés qu'aux températures froides du moteur. Ils sont en effet du côté de l'espace de compression.

L'inconvénient d'un β est que la conception du déplaceur est très délicate. Il n'est, tout comme le régénérateur, pas seulement soumis aux températures élevées qui peuvent régner dans le moteur mais également à la température froide de l'espace de compression. Il nécessite l'utilisation de matériaux capables de supporter des contraintes thermomécaniques importantes.

1.1.5 Moteur de type γ

Dans le principe, les moteurs γ sont identiques aux moteurs β mais pour pallier le problème d'étanchéité, de la bielle traversant le piston de travail ; les pistons sont placés dans des cylindres distincts comme dans un moteur α comme on peut le voir sur la figure **? ?**. Ceci rend l'embiellage et les liaisons plus faciles à fabriquer puisque le piston de travail et le déplaceur sont éloignés l'un de l'autre (au lieu d'être alignés dans le même cylindre). Cela fait que l'architecture γ est souvent préférée aux deux autres car il rassemble tous les avantages sur le plan de la conception.

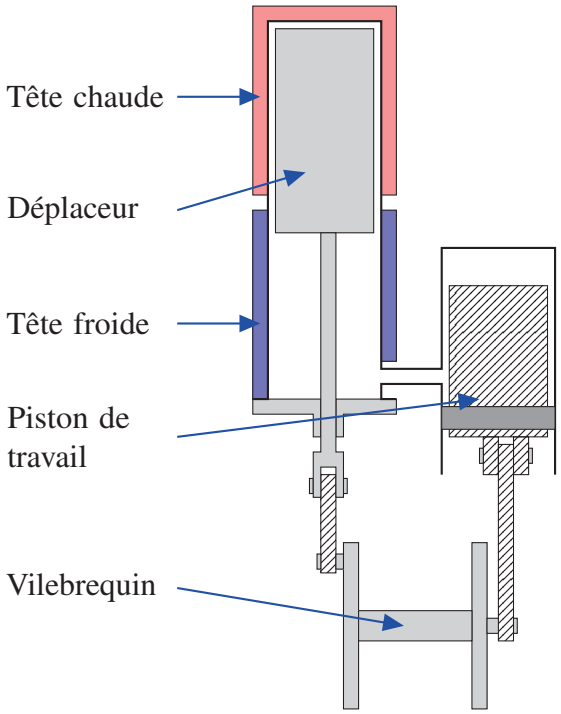


FIGURE 1.13 : Moteur Stirling d'architecture de type γ

L'inconvénient du γ est que, par cette configuration de séparation physique dans deux cylindres distincts des 2 pistons, mécaniquement avantageuse, on ajoute du volume mort dans l'espace de compression et cela a un impact négatif important. En effet, cette configuration produit un taux de compression inférieur aux architectures α et β en général. On extrait donc, pour des volumes gazeux équivalents, moins de puissance de ce type de machine.

1.1.6 Un autre classement que α, β et γ

Le classement en Alpha, Bêta, Gamma est dû à Kirkley en 1962. Les trois architectures précédentes intègrent, par le biais d'embiellage, un couplage mécanique c'est-à-dire une liaison rigide qui couple leurs cinématiques. Dans les architectures de moteur qui suivent, des pièces élastiques remplacent les pièces mécaniques solides : membrane, gaz ou liquide. Ce sont les moteurs dits à pistons libres même s'il est préférable de réserver ce terme au troisième ou les deux pistons ne sont reliés à aucun élément mécanique.

Sur la base de la remarque précédente il a été conçu un autre type de classement des moteurs Stirling. C'est un classement en 3 catégories qui reprend toutes les architectures possibles de moteur et qui est basé sur la façon de traiter les écoulements fluide plutôt que sur la géométrie du moteur. Ces trois catégories sont :

1. Les Moteurs forcés : ce sont les moteurs qui comprennent des éléments qui forcent l'écoulement du fluide. Telles sont les architectures Alpha, Bêta et Gamma où le déplaceur et le piston de travail sont contrôlés (forcés) mécaniquement dans leur mouvement.

2. Les Moteurs semi-forcés : ce sont les moteurs dont un élément mécanique lié à un embiellage aide/force le mouvement du fluide et le second piston, le piston libre, est actionné uniquement par l'écoulement du fluide.

3. Les Moteurs libres : ce sont les moteurs dont aucun élément mécanique contraint de façon rigide ne perturbe l'écoulement du fluide.

Ce classement plus récent est juste évoqué mais en fait très peu rencontré dans la littérature. S'il est évoqué ici c'est pour montrer l'importance des moteurs à pistons libres. Ces moteurs sont technologiquement très intéressants et conceptuellement très beaux. Ce type de moteur a mobilisé beaucoup d'efforts durant ces quarante dernières années, depuis son invention, et la première architecture proposée par le LMEE était un piston libre. On verra plus loin en détails le piston libre et les raisons qui nous l'ont fait abandonner.

1.1.7 Retour sur le classement de Kirkley et le LTDS

Comme on l'a dit la différence entre β et γ est faible en ce qui concerne le taux de compression mais, puisque dans un γ chaque piston a son cylindre, la fabrication est moins exigeante que celle d'un β.

La contrepartie est qu'en général on extrait moins de puissance d'un moteur γ que d'un moteur β. De ce fait, le γ est souvent l'architecture retenue pour les moteurs « amateurs », c'est à dire sans application pratique.

Toutefois une remarque s'impose concernant les moteurs de type γ, car avec ce qui vient d'être dit, il semble que cette architecture est peu intéressante si on veut obtenir de la puissance. Pourtant, dans un contexte énergétique et environnemental difficile, cette architecture pourrait devenir intéressante voir même plus pertinente que les deux autres (on reviendra sur ce point dans les conclusions **??**). La remarque est la suivante :

Sur un plan conceptuel, les moteurs de type γ représentent une révolution historique importante. Ce qui suit est issu des travaux du professeur Kolin de 1983.

Soit V_{dbal} le volume balayé par le piston déplaceur et V_{cbal} le volume balayé par le piston de travail (« c » pour compression).

On définit $k = \dfrac{V_{cbal}}{V_{dbal}}$. Et soit $\tau = \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}}$ l'inverse du taux d'échauffement.

Pour ce dernier paramètre on a la contrainte $0 < \tau < 1$. En général, plus τ est petit plus le rendement est élevé (loi de Carnot) et plus on obtient de puissance de la part de la machine. Kolin a établi qu'avec un moteur Stirling γ il est possible de compenser le fait d'avoir un τ proche de 1 par un coefficient k petit ($V_{cbal} \ll V_{dbal}$) : ainsi fut inventé le moteur Stirling γ à faible différentiel de température, en anglais **L**ow **T**emperature **D**ifference **S**tirling (LTDS) (voir figure 1.14).

En présentant ses travaux le professeur I. Kolin a étonné la communauté scientifique, il présenta au cours d'une conférence une réalisation pour convaincre les esprits les plus réticents à la possibilité qu'une telle machine puisse fonctionner. Aujourd'hui des moteurs fonctionnent avec un différentiel de 10°C : ils fonctionnent avec la chaleur de la main, et même si cela est facilement admissible

aujourd'hui ; leurs réalisations et la percée conceptuelle qu'ils représentent sont le fruit d'un travail théorique qu'il ne faut pas oublier.

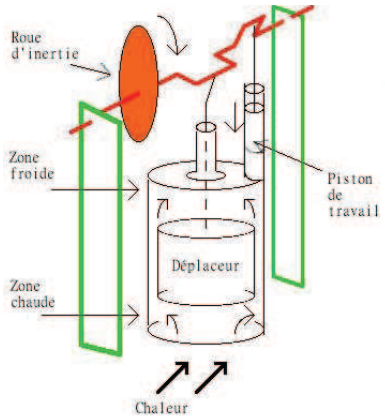


FIGURE 1.14 : Schéma d'un moteur Stirling de type γ en version LTDS : on remarque que le diamètre du déplaceur est beaucoup plus important que celui du piston de travail

Sur la figure 1.14 on voit le schéma du moteur Stirling ayant une architecture γ en version LTDS : on notera la différence de diamètre entre le piston de travail et le déplaceur.

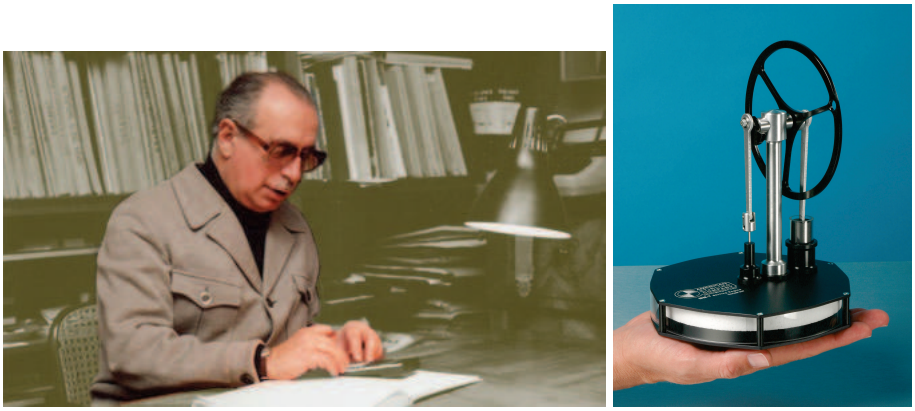


FIGURE 1.15 : Le professeur Kolin et le LTDS (Sources : [23] et [3])

Le professeur Kolin à l'origine du concept de LTDS et un exemple de réalisation : la différence de température entre l'air ambiant et celle de la main permet de faire fonctionner un tel moteur.

1.1.8 Comparaison entre α, β et γ

Le choix de l'architecture est important dans un projet de conception. On a du faire un tel choix et il sera donné et expliqué plus loin. Pour faire une comparaison entre les 3 types d'architectures il faut définir le taux de compression :
Le taux ou coefficient de compression κ est défini ici comme le rapport du volume maximal que le gaz de travail peut occuper dans le moteur au cours d'un cycle par le volume minimal qu'il occupera

pendant ce même cycle : $\kappa = \frac{V_{max}}{V_{min}}$ (on remarque que $\kappa \neq k$ en général)
On a naturellement comme contrainte $\kappa > 1$
Par rapport aux notations de la figure 1.7 on a également : $\kappa = \frac{V_1}{V_2}$

Pour des températures de source chaude et froide données, et pour des cylindrées identiques, les moteurs α ont des taux de compression plus élevés que ceux des moteurs de type β. Et ceux des moteur β sont légèrement plus élevés que ceux des moteurs γ. Cela a pour conséquence de pouvoir extraire plus de puissance d'un moteur α car il tournera plus rapidement. L'inconvénient est qu'ils exigent plus de rigueur de conception et de fabrication.

1.1.9 Le déphasage δ

Le « déphasage » ou « angle de déphasage », δ, est l'angle dont il faut faire tourner le vilebrequin pour passer du volume de compression maximal au volume de détente minimal. Selon cette définition si $\delta > 0$ c'est que le volume de compression passe par son maximum avant que le volume de détente n'ait atteint sa valeur minimale :
Sur la figure 1.16 on choisit le repère tel que :
$si\ \theta = 0\ alors\ V_c = V_{cmax} \equiv V_{cbal} + V_{cm}$
$si\ \delta > 0\ et\ \theta = 0\ alors\ V_d\ n'a\ pas\ encore\ atteint\ son\ minimim\ V_{dm}$
$si\ \theta = \delta\ alors\ V_d = V_{dmin} \equiv V_{dm}\ mais\ V_c\ a\ déjà\ commencé\ à\ diminuer$: la compression a déjà commencé alors que le refroidissement n'est pas terminé (voir figure 1.16).

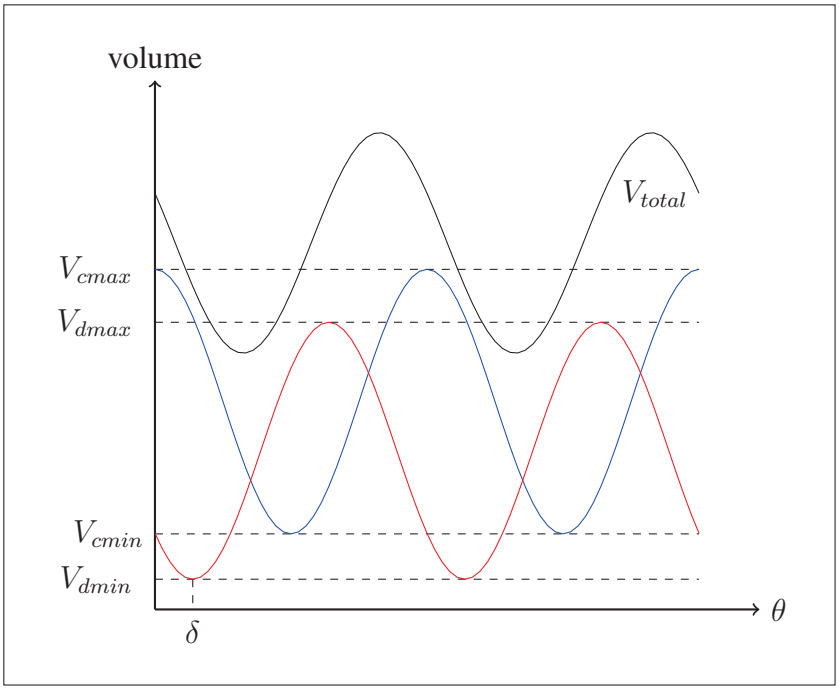


FIGURE 1.16 : Les volumes au cours d'une rotation de vilebrequin (moteur α).

Sur la figure 1.16, lorsque $\theta = 0$ le volume de compression est à son maximum : $V_c = V_{cmax}$. Il faut

alors effectuer une rotation du vilebrequin pour que le volume de détente atteigne son minimum : à $\theta = \delta$ on a $V_d = V_{dmin}$. C'est ainsi qu'on définit le déphasage. La valeur de déphasage, comme on le verra en annexe F.1 impacte sur le rendement du moteur.

En annexe E on trouvera une description complémentaire du principe de fonctionnement du moteur Stirling. Elle est moins formelle que celle qui a été donnée ci-dessus mais elle est très efficace. Avec ce qui précède on sait « un peu » ce qu'est un moteur Stirling, en tout cas on connaît son principe de fonctionnement. Même s'il est moins bien connu que le **M**oteur à **C**ombustion **I**nterne (MCI) le moteur Stirling a été très étudié. Dans le chapitre 2 on proposera des solutions sur plusieurs des difficultés qu'on peut rencontrer dans un projet de conception de moteur Stirling. Pour comprendre les difficultés et analyser les solutions proposées, il faut connaître ce qui a été réalisé sur un plan théorique et sur un plan pratique par le passé : c'est l'objet de la bibliographie qui suit.

1.2 Bibliographie des modèles semi-analytiques

Puisqu'on souhaite évaluer l'impact d'un élément conçu au sein du LMEE, il faut en réaliser un modèle. Afin de construire un modèle fiable, on va utiliser ce que la littérature propose. En choisissant un modèle validé, on fera l'économie en temps de cette phase qu'on ne peut réaliser faute de moyens expérimentaux. Pour faire le choix du modèle, il faut connaître ce qu'il est possible de faire c'est tout le sens de la bibliographie ici.

Une classification des modèles semi-analytiques est donnée dans l'article de Chen (Chen, 1983, [47]). Mais dans Organ, 1992, [75] cette classification plus récente est reprise tout en étant largement complétée et détaillée. Par esprit de simplicité on reprend la classification de Chen dont la structure est toujours valable aujourd'hui : il y a 4 niveaux possibles de modélisation d'une machine de Stirling.

Niveau 1 : Les méthodes du premier ordre ou méthode d'approximation. Ce sont des méthodes qui permettent d'évaluer les performances du moteur. On y réalise un calcul de la puissance de sortie au moyen d'une analyse isotherme sans perte. Dans cette catégorie il y a par exemple l'analyse de Schmidt (voir annexe F.1) ou encore l'équation de Beale avec le nombre de Beale généralisé (voir l'annexe D, paragraphe D.1). Puis on utilise un facteur de correction pour évaluer plus justement la puissance en sortie, sur l'arbre moteur, à partir de la puissance idéale précédemment calculée. Un autre exemple d'un tel calcul est celui du rendement au moyen de la formule de Carnot. Les différentes pertes au sein du moteur sont prises en compte au moyen de facteur de correction (coefficients multiplicatifs) obtenus à partir d'expérience sur de vrais moteurs. Par exemples on sait que les vrais moteurs atteignent des rendements de 50 à 70% du rendement calculé avec la formule de Carnot. Ainsi les méthodes du premier ordre permettent de faire le lien entre les dimensions globales du moteur et leur puissance de sortie mais ne sont pas un outil d'aide dans la phase de conception de moteur.

Niveau 2 Les méthodes du second ordre ou méthode par découplage. Ces méthodes, comme celles de premier ordre, commencent par une analyse simplifiée du cycle pour déterminer la puissance en sortie du moteur et la chaleur injectée. Différentes pertes de puissances sont alors soustraites au premier calcul et des pertes de chaleur sont ajoutées à la chaleur injectée pour obtenir une prédiction plus proche de la réalité concernant la performance du moteur. La principale différence avec la catégorie précédente est que les mécanismes de pertes sont identifiés et quantifiés. Ces pertes de puissance comprennent les frottements fluides et les frottements mécaniques, les

pertes par transfert de chaleur transitoire (hystérésis) dans les cylindres, les fuites de gaz au niveau des segments des pistons. Les pertes de chaleur comprennent les pertes de transport du déplaceur, la conduction de paroi et l'imperfection des transferts de chaleur dans le régénérateur. Dans cette catégorie de méthodes, on suppose que toutes ces pertes d'énergie ne dépendent pas les unes des autres, c'est-à-dire qu'elles sont découplées. Les méthodes du second ordre peuvent être classées en 3 sous-catégories, selon les transformations que subit le gaz de travail : isothermes, adiabatiques ou semi-adiabatique. Cela dépend des transferts de chaleur entre le gaz des 2 espaces principaux et les cylindres du moteur. Si les taux de transfert sont infinis la transformation est isotherme, s'ils sont nuls la transformation est adiabatique. La transformation semi adiabatique est entre les deux avec un taux de transfert de chaleur non nul et fini.

- L'analyse isothermique : basée sur le cycle avec isotherme de Schmidt qui, avec des variations sinusoïdales du volume est légèrement plus réaliste que le cycle idéal de Stirling. Tout le gaz de la zone de détente est maintenu à la température de la tête chaude et le gaz dans l'espace de compression est maintenu à la température de la tête froide ce qui suppose des coefficients de transfert de chaleur infinis. On suppose aussi une régénération parfaite (c'est-à-dire que la température du gaz en un point est celle des parois du régénérateur et il n'y a pas de conduction axiale). Toute chaleur introduite dans le cycle isotherme se retrouve dans l'espace de détente et toute chaleur évacuée se trouve dans l'espace de compression. Une solution fermée simple existe pour le cycle de Schmidt.
- L'analyse adiabatique suppose que les espaces de détente et de compression sont parfaitement isolés. Toute chaleur injectée dans le cycle ne l'est qu'au niveau de la tête chaude et toute chaleur évacuée du cycle est extraite au niveau de la tête froide. Le gaz quitte la tête chaude à la température de cette dernière et se mélange parfaitement lorsqu'il entre dans l'espace de détente. De même le gaz sortant de la tête froide est à la température de cette dernière et se mélange parfaitement avec celui déjà présent dans l'espace de compression. Ici aussi la régénération est supposée parfaite. Le cycle adiabatique est une simplification plus réaliste du moteur Stirling que le cycle de Schmidt en particulier pour les gros moteurs fonctionnant à régime élevé. Toutefois une analyse isothermique du second ordre peut être aussi précise qu'une analyse adiabatique du second ordre si les termes de pertes adiabatiques sont soustraits des prédictions du cycle isothermique. La solution du cycle adiabatique demande une intégration numérique.
- Les cycles semi adiabatiques permettent d'utiliser des coefficients de transfert de chaleur finis et non nuls. Le cycle semi adiabatique le plus simple réalisé par Finkelstein prend en compte des transferts de chaleur dans les espaces de compression et de détente. La température des parois de ces espaces est supposée constante dans le temps et égale aux températures des têtes chaude et froide respectivement. Les têtes chaude et froide et le régénérateur sont supposés se comporter parfaitement. Mais les prédictions sur le rendement du cycle semi adiabatique sont plus éloignées des mesures que celles de cycles purement adiabatiques ou isothermiques. Ceci provient des pertes de transfert de chaleur irréversibles dues à la différence de température entre le gaz et les parois des cylindres dans les espaces de compression et de détente. La solution des cycles semi adiabatique nécessite aussi une intégration numérique.

Niveau 3 : Les méthodes du troisième niveau ou méthodes nodales. Voir un exposé succint dans l'annexe F.2. Ces méthodes se décomposent en trois phases :

1. Découper le moteur en un réseau de nœuds et de volumes de contrôles ;

2. Établir les équations différentielles de la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie plus une équation d'état pour le gaz de travail ;
3. Résoudre le système d'équations différentielles par une méthode numérique appropriée.

Il y a deux sous-catégories pour ces méthodes : une méthode sans approximation et l'autre qui en introduit certaines. La méthode sans approximation résout toutes les équations sauf celle utilisée pour la corrélation en écoulement établi entre le transfert de chaleur et les frottements fluide car il n'y a pas de corrélations à validités universelles pour les écoulements instables non établis actuellement. Les méthodes moins rigoureuses (avec approximations complémentaires) simplifient les calculs numériques en omettant certains termes des équations différentielles de conservation. On suppose que certaines pertes peuvent être découplées dans les calculs principaux pour améliorer la vitesse de calculs. Il y a 3 simplifications principales : (1) les termes inertiels sont ignorés dans l'équation d'impulsion mais les frottements fluides sont conservés, (2) on ignore à la fois les termes inertiels et les termes de frottement fluide ce qui revient à ne pas utiliser l'équation de l'impulsion et à supposer une pression uniforme dans tout le moteur et (3) les termes d'énergie cinétique sont ignorés dans l'équation d'énergie. Toutes les méthodes nodales utilisent la différenciation finie des dérivées spatiales pour convertir les équations aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles ordinaires (finalement seules restent les dérivées temporelles). Chaque équation de conservation est remplacée par une équation aux différences en chaque nœud. Les méthodes numériques pour résoudre ce système d'équations différentielles ordinaires sont séparées en 2 catégories : les techniques explicites (différenciation avant) et les implicites (différenciation arrière). Dans les intégrations explicites, l'information thermodynamique (comme la pression et la température) à un nouvel instant est calculée à partir des dérivées temporelles évaluées à l'instant précédent. La méthode explicite la plus simple est la méthode d'Euler mais des techniques plus précises comme la méthode de Runge et Kutta peuvent être utilisées (annexe K). Les techniques explicites sont parfois malmenées par les oscillations et les instabilités numériques en particulier si les pas de temps sont trop grands. Par contre les intégrations implicites sont toujours numériquement stables. La méthode implicite résout le système d'équations différentielles ordinaires en calculant l'information thermodynamique à un nouvel instant à partir des dérivées temporelles qui ont été évaluées à ce nouvel instant. Une grande matrice doit être inversée à chaque pas de temps. Grace à l'absence d'instabilités numériques, les intégrations implicites peuvent être utilisées avec des grands pas de temps. Ceci réduit le temps d'exécution sur ordinateur mais cela peut aussi réduire la précision de l'approximation numérique. Les méthodes du niveau 3 peuvent prendre en compte tous les processus qui ont lieu dans un moteur Stirling. Mais si on suppose que tous ces processus sont découplés dans les méthodes du niveau 2, ils sont en fait en interaction. Que cette hypothèse soit valable ou pas reste à confirmer expérimentalement et théoriquement. Les méthodes du niveau 3 sont les méthodes les plus sophistiquées et les plus coûteuses en temps de calculs mais on n'est pas pour autant garanti d'avoir les meilleurs résultats. En fait certains résultats des méthodes du second ordre sont au moins aussi bons lorsqu'on les compare aux données expérimentales. De plus certains ont remis en cause les fondements mathématiques des méthodes du niveau 3 : on pense que sous certaines conditions les solutions peuvent converger vers des valeurs finies et d'un point de vu calculatoire, être stables, mais qui ne correspondent pas à un état physique réel. Dans tous les cas, des données expérimentales supplémentaires sont nécessaires pour une justification exacte de ces méthodes (Chen, 1983, [47]).

Niveau 4 : Les méthodes du niveau 4 ou méthodes des caractéristiques (voie annexe L). La méthode des caractéristiques résout un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires de type hyperbolique en déterminant les courbes caractéristiques des équations. Les courbes caracté-

ristiques sont utilisées pour transformer les équations aux dérivées partielles en un système d'équations aux dérivées ordinaires valables uniquement le long des courbes caractéristiques (voir annexe L). Cette méthode a été utilisée avec succès pour l'étude des écoulements gazeux compressibles et a été appliquée à l'analyse en 1D des écoulements non établis des moteurs Stirling.
Dans un écoulement non établi en 1D les courbes caractéristiques sont définies dans le plan espace-temps sur lequel les dérivées partielles par rapport au temps et à l'espace des propriétés du fluide, comme la densité, la vitesse et la température, sont indéterminées et donc peuvent être arbitrairement discontinues. Pour établir les conditions d'indétermination, les équations de conservations (masse, impulsion, énergie) tout comme les différentielles totales des propriétés du fluide sont exprimées en notation matricielle avec les dérivées partielles des propriétés du fluide comme des variables dépendantes. Les courbes caractéristiques sont obtenues en calculant le déterminant de la matrice et en le posant comme étant égal à zéro (Shapiro, 1953, [93] ; Liepmann, 1957, [68] et Abbott, 1966, [36]). La méthode des caractéristiques peut être appliquée à différents niveaux de complexité dans l'analyse du moteur Stirling. Dans une analyse rigoureuse, les trois équations de conservation sont résolues simultanément. Dans une analyse approchée des hypothèses simplificatrices sont utilisées pour résoudre une des équations de conservation indépendamment des autres. Les deux équations restantes sont alors résolues simultanément par la méthode des caractéristiques (voir annexe L).

Dans le chapitre 3 on présentera la méthode de niveau 3 que nous avons retenue, avec les modifications qu'on a apportées, pour tester le moteur qu'on présentera au chapitre 2. Mais pour évaluer le régénérateur du LMEE on modifiera le modèle d'Organ qui lui est de niveau 4. Il sera également détaillé dans le chapitre 3.

1.3 Des exemples de réalisations et d'applications

1.3.1 Le ASC : un générateur électrique pour les sondes de la NASA

La NASA a développé des moteurs Stirling pour différentes applications spatiales. Des études ont été menées avec un chauffage de la tête chaude du moteur au moyen d'un collecteur solaire mais aussi avec une source de plutonium. Ici on présente le moteur **A**dvanced **S**tirling **C**onvertor (ASC) chauffé par une source de plutonium en tête chaude, partie supérieure sur la photo, la source n'est évidemment pas présente ici.

FIGURE 1.17 : Le ASC de Sunpower (Source : [9])

Dans le but d'améliorer le rendement des générateurs électriques, la NASA a lancé une étude sur l'ASC fabriqué par Sunpower et Rocketdyne. L'objectif de cette étude était d'augmenter la pression dans le moteur Stirling ainsi que la température de la tête chaude. Habituellement la tête chaude était faite en IN718 qui pouvait travailler à 650°C. Le matériau de remplacement envisagé était le MarM-247 à base nickel. Ce matériau a nécessité la mise au point de soudures par électrodéposition. Après des tests positifs cette étude a permi un fonctionnement du moteur à 850°C avec la mise en service à partir de 2005 du Marm-247. Il faut noter que la tête chaude dont la paroi est de 1 mm a nécessité, pour la tenue thermomécanique, une optimisation de la taille des grains de l'alliage (Wood, 2008, [61] ; Wong, 2012, [106] ; Schifer, 2012, [87] ; Oriti, 2011, [78], Cornell, 2011, [49], Williams, 2012, [105]).

1.3.2 Le MOD II : Un moteur pour automobile de General Motors

Le Stirling peut avoir un rendement élevé comparé à un MCI (Moteur à Combustion Interne) et il est possible de l'utiliser, sans être modifié, avec une grande gamme de carburants. Il est ainsi un candidat sérieux pour remplacer le moteur à combustion interne dans l'automobile. Cela a été étudié à la fin des années 70 et pendant les années 80.

FIGURE 1.18 : Le MOD II de General Motors et une Opel qui en est motorisée
Source : http ://blog.hemmings.com/index.php/2009/01/27/nasa-gets-spiritual-and-drops-stirling-engines-in-some-odd-vehicles/

En 1986 un rapport de la NASA fait le bilan des caractéristiques des moteurs Stirling destinés à l'automobile qui avaient été réalisés pour cela, à savoir le MOD I et le MOD II qui correspondent à deux étapes de développement d'un seul moteur. Le moteur utilisait de l'hydrogène sous pression comme gaz de travail. Il a été développé et fabriqué dans le cadre d'une collaboration entre la NASA et MTI (Mechanical Technology Incorporated). Le moteur MOD II pouvait atteindre un rendement de 38,5% (largement supérieur au MCI : actuellement 20-25% sur route et 33% en laboratoire) pour une puissance comparable au moteur à combustion interne de même taille (83,5 hp = 62,3 kW). Il consomme du carburant avec moins d'émission qu'un MCI par le fait qu'il brûle le carburant à l'extérieur du moteur et en continu, sans explosion. Il génère ainsi beaucoup moins de bruit en fonctionnement. Il en résulte qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser de pot catalytique ni de silencieux sur la ligne d'échappement.

Les problèmes techniques sont essentiellement liés au besoin d'une pression élevée (jusqu'à 15 MPa) qui nécessite des récipients volumineux et des joints spéciaux. Néanmoins il a été établi que le coût de production du aux effets d'échelle économique de production le rendrait compétitif avec les MCI. Malheureusement il n'a pas réussi à attirer les efforts d'investissement lourd de la part de l'industrie automobile principalement à cause de la faible maturité dans lequel il était encore, ainsi que du fait qu'il ne pouvait atteindre les vitesses de changement de régime dont sont capables les MCI. En effet, un moteur Stirling ne répond pas aussi rapidement aux besoins de changement de puissance comme un MCI et met du temps pour atteindre la pleine puissance quand elle est requise. De gros efforts peuvent être faits pour résoudre ce problème au moyen de systèmes de contrôle évolués en régulant la pression. Mais au dire des grands constructeurs automobiles comme GM, le marché « n'acceptera pas ça » malgré un gain de rendement et une réduction notable des émissions de polluants. De plus, le faible coût du pétrole et son abondance font que personne pour le moment n'aurait envie d'investir lourdement dans un moteur considéré comme « économiquement risqué ».

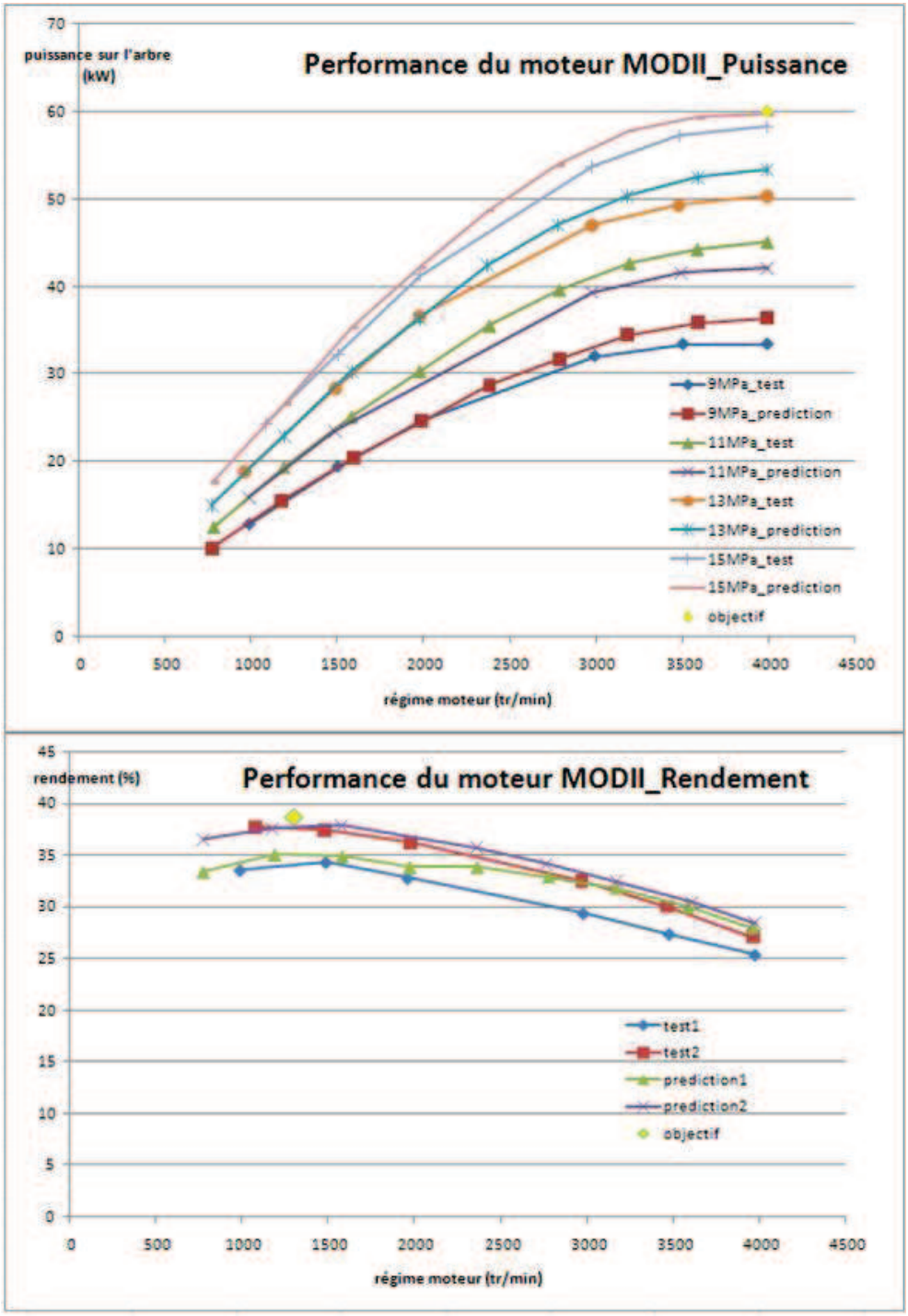


FIGURE 1.19 : Performance du MOD II de General Motors

Sur la figure 1.19 on peut voir que l'objectif de 38,5% de rendement avait été atteint. A titre de comparaison, les moteurs des automobiles sur le marché actuel (2014) ont un rendement qui varie entre 20 et 25%. Certains tests en laboratoire arrivent à 33% mais les conditions de test ne pourront jamais être transposées à la route.

Aujourd'hui confronté à notre avenir énergétique, l'analyse faite ci-dessus et issue du rapport de la NASA (Nightingale, 1986, [74]) doit être nuancée. Les ressources de carburant fossile finiront inexorablement par manquer et les premiers signes se font déjà sentir. Préserver ces ressources devient

aussi important que d'exploiter les ressources alternatives d'énergie. Le moteur Stirling est une des possibilités pour nous apprendre à nous passer des énergies fossiles étant donné qu'il peut utiliser n'importe quelle source de chaleur pour fonctionner y compris la biomasse et le solaire. Il devient évident que l'intérêt pour ce type de moteur va croître. L'enseignement que nous pouvons tirer de l'expérience du MOD II est qu'il est certainement plus judicieux d'utiliser un Stirling pour faire de la cogénération avant d'envisager son utilisation dans l'automobile. En effet, en cogénération un changement de régime rapide, et même un changement de régime n'est pas souhaitable, ce qui supprime une exigence à laquelle la technologie Stirling a du mal à répondre.

1.3.3 Le K508 : Un Stirling sur Mars

Le Stirling présenté ici n'est pas un exemple de moteur mais de pompe à chaleur basse température (« cryocooler » en anglais), domaine où le Stirling dépasse souvent ses concurrents. Ce Stirling sert à maintenir une ambiance de fonctionnement d'un capteur placé sur un rover qui a amarsi en 2012 pour une mission scientifique d'exploration planétaire.

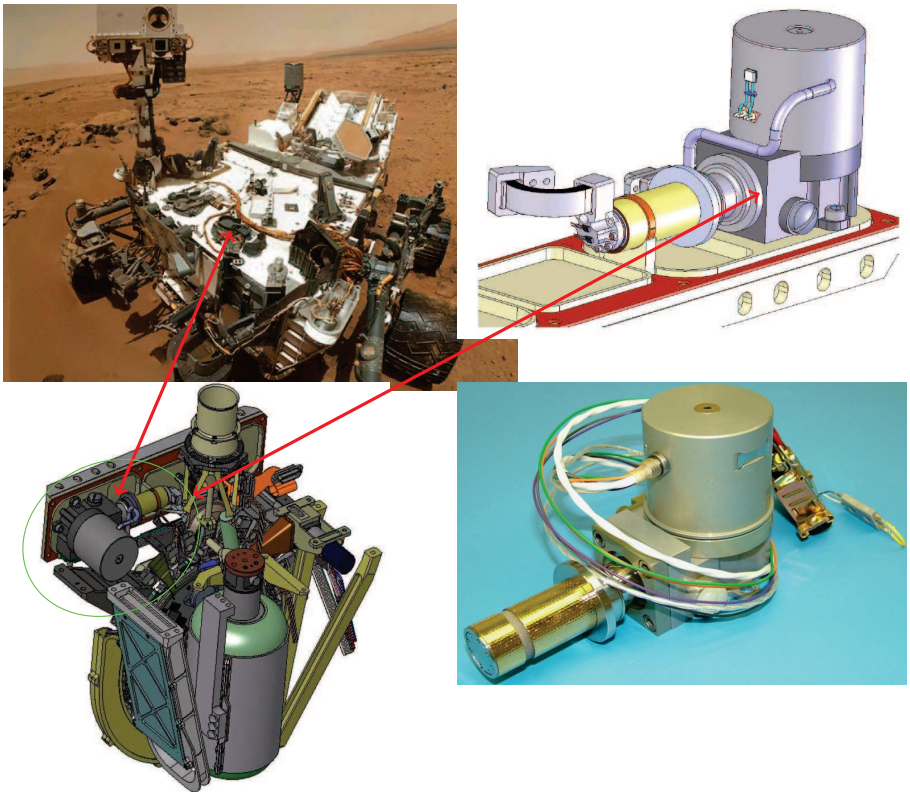


FIGURE 1.20 : Un Stirling sur Mars (Source : [10])

Le Rover Curiosity qui a amarsi le 8 Août 2012 était équipé du système CheMin qui permet de détecter les substances chimiques ainsi que les minéraux présents dans le sol. Le système CheMin est refroidi par un système de réfrigération cryogénique, le model K508 de la société RICOR (Johnson, 2008, [62]). Ce dernier est un système de type Stirling actionné par un moteur Brushless (c'est-à-dire sans « contact à charbon »).

Le domaine où le Stirling est le plus utilisé encore aujourd'hui est celui de la cryogénie. En ef-

fet un Stirling utilisé en pompe à chaleur à un **C**oefficient **O**f **P**erformance (COP) (voir annexe H) meilleur que celui de beaucoup d'autres technologies.

1.3.4 Un bilan des applications

Voici un tour d'horizon des applications pour avoir une vue d'ensemble de ce qui a été fait avec un moteur Stirling depuis près de 2 siècles. Ce tableau 1.1 n'est pas exhaustif et il ne doit surtout pas être figé : la cogénération Stirling n'aurait pas figuré dans ce tableau il y a 10 ans avec de réelles perspectives d'industrialisation. En particulier, l'idée originale de Gonzalo AMADO, ancien étudiant de l'Université d'Evry Val d'Essonne, dont il a eu la sympathie de me faire part en 2011 pendant son stage de fin d'étude, la propulsion Stirling de ballon dirigeable, pourrait très bien figurer dans le tableau 1.1 dans quelques années.

Les moteurs Stirling sont utilisés dans beaucoup de domaines malgré la méconnaissance qu'en a le public. Il s'agit ici de survoler les applications et non pas d'entrer dans une description détaillée du moteur et du système de chaque exemple. Il permet également de placer le contexte de la cogénération de cette thèse dans une vision applicative globale. On peut ainsi répertorier les usages suivants : Les numéros du tableau 1.1 correspondent aux numéros du descriptif suivant :

1. Un ventilateur de marque Ky-Ko a été fabriqué au Pakistan jusqu'en 1997. Il fonctionnait avec un Stirling chauffé à l'essence.

2. Cryogénie : On utilise dans ce cas la réversibilité du moteur Stirling afin de produire du froid de façon industrielle. On utilise ce procédé pour liquéfier des gaz.

3. Groupe électrogène : Développé et commercialisé par la société Philips après la seconde guerre mondiale, ce groupe avait une puissance de 150 watts.

4. Motorisation automobile : dans la période 1940-1980 pendant laquelle la société Philips étudiait les applications possibles du moteur Stirling, une de celles-ci a consisté à équiper une Ford Torino, mais cette réalisation ne fut pas commercialisée et le projet a été abandonné.

5. Le modèle ST-5 de la Société « Stirling Technology » est une application très demandée dans les pays en voie de développement. On envisageait même la fabrication du moteur sur place.

6. Loisirs : Il existe aujourd'hui de nombreuses maquettes propulsées par des Stirling (maquettes de bateaux en particulier).

7. Recherche et exploitation océanographique : le SAGA (Sous-marin d'Assistance à Grande Autonomie).

8. Sous-marin militaire suédois : le moteur sert de générateur auxiliaire. Il a été choisi pour son caractère silencieux. Le moteur Stirling a été intégré dans un système dit « AIP », le tout est développé par la société Kockums et est monté sur le sous-marin Nakem.

9. Bateaux de plaisance : le moteur Stirling commercialisé par la Société Whispergen permet de faire de la cogénération (production d'électricité et d'eau chaude) à bord d'un bateau ce qui permet un plus grand confort par le fait que le Stirling génère moins de bruit et de vibration qu'un groupe avec un moteur à combustion interne.

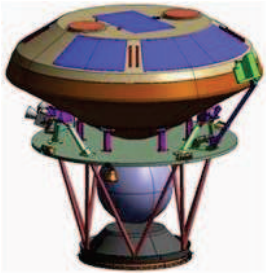
(1) Ventilateur	(2) Cryogénie	(3) Groupe électrogène
(4) Motorisation automobile	(5) Pompage d'eau	(6) Loisir
(7) Sous marin civil	(8) Sous-marin militaire	(9) Bateau de plaisance
(10) Électricité solaire centralisée	(11) Cogénération	(12) Recherche universitaire
		
(13) Application spatiale	(14)	(15)

TABLE 1.1 : Les applications du Stirling

10. Applications solaires : parabole réfléchissante concentrant les rayons du soleil au foyer de la parabole où est installé le moteur Stirling.

11. Cogénération : fourniture d'électricité et de chauffage dans l'habitat individuel.

12. Recherches universitaires : une dizaine d'universités dans le monde ont un banc de test pour étudier le Stirling en ayant développé leur propre moteur. Le micromoteur Stirling de l'université de Savoie montré ici est membranaire et fait appel aux nanotechnologies.

13. Domaine spatial : (publication du projet fin 2009). La sonde Titan Mare Explorer (TiME) à l'étude depuis deux ans par la NASA voguerait sur " Ligeia Mare ", une vaste étendue de méthane liquide située au pôle nord du satellite de Saturne. Lancement envisagé en janvier 2016 et amerrissage en juin 2023. TiME utilisera un générateur ASRG (Advanced Stirling Radioisotope Generator) utilisant du plutonium comme source d'énergie.

Le moteur Stirling a aussi servi de pompe à eau en agriculture et dans l'industrie, le premier moteur Stirling fabriqué, d'ailleurs selon les plans de Stirling lui-même a servi à cela. Les moteurs Stirling ont aussi servi à l'entraînement de machines diverses dont des gramophones et des pompes à eau pour aquarium.

1.4 La cogénération comme contexte d'étude

Après avoir vu tout ce qu'il est possible de faire avec un Stirling, on va décrire ici plus en détail l'utilisation qui concerne le LMEE à savoir la cogénération. Après une définition on comprendra la pertinence de ce choix applicatif au travers d'une description du contexte énergétique qui nous concerne tous aujourd'hui.

Si on connecte sur l'arbre de sortie d'un moteur Stirling un générateur électrique on peut alors convertir l'énergie mécanique du moteur en énergie électrique.

Au cours du fonctionnement du moteur, pour maintenir la tête froide à la température froide, par exemple à $T_{fr} = 15°C$, qui est la température de l'eau du robinet, il est nécessaire de maintenir un flux d'eau froide. Cette eau froide récupère les calories non converties en énergie mécanique et voit donc sa température s'élever. Si les réglages sont adaptés on peut récupérer en sortie de tête froide une eau à $50°C$, ou plus encore. C'est sur ce principe de fonctionnement qu'est basée ce qu'on appelle la « cogénération » : au cours d'un processus unique et à partir d'une source d'énergie unique, on obtient deux formes d'énergies utiles, ici de l'eau chaude pour le chauffage de la maison et de l'électricité. On peut également envisager de produire de l'ECS (Eau Chaude Sanitaire).

C'est peut-être par le contexte de la cogénération que le moteur Stirling va « enfin » être produit à l'échelle industrielle. « Enfin » car depuis presque deux siècles, de 1816, année du dépôt du brevet par le révérend Robert STIRLING a aujourd'hui 2014, par une succession de circonstances malheureuses pour cette machine, ce moteur Stirling n'a jamais été produit en grande série. Mise à part pour des applications de cryogénie où ce moteur n'est produit qu'à quelques milliers d'exemplaires dans le monde ce chiffre est faible en comparaison à la centaine de millions d'exemplaires de moteurs à combustion interne produits par an, toutes applications confondues.

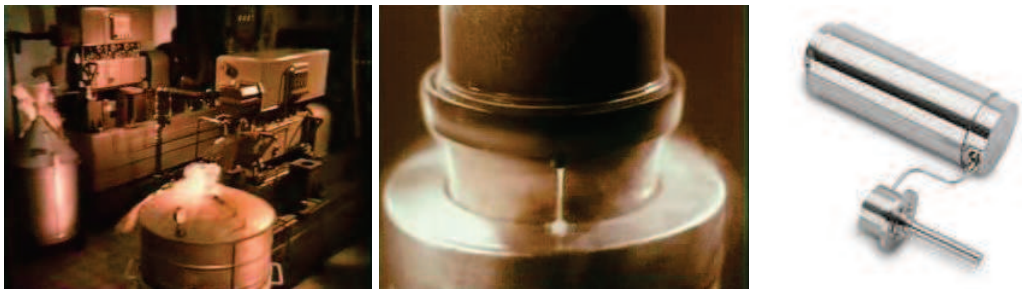


FIGURE 1.21 : Le Stirling et la cryogénie (Source : [11] et [14])

Sur la figure 1.21 on peut voir qu'en 1949 Philips développait des Stirling pour liquéfier l'air (-200°C). Sur l'image du milieu on voit l'azote ou l'oxygène s'écouler. La dernière photographie présente un système de réfrigération (cryocooler en anglais) : ce modèle SX095 de la société allemande AIM permet de maintenir à 77 K le capteur d'une caméra infrarouge

Si on pense que la cogénération est le moyen pour le moteur Stirling de passer à l'échelle industrielle c'est par l'ampleur de la politique de développement durable, résultat d'une prise de conscience qui se propage un peu partout dans le monde. La situation énergétique difficile actuelle va la justifier car il ne faut surtout pas sous estimer l'ampleur de cette crise même si pour le moment nous n'en ressentons, avec l'augmentation des prix du gaz et du litre d'essence, que les premiers effets (période 2008-2012). En 2008, année de la crise financière, on a constaté qu'en parallèle à cette dernière émergeait une seconde crise de nature différente ; prévue depuis longtemps, la crise concernant l'énergie fossile qu'est le pétrole. Cette raréfaction du pétrole est maintenant réellement amorcée : le prix du baril de pétrole ne redescendra plus sur le long terme, même s'il est redescendu après avoir atteint un niveau record de 147 $ pendant l'année 2008 (site web, [30]) (prix du baril de pétrole 29 octobre 2012 : 85,91 $ (site web, [7])).

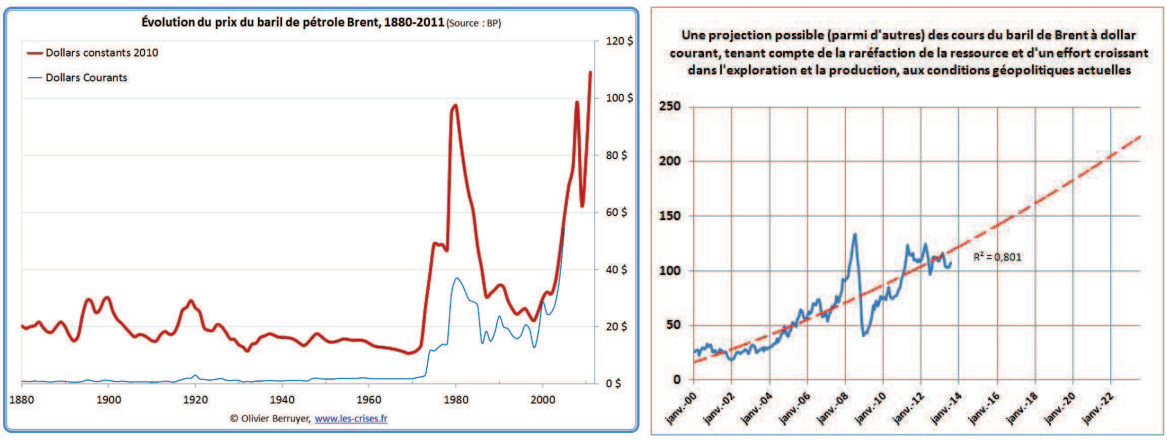


FIGURE 1.22 : Prix du baril de pétrole de 1880 à 2011 (site web, [25]) et projection possible pour l'avenir proche (site web, [34])

La demande ne cesse de rattraper l'offre à un niveau tel, que depuis début 2012 le gaz de schiste commence à être exploité un peu partout dans le monde. C'était pourtant encore un sujet très polémique en 2010 au point qu'il a fallu l'intervention du président américain Barack OBAMA pour influer sur l'opinion publique, le 6 septembre 2010, il a annoncé que le gaz de schiste permettra de « diminuer de

moitié d'ici à 2020 nos importations de pétrole et de créer plus de 600 000 emplois »(site web, [17]).

L'exploitation du gaz de schiste consiste à l'injection d'un mélange d'eau, de sable et de détergents à une pression de 600 bars pour créer des fissures dans la roche mère et libérer le gaz qui remonte à la surface (site web, [26]). Il présente davantage de risques pour l'environnement que l'exploitation du gaz conventionnel, note le cabinet de conseil AEA chargé du rapport sur les incidences environnementales et la santé par la Commission européenne (site web, [26]). L'ampleur de ce déséquilibre reste à quantifier mais notre ignorance sur ce point n'a pas empêché certains à commencer ce type d'extraction. Même si la technique évolue, les conséquences sont difficilement prévisibles. La crise énergétique conduit certaines nations à des actes, semble-t-il, précipités. La France en 2014 résiste toujours mais pour combien de temps ?

Même s'il déplore déjà des conséquences écologiques importantes sur son propre territoire cela n'arrête pas le gouvernement américain. Un rapport de l'EPA (agence fédérale américaine de protection de l'environnement) recense déjà plus de 40 types différents de pollution directement attribuables à l'exploitation du gaz de schiste comme la contamination de l'eau potable aux hydrocarbures ou encore l'accumulation de méthane dans une maison qui a conduit à son explosion (site web, [24]).

Les faits exposés ci-dessus semblent signifier que le gaz de schiste est une voie qu'il faut condamner. Toutefois avec l'interview d'un expert de l'Institut Français du Pétrole (nommé maintenant « IFP Energies Nouvelles ») la position, plus juste, à adopter est la suivante : fracturer la roche est une technique connue à peu près depuis que le pétrole a été découvert. Cela se fait sur l'échelle du millimètre et semble perturber de façon négligeable la structure du sol. Si cela est fait dans les règles de l'art, à au moins 500 m de profondeur, l'impact en surface est nul. Il faut ajouter à cela des études qui permettent de s'assurer de la valeur de certains paramètres qu'on ne veut pas voir dépasser des seuils en fonction du niveau de sécurité souhaité. Par exemple, les valeurs seuils pour la densité de population qu'on rencontre en France aux endroits où il faudrait installer les sites d'extraction, empêchent l'exploitation d'une grande partie des sites.

Ainsi l'actualité nous montre les conséquences d'actes de certaines firmes qui ne respectent pas les règles d'une activité qui, lorsqu'elle est faite de façon professionnelle, n'est pas plus dangereuse que toute autre activité humaine.

Mais même enrichi de cette précieuse connaissance qui nous évite d'entrer dans toute polémique et qui permet de conclure qu'il y aura des endroits où il sera judicieux d'exploiter le gaz de schiste et à d'autres où il faudra l'éviter, il ne faut pas oublier le problème central : en exploitant le gaz de schiste, on ne fait que retarder l'échéance inévitable d'une carence en énergie fossile. Enfin, pour conclure avec RIFKIN (Rifkin, 2012, [86]) il s'agit désormais de ne pas perdre de temps en maintenant notre dépendance à l'énergie de la seconde révolution et d'entrer de plein pied dans la troisième révolution industrielle.

Cette actualité montre à quel point l'objet de cette thèse et le projet BATIMAC sont pertinents puisqu'ainsi on participe à l'entrée dans la troisième révolution industrielle.

Au début du mois d'Octobre 2014 les économistes américains étaient optimistes concernant la relance économique aux USA car ils annonçaient qu'après 8 milliards de dollars injectés dans l'exploitation du gaz de schiste, les États-Unis ont une perspective à court terme d'autonomie en ressources fossiles. On peut alors penser avec eux, que l'utilisation de Stirling pour la cogénération à des fins de préservation

des ressources fossiles est prématurée puisque le marché de l'énergie va se stabiliser ce qui ne justifie plus de faire des efforts dans ce domaine.

Evidemment, conclure cela est erroné et ceux qui le font n'ont soit pas encore lu RIFKIN soit n'en n'ont pas intégré toute la subtilité ou encore leur seul intérêt est d'ordre financier. En effet, il faut penser « mondialisation » avec tous ses bénéfices mais également ses inconvénients. Or pour que chacun puisse bénéficier des avantages de nos sociétés modernes et cela de façon *durable*, il est impératif de gérer le problème de la pollution issue de nos activités. Cela commence par réduire la production des gaz à effet de serre et donc d'utiliser de façon plus efficace les ressources fossiles : une voie possible pour cela est la cogénération et en particulier la cogénération à base de moteurs Stirling.

Dans ce domaine beaucoup de réalisations ont déjà été concrétisées mais pas tout à fait comme on souhaite le faire au sein du LMEE.

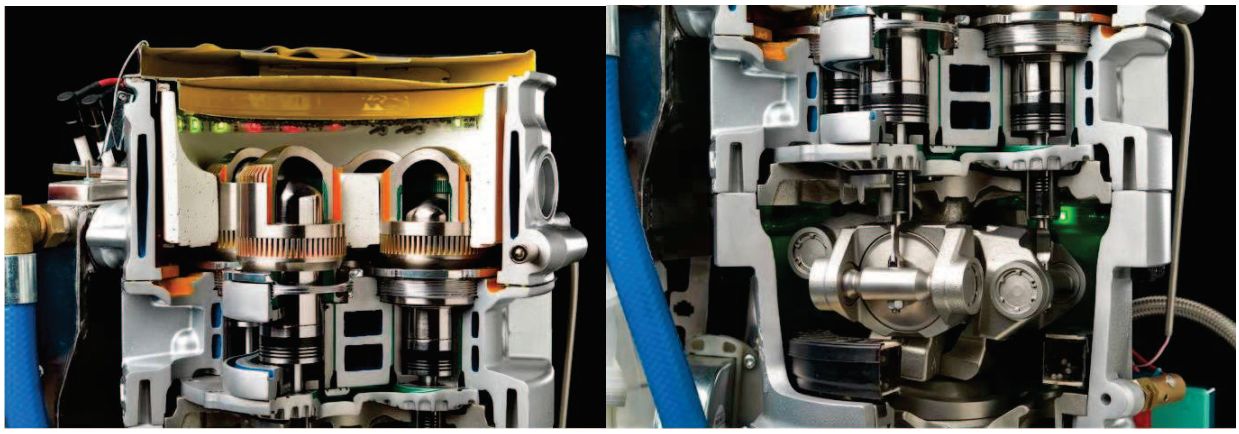
On donne ici un exemple complémentaire par rapport à ceux qui ont été donnés précédemment, mais l'exemple de Whispergen ici est beaucoup plus proche de ce qu'on souhaite faire au LMEE.

Sur la figure 1.23 on trouve un exemple de système à base de moteur Stirling destiné à une utilisation en cogénération. Ce système utilise comme source d'énergie primaire le gaz de ville et produit de la chaleur et de l'électricité pour une maison individuelle de taille moyenne.

Source d'énergie primaire : Gaz naturel
Production de chaleur : de 7,5 à 14,5 kW
Production d'électricité : 1 kW
Consommation électrique : de 11 à 60W
Rendement énergétique : 96 %
Réduction d'émission de CO2 : 1 tonne/famille/an
Dimensions : largeur 49,1 cm, hauteur 83,8 cm, profondeur 56,3 cm
Poids : 142 kg
Niveau de bruit maximal : 46 db
Sortie de chaleur nominale à 60-80ºC : de 7,5 à 8,3 kW
Sortie de chaleur avec brûleur auxiliaire à 60-80ºC : de 13,2 à 14,5 kW
Distribué en France par la société « Cogentec » (site web, [33])

FIGURE 1.23 : Système de micro-cogénération Whispergen, ses caractéristiques et un exemple d'intégration dans une maison.

Sur le site de Whispergen (site web, [33]) on peut également trouver des détails du moteur qui constitue le coeur de leur système. C'est un moteur à quatres cylindres double action coordonnés par un embiellage appelé en anglais un Wobble plate, littéralement traduit par « Plateau basculant » dont on trouvera un schéma de principe sur la figure 1.25.
La proximité qu'exige les pistons pour une question de performance thermique et la compacité qu'exige une enceinte sous forte pression ont conduit les concepteurs de moteur Stirling à utiliser un ensemble cinématique différent du classique « vilebrequin + bielles ». Comme on peut le voir sur la figure 1.24 un wobble-plate convertit le mouvement de translation des pistons en mouvement rotatif du générateur électrique.



(a) Tête chaude du moteur de Whispergen (b) Embiellage du moteur de Whispergen

FIGURE 1.24 : Détails du moteur de Whispergen (Source : [32])

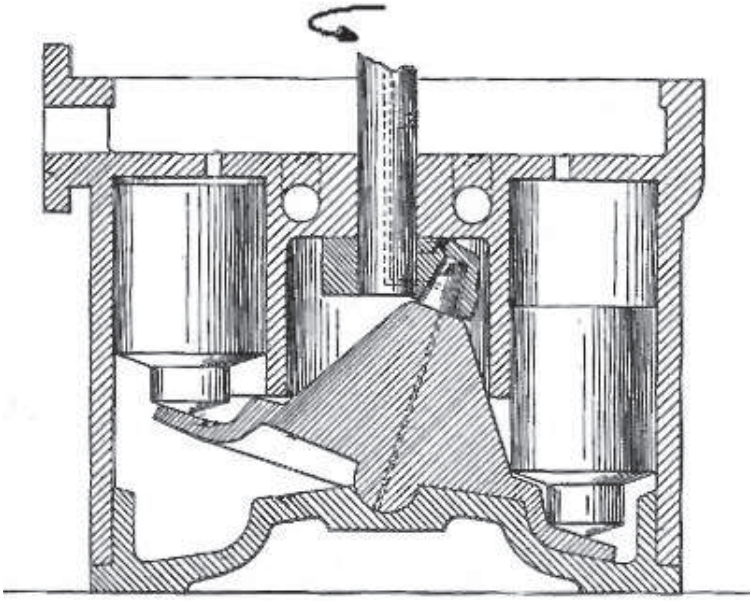


FIGURE 1.25 : Schéma illustrant le principe de fonctionnement du Wobble-plate : le cône central n'effectue pas de rotation et pivote sur sa partie inférieure hémisphérique

On peut trouver une animation du schéma de principe de wobble-plate sur le site (site web, [18]).

Si le système Whispergen (on trouvera l'histoire de Whispergen en annexe M) est proche de ce que l'on souhaite faire, il ne remplit pas pour autant tous les critères que nous nous sommes imposés. Le système Whispergen consomme du gaz comme énergie primaire alors que nous souhaitons faire du solaire, c'est à dire convertir l'énergie lumineuse solaire en énergie électrique et énergie calorifique. En fait, nous souhaitons faire un **S**tirling **S**olaire **C**ogénératif **D**écentralisé (SSCD). Aucun acteur contemporain n'a de projet réunissant tous ces critères : Whispergen fait de la cogénération mais à partir de gaz, le projet de Sunmachine qu'on verra sur la figure 1.27 fait de l'électricité décentralisée à partir de l'énergie solaire mais ne fait pas de cogénération. La société BSR Solar (en fait « BSR Solar Technologies GmbH ») qui fait partie du groupe Bomin Solar propose un Stirling de type gamma

basse température, bon candidat pour la cogénération. On trouve un exemple de leurs réalisations sur la figure 1.26.

FIGURE 1.26 : Stirling solaire de la société BSR Solar (Source : [19])

BSR Solar (Allemagne) est une société pionnière pour les technologies solaires en Europe depuis 30 ans (site web, [20]).

Un exemple de Stirling cogénératif sur le marché contemporain (2014) est donné avec un moteur alpha d'une cylindrée de 520 cm^3 a été adapté à la micro-cogénération par la société allemande : MAB-entreprise (site web, [27]). Elle commercialise un dispositif « Sunmachine PELLET » fonctionnant au moyen de granulés de bois présentant un rendement global chaleur + électricité voisin de 90 % : 4,5 à 10,5 kW de chaleur et 1,5 à 3 kW d'électricité. Le réservoir à granulés dispose d'une capacité de 80 litres correspondant à 24 h d'autonomie. Le moteur est un bicylindre travaillant sous azote à 33 bars, vitesse de rotation 500 à 1000 tr/min. La garantie porte sur 80000 heures de fonctionnement. Le coût s'établit à 24000 € (Guilh, 2007, [56]). Mais ce produit est actuellement arrêté d'après le site internet (site web, [21]). La même société MAB-entreprise commercialisait également un système de captation d'énergie solaire intégrant un moteur Stirling en son foyer, « Sunmachine SOLAIRE ». La parabole de 4,5 m de diamètre fonctionne jusqu'à des vents de 150 km/h puis se met en sécurité au delà.

FIGURE 1.27 : Les systèmes Sunmachine-PELLET et Sunmachine-SOLAIRE (Source : [22])

Mais comme on l'a dit, les systèmes Sunmachine-PELLET et Sunmachine-SOLAIRE étaient commercialisés par la société MAB-entreprise mais ces systèmes ne sont actuellement plus disponibles. On ne sait pas si la société existe toujours.

Même si on ne trouve pas de SSCD aujourd'hui sur le marché l'idée et la réalisation d'un système de production décentralisé solaire n'est pas récente : Sur la figure 1.28 on montre un système qui convertit l'énergie solaire en puissance mécanique au moyen d'un moteur Stirling et commercialisé en 1876 par... Ericsson !

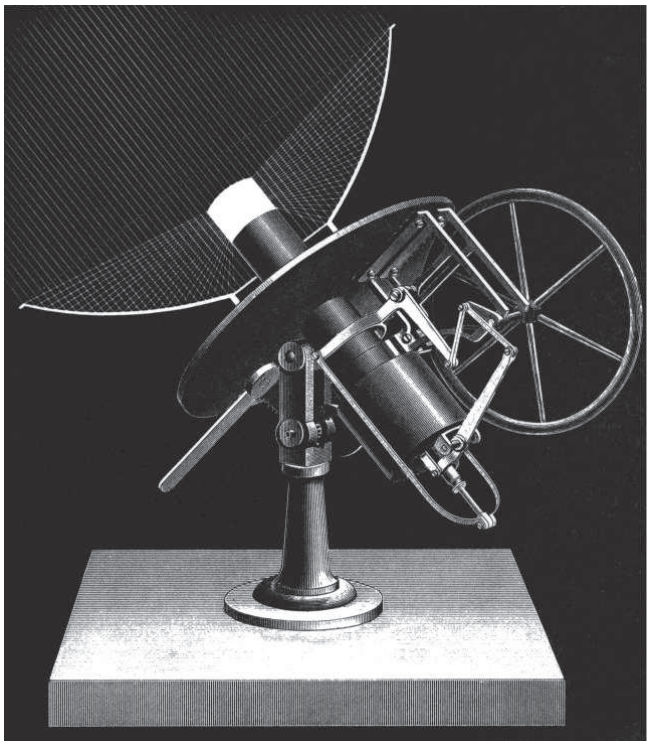


FIGURE 1.28 : Un SSCD de 1872 par Ericsson (Source : [16])

Ce système comprenant un moteur solaire conçu et commercialisé par Ericsson, fabriqué à New-York en 1872 fut vendu à plus de 1000 exemplaires et permettait d'actionner des pompes à eau pour irriguer les champs aux États-Unis. Malheureusement le succès fut de courte durée à cause de l'arrivée sur le marché d'un nouveau moteur pour l'époque, le moteur de l'ingénieur Diesel. Plus puissant et plus souple d'utilisation il détrôna son prédécesseur pour l'irrigation des champs.

Les publications concernant la cogénération à base de moteur Stirling montrent la pertinence de l'utilisation d'une telle machine pour un projet de développement durable et certaines montrent que l'idée n'est pas nouvelle : Kong, 2004, [64] ; Thier, 2010, [96] ; Bouvenot, 2014, [44] ; Renzi, 2014, [85] ; Cacabelos, 2014, [45] ; Cardozo, 2014, [46].

1.5 Difficultés de la conception d'un moteur Stirling

Les difficultés dans la réalisation d'un Stirling sont nombreuses mais certaines sont systématiques et propre au Stirling. L'architecture présentée au chapitre 2 paragraphe 2.3 intègre des solutions qui correspondent à plusieurs de ces difficultés que l'on va voir maintenant en détail. Mais on s'arrêtera en particulier sur l'une d'elle qui va être le sujet central de cette thèse, à savoir le régénérateur et son efficacité.

Les difficultés principales sont :

1. Le choix des matériaux ;
2. L'étanchéité du moteur ;
3. le gaz de travail ;
4. Les échangeurs thermiques chaud et froid ;
5. Les volumes morts ;
6. Le régénérateur ;
7. L'embiellage.

Avant de passer en revue certaines de ces difficultés on va expliquer ici que c'est bien sur la partie thermique du projet de cogénération qu'il faut faire des efforts et en améliorer les performances.

1.5.1 Point faible du système de cogénération : la machine thermique

On montre ici que pour le système de cogénération du projet BATIMAC sur lequel on travail c'est bien sur le rendement du moteur Stirling qu'il faut travailler et non pas sur le générateur électrique.

Le moteur Stirling est un convertisseur d'énergie thermique en énergie mécanique et, en série, le générateur électrique, un alternateur, linéaire ou rotatif, dit « le générateur électrique » est un convertisseur d'énergie mécanique en énergie électrique.

L'ensemble $moteur + générateur$ a un rendement total appelé « rendement système » :

$$\eta_{système} \equiv \eta_{sys} = \eta_{moteur} \cdot \eta_{générateur} \equiv \eta_{th} \cdot \eta_{el} \qquad [1.1]$$

Si on utilise comme rendement de chaque élément des valeurs couramment rencontrées en ce qui les concerne soit : $\eta_{th} = 0,3$ et $\eta_{el} = 0,9$, on se place sur la figure 1.29, pour le rendement du système, au niveau du petit cube noir.

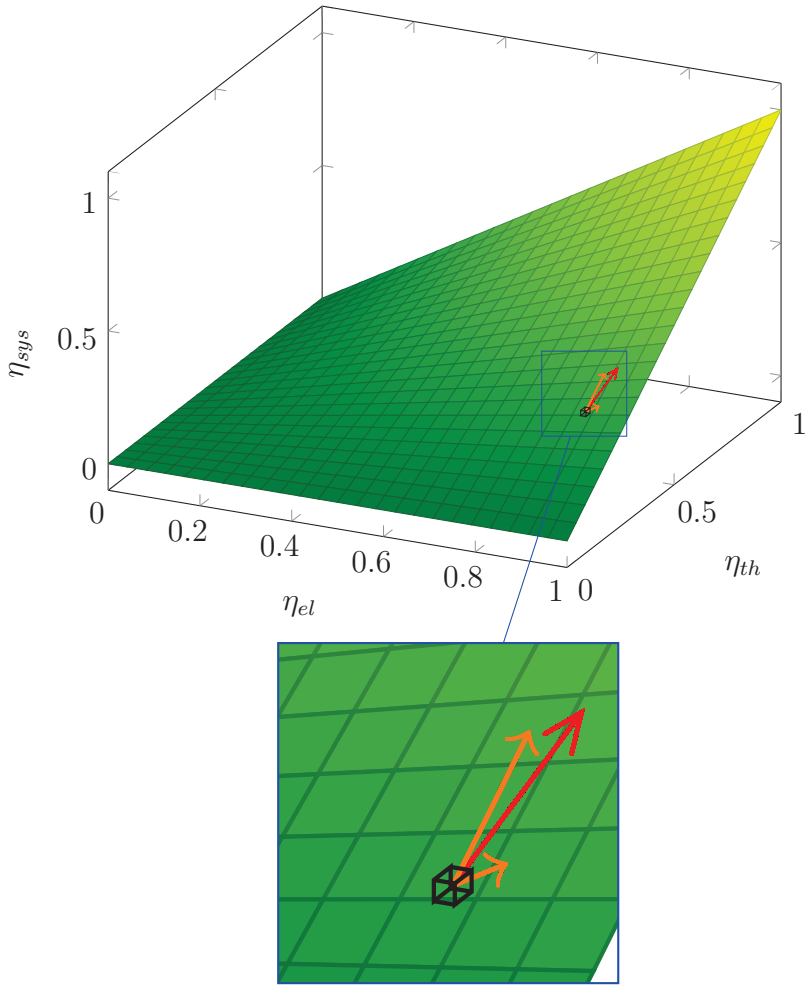


FIGURE 1.29 : Rendement de l'ensemble en série $moteur + générateur$.

On voit alors, que la pente est plus importante selon l'axe ηth que selon l'axe ηth, donc une amélioration du rendement thermique depuis cette configuration aura trois fois plus d'effet sur le rendement global que d'investir des efforts pour améliorer le rendement électrique. Ce sont les composantes du gradient sur la figure 1.29 qui indiquent sur quelle paramètre il faut travailler et non pas les valeurs atteintes actuellement pour les rendements de chaque composante.

1.5.2 L'étanchéité du moteur et le gaz de travail

La puissance spécifique est un des « handicap » connu du moteur Stirling. Ainsi il faudra dessiner un moteur fonctionnant sous pression élevée, plus de 20 bars, pour atteindre l'objectif de puissance spécifique du projet BATIMAC si on ne souhaite pas avoir un système de grande taille. En effet une taille imposante serait une caractéristique qui empêcherait notre but premier : l'industrialisation d'un système de cogénération pour le particulier.

L'objectif du projet BATIMAC comme pour tous les projets de moteur Stirling en cogénération est d'atteindre un rapport poids/puissance de $1\ kW \cdot kg$. Ce chiffre est un repère fixé par les systèmes de cogénération utilisant une autre technologie qu'un moteur Stirling. A titre d'exemple on peut voir

sur la figure 1.30 le rapport poids/puissance des MCI qui sont en dessous de 1 kg/kW depuis plus de 40 ans.

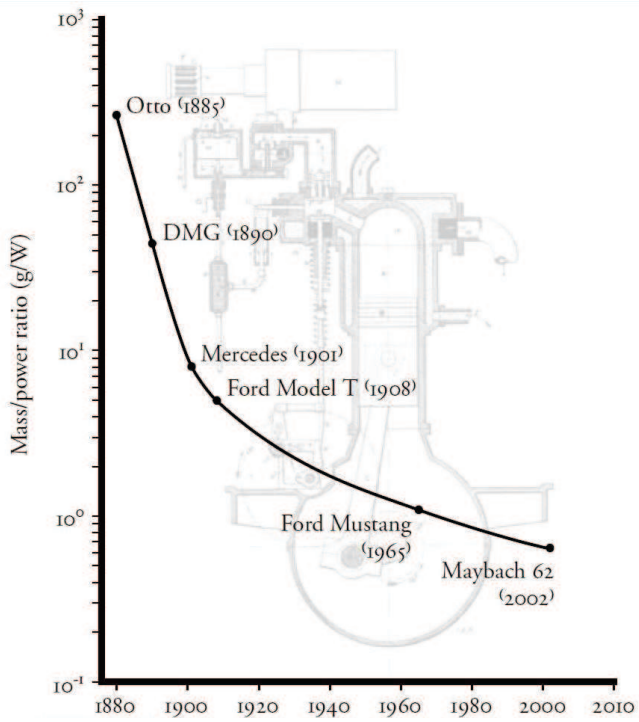


FIGURE 1.30 : Evolution de la masse spécifique des moteurs automobiles

Sur la figure 1.30 on peut suivre l'évolution du rapport poids/puissance du MCI destiné à l'automobile depuis son invention. Pendant les trois premières décennies de son développement le MCI a connu une amélioration rapide de son rapport poids/puissance puis cela a été suivi d'une évolution plus lente après la seconde guerre mondiale. Le tracé est réalisé avec une large variété de moteurs.

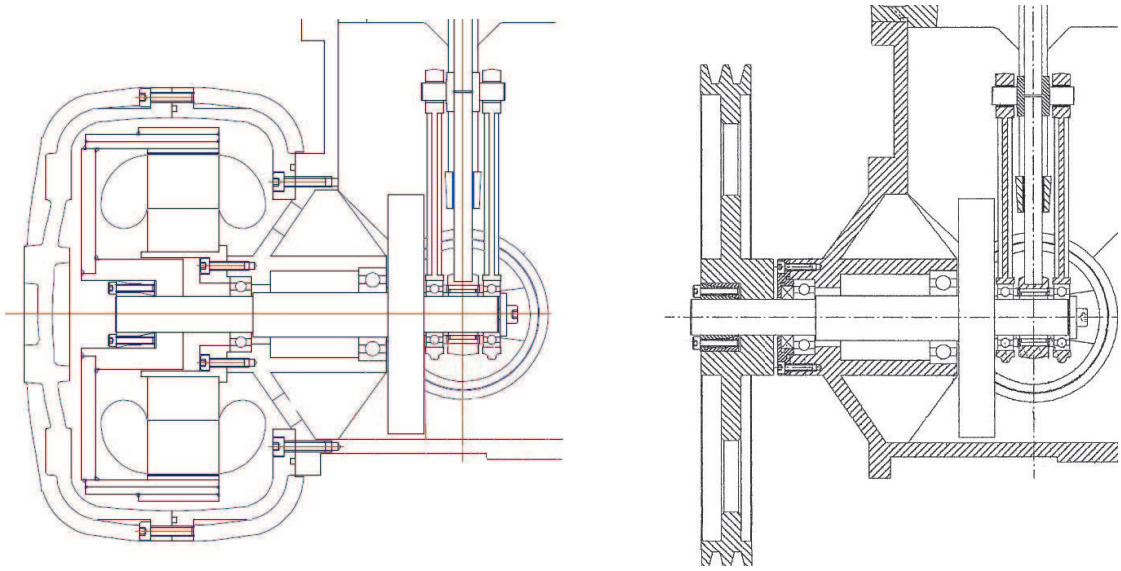
Au cours de l'explosion du mélange dans un MCI est produit une pression très élevée dans la chambre de combustion du moteur, 110 bars (Pulkrabek, 2003, [83]), puis cette pression diminue très rapidement jusqu'au cycle suivant. Dans un moteur Stirling on souhaite maintenir une pression permanente dans le moteur. La problématique de l'étanchéité du moteur n'est donc pas du tout la même que pour un MCI.

Lorsqu'on réalise un moteur dont on veut exploiter la puissance mécanique, on le fait au moyen d'un élément de transmission qui traverse le carter moteur, on réalise pour cela une liaison pivot par exemple, entre l'élément de transmission et le carter.

Avec l'utilisation qu'on envisage du moteur Stirling, la pressurisation n'est pas un problème du même ordre de difficulté qu'avec l'automobile ou il est utilisé comme moyen de propulsion et donc impose au moins une liaison pivot. En effet si le vilebrequin entraîne un générateur électrique et que la seule sortie du système est de la puissance électrique on a une liaison entre le caisson de pressurisation et la sortie de puissance qui est statique puisque la puissance électrique sort par un cable sans mouvement. Ce type de liaison est classique dans l'industrie et les fuites gazeuses sont bien moindres qu'avec la liaison pivot évoquée précédemment. La cogénération est un contexte qui nous soustrait à ce problème difficile à résoudre et un remplissage d'appoint qui, au court de maintenance

du système, suffira à compenser les pertes.

Sur la figure 1.31 on peut comparer la liaison pivot avec la liaison statique d'une sortie de puissance électrique.



(a) Liaison statique d'une sortie de puissance électrique

(b) Liaison pivot d'une sortie de puissance mécanique

FIGURE 1.31 : Comparaison entre sortie de puissance électrique et une sortie de puissance mécanique

Sur la partie droite des figures 1.31a et 1.31b on peut remarquer que le moteur est le même : on en voit l'embiellage et le carter moteur.

Ainsi la figure 1.31 permet de comparer, pour un même moteur, la différence architecturale qu'implique une sortie de puissance électrique de la figure 1.31a par rapport à une sortie de puissance mécanique de la figure 1.31b : le fait d'insérer dans l'enceinte étanche du moteur un générateur électrique lui même inséré dans un carter qui vient compléter celui du moteur, il est possible d'avoir une liaison statique qui permet d'envisager un système ayant des fuites d'un niveau beaucoup plus faible que lorsque le carter comporte une liaison pivot.

1.5.3 Les volumes morts

Depuis l'analyse de Schmidt de 1871 [102] on sait que les volumes morts ont un impact négatif sur le rendement du moteur Stirling.

Dans son dernier livre [77], Organ rappelle toutefois une nuance importante : il rappelle que ce ne sont pas les volumes morts qui importent mais les ratios des volumes morts par rapport au volume de détente et de compression. Et si cette erreur d'interprétation est venue jusqu'à nous c'est aussi en partie du à Finkelstein pourtant référence de rigueur.

Même si cette remarque est importante sur le plan théorique cela est peu significatif pour le moteur qu'on souhaite développer ici : puisque la cylindrée est de l'ordre du litre, il est intéressant de

réduire les volumes morts qui peuvent être du même ordre de grandeur. Par exemple dans Timouni, 2007, [110] on donne les volumes du GPU-3 (Ground Power Unit), un moteur de General Motors dédié à une utilisation militaire comme groupe électrogène. Ce moteur sous une pression de 69 bars rempli à l'hydrogène produisait 8,95 kW de puissance mécanique à 3600 tour/min.

Le volume maximale dans le moteur, d'après le tableau 1.2 est de $293,16\ cm^3$ à comparer aux volumes morts de $135,23\ cm^3$. On voit clairement que les volumes morts ne sont pas négligeables avec une architecture classique pour moteur d'un niveau de puissance équivalent à ce que l'on cherche à obtenir. Une amélioration sera donc à réaliser à ce niveau.

FIGURE 1.32 : Le GPU-3 de General Motor (Source : [2])

Volume mort de l'espace de compression	28,68 cm^3
Volume mort de l'espace de détente	30,52 cm^3
Volume balayé de l'espace de compression	113,14 cm^3
Volume balayé de l'espace de détente	120,82 cm^3
Volume de la tête chaude	70,88 cm^3
Volume de la tête froide	13,8 cm^3
Volume gazeux du régénérateur	50,55 cm^3

TABLE 1.2 : Les volumes internes du GPU-3

1.5.4 L'embiellage et le déphasage

On définit par embiellage les éléments mécaniques mobiles qui interviennent pour transformer le mouvement linéaire oscillant des pistons en un mouvement circulaire. Par exemple dans une architecture de moteur classique, ce sera l'ensemble des bielles et du vilebrequin. Cet ensemble dit « classique » ne permet pas, contrairement à l'idée reçue, de réaliser un mouvement sinusoïdal des pistons. Si r_m est le rayon de manivelle, c'est à dire la longueur du bras de manivelle et L_b la longueur de la bielle, alors le mouvement est proche du mouvement sinusoïdal si $L_b \to +\infty$ comme l'illustre les figures 1.33 et 1.34) :

L_b=Longueur de bielle et r_m = rayon de manivelle.
Sur la figure 1.33 on a : $L_b = 5,5 \times r_m$ et sur la figure 1.34 on a : $L_b = 1,5 \times r_m$. Le mouvement s'écarte notablement de l'harmonique sur la figure 1.34.

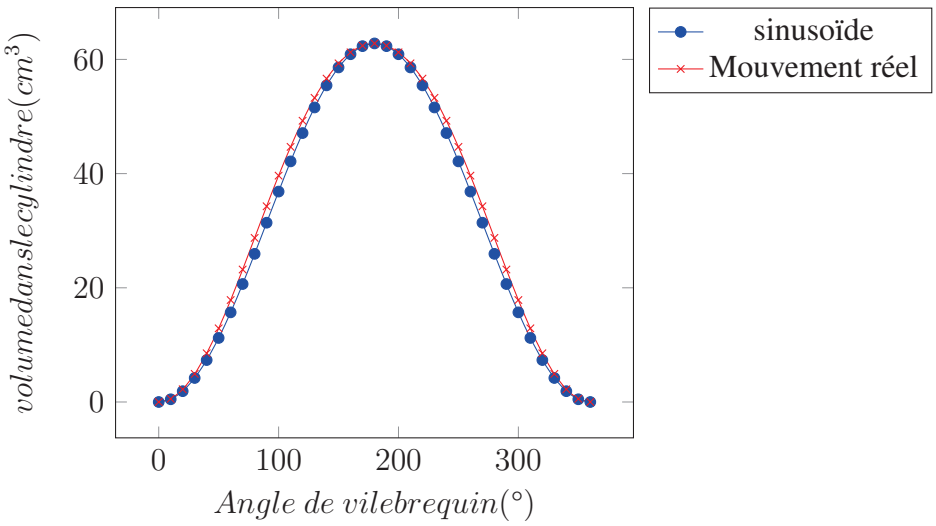


FIGURE 1.33 : Cinématique d'un piston où $L_b = 5,5 \times r_m$

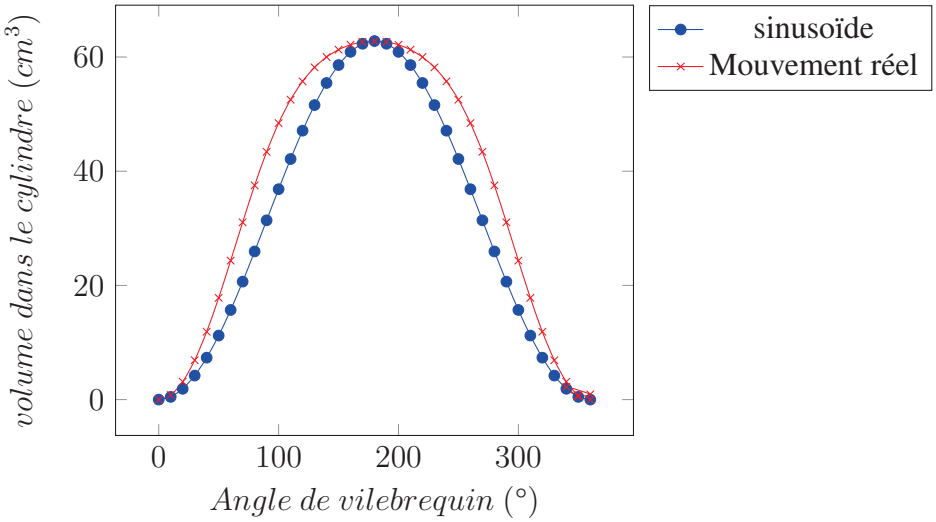


FIGURE 1.34 : Cinématique d'un piston où $L_b = 1,5 \times r_m$

Les équations de mouvement des pistons déplaceur et de travail donnent des lois d'évolutions des volumes de compression et de détente en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin. On a choisi une origine des angles telle que si $\theta = 0$ le volume de compression est maximal : $V_c = V_{cm} + V_{cbal}$ et le volume de détente est minimal : si $\delta = 0$ alors $V_d = V_{dm}$.

Les signes ont été choisis tels que pour $\delta > 0$ le déplaceur est en retard : la compression commence alors que le déplaceur n'a pas terminé le déplacement du cycle précédent.

On obtient ainsi :

$$V_c = V_{cm} + S_c(L_c + r_c) + S_c r_c cos(\theta) - S_c\sqrt{L_c^2 - r_c^2 sin^2(\theta)} \quad [1.2]$$

$$V_d = V_{dm} + S_d(L_d + r_d) - S_d r_d cos(\theta - \delta) - S_d\sqrt{L_d^2 - r_d^2 sin^2(\theta - \delta)} \quad [1.3]$$

Cet écart entre la cinématique réelle et l'harmonique n'est pas forcément un problème. Le problème est que cet ensemble mécanique d'embiellage dit classique oblige un chevauchement des cinématiques comme l'illustre la figure 1.35. Sur cette figure est représentée la cinématique idéale des pistons qui permet, sur le plan cinématique, d'atteindre le cycle de Stirling et donc le rendement de Carnot. Le chevauchement décrit avec les équations 1.2 et 1.3 va réduire la surface du Cycle de Stirling dans le diagramme de Clapeyron et inexorablement réduire le rendement de la machine. On proposera dans le paragraphe 2.3.2 une solution qui pourrait partiellement résoudre ce problème : on peut dire que par la cinématique on cherche à *Carnotiser* (ce terme est emprunté à M. Klutchenko) le cycle de Stirling, dans le sens où cette cinématique va s'approcher de la cinématique idéale qui correspond au diagramme de Clapeyron de la figure 1.8.

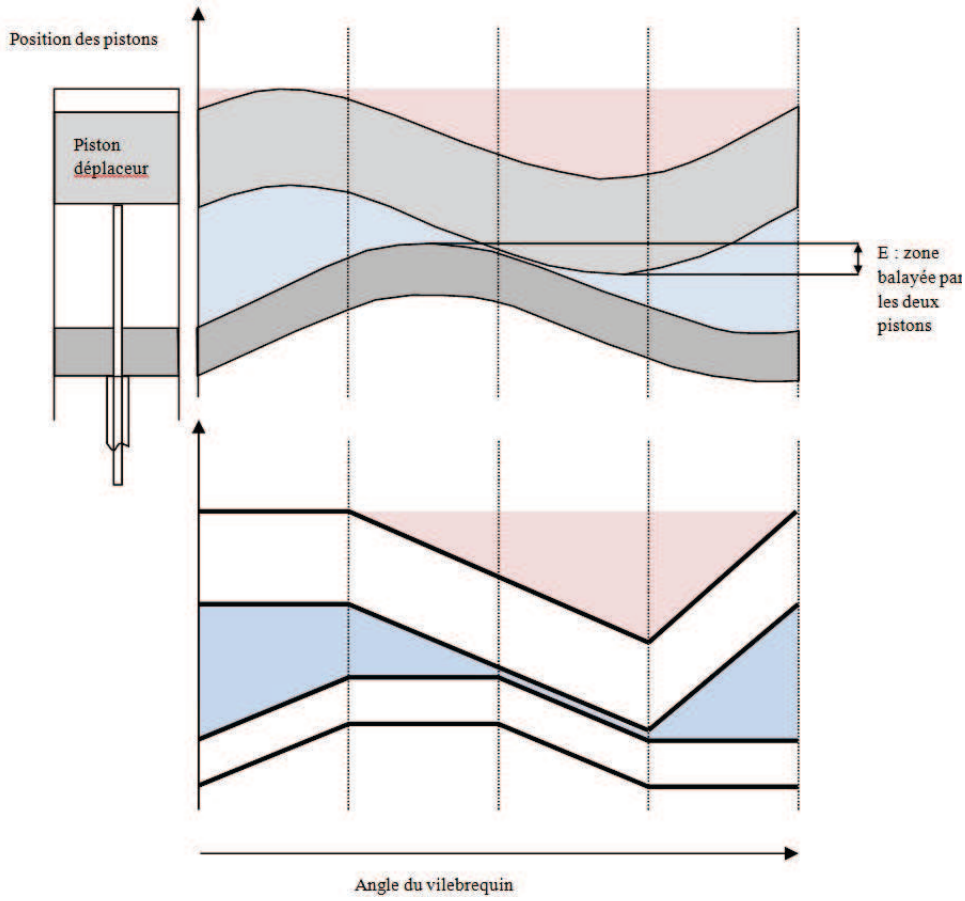


FIGURE 1.35 : Mouvement réel et mouvement idéal des pistons pour un Stirling

Avec un embiellage classique, bielles et vilebrequin ; le mouvement réel est associé à un chevauchement des 4 temps du cycle Stirling défini précédemment.

Mais il y a plus encore concernant l'embiellage : la corrélation qu'il a avec le déphasage. En 2009 un article de Karabulut et al. [57] décrit les résultats obtenus avec un prototype de moteur d'architecture β. Le déphasage optimal pour ce moteur est de $\delta = 124°$. Par ailleurs le moteur issu de la collaboration entre Vaisey et Larque, nommé le moteur « Vari » a un optimum $\delta = 132°$. Si ces déphasages sont très éloignés du déphasage calculé par Schmidt $\delta = 90°$ c'est tout simplement parce que l'embiellage de ces moteurs n'est pas le couple classique « vilebrequin + bielle » ce qui permet d'imposer au volume de détente et de compression des évolutions temporelles très éloignées de l'évolution classique appelée « mouvement harmonique simple » (voir la figure 1.36).

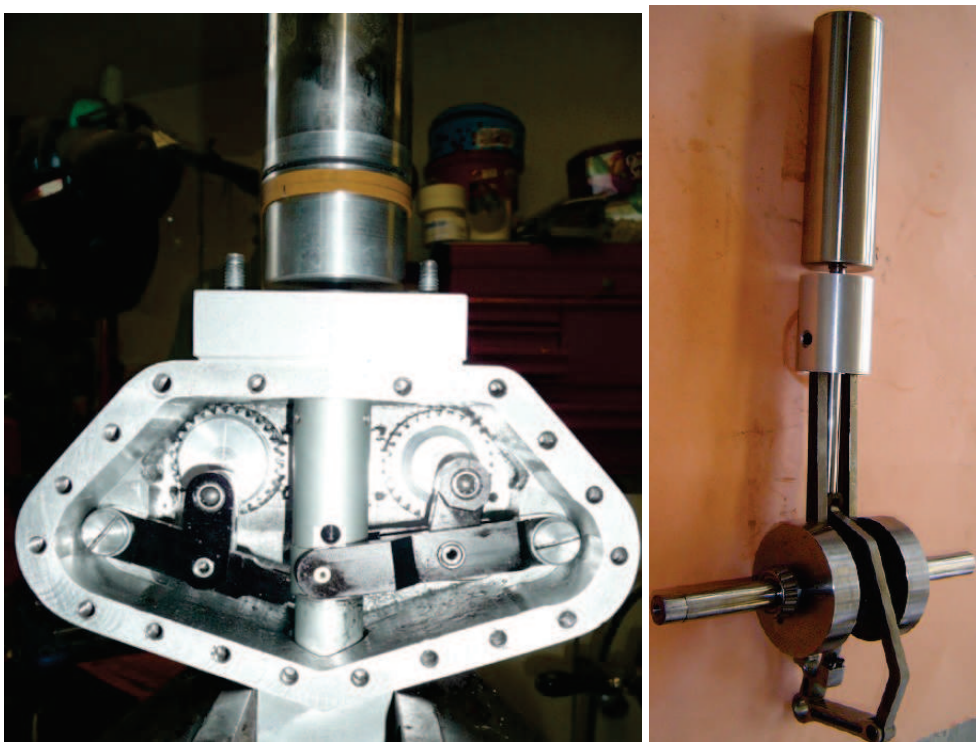


FIGURE 1.36 : Un déphasage optimal de 90° remis en cause (Source : Organ, 2014, [77])

Le calcul de Schmidt donne un optimum pour le déphasage de 90° car ce calcul intègre une évolution harmonique simple des volumes de gaz dans le moteur : c'est à dire avec une bielle infiniment longue devant le rayon de manivelle. Si l'évolution de ces volumes n'est pas harmonique avec des embiellages comme celui du moteur Vari et celui de l'article de Karabulut (figure 1.36) les optima ne sont évidemment pas de 90° en ce qui concerne le déphasage entre le piston de travail et le déplaceur.

Par précaution nous utiliserons dans les calculs un embiellage classique et donc un mouvement harmonique simple des pistons pour étudier la pertinence du partageur.

Avec les figures 1.33 et 1.34 nous voyons qu'il faut différencier la cinématique qu'on obtient avec un embiellage classique de celle qu'on appelle « mouvement harmonique simple ». Pour obtenir cette dernière cinématique il faut faire tendre la longueur de bielle à l'infini. Le déphasage est évidemment dépendant de l'embiellage comme il semble qu'on l'ait oublié et que M. Organ rappelle dans son dernier livre [77].

1.5.5 Le régénérateur comme axe de recherche

C'est Rankine en 1854 qui a été le premier à donner une explication juste de l'action du régénérateur dans le moteur à air chaud. Il a donc fallu près de 40 ans après l'invention de Stirling pour qu'on comprenne le fonctionnement du régénérateur.

On va constater ici un fait fondamental concernant le moteur Stirling. On a décrit brièvement le principe de fonctionnement du moteur Stirling en précisant qu'il fonctionne selon un cycle régénératif. Pour cela un Stirling contient un élément, le régénérateur et on va constater ici que le rendement du moteur Stirling dépend beaucoup d'une caractéristique du régénérateur : son efficacité.

En 1816 Stirling a déposé un brevet pour un moteur, aujourd'hui dit « moteur Stirling » il a deux caractéristiques fondamentales :

1. C'est un moteur à cycle fermé : le gaz dans le moteur reste toujours le même,
2. Il possède un régénérateur permettant d'atteindre des rendements au-delà de ce que les machines thermiques permettent couramment.

Le régénérateur est une matrice métallique, par exemple de la paille de fer, utilisée pour stocker la chaleur au cours d'une partie du cycle en vue de la réutiliser pendant un autre moment du même cycle, cela est possible puisque le gaz de travail, alternativement chaud et froid, passe cycliquement au travers du régénérateur. On peut donc voir le régénérateur comme une éponge thermique.

Les travaux de 1850 à 1880 ont confirmé le rôle fondamental du régénérateur. Pourtant, et sans que l'on sache pourquoi, le régénérateur disparaît complètement dans la conception des moteurs Stirling de 1885 à 1935 : une période de 50 ans qu'on peut qualifier d'âge sombre du moteur Stirling. Après cette période, le régénérateur réapparaît dans les nouveaux moteurs à l'instar du brevet de Stirling de 1816 (livre [54]).

Il a donc fallu du temps pour se convaincre du bien-fondé de cet élément et cela malgré les outils théoriques suffisants pour le comprendre à l'époque. On aurait pu admettre cette incompréhension avant 1880 car alors la théorie était insuffisamment développée. En effet, à l'époque de Stirling il n'y avait pas de théorie suffisante pour expliquer son intuition :

- En 1824 Carnot publie ses travaux : le second principe de la thermodynamique.
- En 1845 Joule publie sa démonstration de l'équivalence mécanique de la chaleur.
- Dans les années 1840 Helmholtz est à l'origine du concept moderne de l'énergie.

On voit donc que M. Stirling a eu une intuition juste, car les éléments théoriques permettant de comprendre ce qui se passe dans le moteur ne sont découverts que progressivement et bien après son brevet. Et malgré cette période d'amélioration des outils théoriques, notre manque de maîtrise de ces outils nous a amené à faire marche arrière puisque le régénérateur a disparu du moteur jusqu'en 1935.

La première compréhension sérieuse du fonctionnement du moteur vient avec l'analyse de Schmidt, publiée en 1871. Elle ne fait pourtant pas apparaître explicitement l'efficacité du régénérateur qu'on considère alors comme parfait.

Puis, comme on l'a dit, le régénérateur disparaît du Stirling. En 1930 Hausen publie une analyse du régénérateur, mais destinée à une utilisation dans les machines à vapeur. Les gens s'inspireront de ce travail pour parler du régénérateur dans le Stirling même si la validité du modèle, appliqué au Stirling, est très limitée.

Il faut attendre 1997 pour qu'Organ publie, après 20 ans de travail sur le Stirling, un modèle décrivant le régénérateur dans les conditions d'utilisation du moteur Stirling [76]. Ce modèle, modifié pour être adapté au régénérateur du LMEE, sera utilisé pour évaluer ce régénérateur présenté au paragraphe 2.3.4 et décrit au paragraphe 5.1.

Le graphique 1.37 ci-dessous illustre l'effet du régénérateur sur le rendement du moteur. Ce graphique explique le fait qu'amateurs et professionnels ont des avis différents encore aujourd'hui sur l'importance du régénérateur. Lorsqu'on s'intéresse au Stirling, on consulte forcément les travaux des amateurs qui sont nombreux. Or, pour les amateurs, la problématique du rendement est secondaire. Ils réalisent en général de petites machines, de quelques watts. Ceux qui s'intéressent au régénérateur feront un effort important techniquement pour insérer dans leur machine un régénérateur avec une efficacité de 0,5 ou 0,6 au mieux. Ils font donc passer leur machine d'un rendement de 6% à 12%. Sur des petites machines, développer alors 20W au lieu de 10W, dans le meilleur des cas, sans appareil de mesure n'est pas significatif. D'où l'idée reçue que le régénérateur est peu utile alors qu'il exige beaucoup d'efforts pour être intégré à la machine. Et ceci est parfaitement justifié.

La famille de courbes obtenue sur la figure 1.37 vient de l'équation du livre [55] qui est issue d'une analyse adiabatique simple :

$$\eta = \frac{(\gamma - 1)(1 - \tau)\ln(\kappa)}{(\gamma - 1)\ln(\kappa) + (1 - \tau)(1 - e)}$$

Avec :

- γ est le coefficient de Laplace du gaz (pour l'exemple ci-dessous on prend $\gamma = 1.6$, celui de l'hélium).
- $\kappa = \dfrac{V_{max}}{V_{min}}$ est le rapport de compression du moteur.
- $\tau = \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} = \dfrac{1}{\theta}$ on nomme θ l'échauffement.
- e est l'efficacité du régénérateur.

Chaque courbe correspond à un τ fixé.
Mais si on comprend le rôle du régénérateur et que l'on sort de la zone définie ci-dessus tout est différent : au sein de la firme Philips, le premier moteur construit, en 1938, tournait à 1500 tours/min et produisait 16W de puissance. Rendement du moteur : 0,2 %. Et bien sur sans régénérateur.

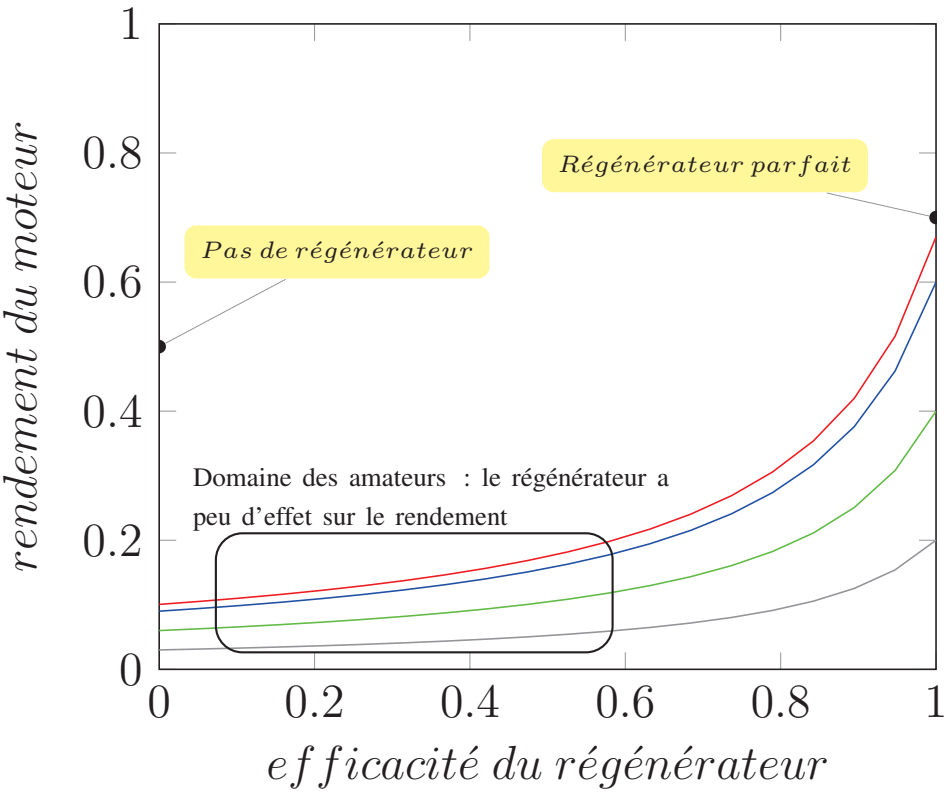


FIGURE 1.37 : Impact de l'efficacité du régénérateur sur le rendement du moteur

A ce moment, l'équipe se renforce, on finit par maîtriser la théorie et en 1940 le groupe développe un moteur tournant à 4000 tours/min, développant 1140 W. Rendement avec régénérateur : 29 % !

Dès lors, on ne prendra plus le régénérateur à la légère dans le monde professionnel. Il aura fallu ainsi 124 ans pour comprendre son rôle et l'utiliser correctement dans le moteur Stirling.

Mais comme cela a déjà été dit, il faudra encore attendre pour qu'en 1997 Organ publie une théorie adaptée au régénérateur tel qu'il est utilisé dans un moteur Stirling.
Nous utiliserons ce modèle récent pour montrer l'effet d'un régénérateur propre au LMEE.

Dans ce chapitre, après la présentation de quelques éléments de principe du fonctionnement du moteur Stirling, on a identifié certaines des difficultés auxquelles on est confronté lorsqu'on souhaite en concevoir un. Ceci afin de répondre aux objectifs d'un projet de cogénération tel que BATIMAC.
Les volumes morts, l'embiellage et l'efficacité du régénérateur sont les trois éléments du moteur sur lesquels on a souhaité apporter une solution. Au chapitre 2 on va présenter un dessin de prototype intégrant ces solutions.

Chapitre 2

Proposition d'une architecture moteur

Ici on propose des solutions architecturales pour certains éléments constitutifs d'un moteur Stirling en prenant en compte les contraintes qui s'imposent à chacun d'eux.
L'objectif dans ce cadre de conception d'un moteur Stirling, est d'atteindre $1\ kW/kg$. C'est une puissance spécifique minimale obligatoire si on souhaite le passage d'un tel projet à une phase d'industrialisation. Cette puissance spécifique correspond tout simplement à l'ordre de grandeur des puissances spécifiques des systèmes destinés à la même application (la cogénération).

2.1 Définition des caractéristiques du prototype du LMEE

2.1.1 Le cahier des charges du projet BATIMAC

A la lumière des éléments techniques précédents et en tenant compte du projet que l'on souhaite réaliser on va synthétiser les objectifs sous forme d'un cahier des charges.

Le moteur qu'on souhaite réaliser doit être conçu en vu d'être intégré à un système de cogénération pour l'habitat individuel : c'est le projet BATIMAC.

La cogénération qui nous concerne ici est la production d'eau chaude et d'électricité à partir d'énergie solaire. Une analyse de la documentation concernant de tels systèmes montre clairement que la production d'eau chaude n'est pas un facteur limitant, de plus l'eau chaude est un élément facilement stockable. Le facteur limitant est la puissance électrique produite par le système, cette puissance devient alors naturellement l'objectif du projet.

La définition d'un objectif de puissance électrique nécessite de connaître les besoins en électricité d'un habitat individuel. En fait il suffit, pour le marché français par exemple, de connaître l'offre de puissance des contrats les plus souvent établis entre producteurs et consommateurs : 3 kW. Ce nombre est la puissance maximale que l'utilisateur peut obtenir de la part du réseau de distribution. Mais cette limite est contractuelle et non technologique.

Puis, comme pour toute machine thermique, il faut définir une température chaude et une température froide car c'est le différentiel de température entre ces deux valeurs qui permet de faire fonctionner le moteur Stirling et de convertir, via un alternateur, la puissance mécanique de ce dernier en puissance

électrique. Pour la tête froide le problème est simple : en entrée de tête froide on injectera l'eau du robinet, à 15°C, avec un débit tel qu'en sortie de tête froide l'eau sera à 65°C qui est la température d'eau chaude sanitaire minimale à respecter pour répondre aux exigences des règles du bâtiment dans ce domaine. On peut donc évaluer à 40°C la température moyenne de la tête froide.

Pour la tête chaude le choix est plus large donc plus délicat : en lien avec les éléments technologiques en cours de développement pour le projet BATIMAC on propose de la vapeur d'eau à 450°C. L'eau d'un circuit fermé est chauffée au sein de panneaux solaires puis acheminée par une pompe jusqu'à la tête chaude du moteur. Cet élément technique pose des problèmes qui seront, on l'espère, résolus sous peu mais qui sont hors sujet pour l'étude qui nous concerne. Supposons alors dans l'idéal qu'on ait accès à une température de 350 à 400°C. La question beaucoup plus importante ici est : pourquoi une température si faible ? En effet sur un plan théorique une machine de Stirling a comme rendement celui de Carnot : donc plus le différentiel de température sera élevé et plus le moteur sera performant. On pourrait alors préférer des températures de 650°C où même les 900°C de certains projets. En fait il faut avoir à l'esprit qu'en fonctionnement, un moteur Stirling est soumis à un gradient de température permanent. Cela conduit à des contraintes thermiques importantes difficiles à gérer. On l'a vu au chapitre 1 paragraphe 1.3.1, la NASA, pour des Stirling destinés à des applications spatiales, fait appel à des alliages particuliers où la taille des grains est choisie afin des résoudre ces problèmes de contraintes thermiques. Choisir des températures élevées implique alors l'utilisation de matériaux dont le prix empêcherait la phase d'industrialisation. Enfin, ces mêmes contraintes thermiques imposerait aussi un niveau de maintenance élevé ce qui conduirait à une augmentation du coût d'exploitation. Comme on l'a vu au paragraphe 1.4 le marché de la cogénération en phase de croissance est déjà très concurrentiel et le choix d'une température élevée empêcherait l'industrialisation car le business plan imposerait des prix de mise sur le marché et d'exploitation bien en deçà du coût de fabrication du moteur et de ce que le consommateur pourrait supporter.

Pour résumer : En faisant abstraction de la nature de la source de chaleur, le choix d'une température de tête chaude est un compromis entre performance du moteur et viabilité commerciale.

En dehors des limites de coût et de température, le projet BATIMAC n'a pas d'autres exigences techniques concernant le moteur Stirling. On va donc compléter ce cahier des charges pour définir tous les paramètres qu'il faut fixer pour réaliser des calculs sur un projet de moteur.

2.1.2 Définitions du prototype du LMEE

Certains paramètres qui figurent dans le tableau 2.1 ont été fixés arbitrairement, comme le niveau acoustique, car la modélisation réalisée et objet de cette thèse n'a pas intégré ces aspects. Ils figurent dans le tableau qui tente d'être exhaustif concernant les aspects du projet BATIMAC.

Dans une démarche équivalente à celle du choix de la température de la tête chaude, le choix du gaz de travail s'est porté sur l'hélium plutôt que l'hydrogène qui, malgré le fait qu'il permet de meilleurs performances, conduit aussi à une fragilisation des aciers (voir en annexe J). Ainsi une enceinte sous pression remplie d'hydrogène et destinée à être confinée dans l'habitat ne semble pas raisonnable sur le plan de la sécurité. Avec une étude plus détaillée concernant l'hydrogène, en prenant en compte l'évolution des technologies, on pourrait privilégier ce dernier comme gaz de travail.

Suite à une succession de choix concernant d'autres caractéristiques du moteur, on aboutit au ta-

bleau 2.1. Les caractéristiques qui n'ont pas été détaillées ici sont moins fondamentales et les choix résumés relèvent surtout d'une collecte d'informations issue d'éléments bibliographiques en marge de l'étude bibliographique centrée sur le moteur Stirling. Tous les choix qui ont été faits pourraient être modifiés sans impacter pour autant la démarche de modélisation qui suivra.

N°	**Caractéristique**	**Exigence sur la caractéristique**
1	Architecture	Type β
2	Puissance de sortie	Une sortie de 3 kW électrique en continu quelles que soient les conditions de température extérieure c'est-à-dire entre -45°C et +50°C. Dans ces conditions la fréquence du courant généré ne doit pas varier de $\pm 0,25$ %.
3	Source d'alimentation	Le moteur sera alimenté par énergie solaire.
4	Gaz de travail	Hélium
5	Pression de remplissage	de 20 à 50 bars
6	Tête chaude	400°C
7	Tête froide	40°C
8	Régénérateur	Matrice poreuse de type paille métallique ou en un élément avec le carter (alors obtenu par frittage laser 3D)
9	Mécanisme d'entraînement	Embiellage classique (vilebrequin-bielle) ou innovant propre au FPC1
10	Nom	FPC1
11	Phase de développement	Conception
12	Utilisation	Cogénération dans le logement individuel
13	Élément en sortie de moteur	Générateur Rotatif Synchrone à Aimant Permanent (GRSAP) d'un rendement d'au moins 90%
14	Fiabilité	Durée de fonctionnement moyenne entre 2 pannes : 750heures Durée moyenne de fonctionnement avant la 1ière panne : 3000 heures (sans maintenance)
15	Niveau de bruit	inférieur à 50 dB à 5 m
16	Masse - encombrement	Taille : moins de $0,34m^3$ et moins de 140 kg
17	Dimensions	à définir
18	Facilité de maintenance	Temps de démontage, temps de mise en service, temps moyen de changement de pièce
19	Rendement	Rendement en sortie d'arbre moteur meilleur que 25%
20	Spécificités complémentaires	

TABLE 2.1 : Caractéristiques du projet de conception d'un moteur Stirling

L'architecture retenue pour cette thèse est le moteur β car il permet une évaluation simple du partageur.

2.2 Un piston libre comme prototype du LMEE

La première proposition d'architecture moteur pour le prototype du LMEE à été un piston libre. Le

concept de piston libre c'est à dire de piston dont les liaisons mécaniques lui permettent de se déplacer selon son degrés de liberté sans être contraint par les autres éléments mécaniques du moteur n'est pas propre au moteur Stirling.

Le moteur Stirling à piston libre a été inventé par l'américain William BEALE à la fin des années 50 alors qu'il était professeur de mécanique à l'université de l'Ohio. Il a, avec son équipe, développé cette invention pendant une dizaine d'années pour aboutir à un modèle fonctionnel. Suite à cela, il créé la société « Sunpower », pour sécuriser financièrement son invention afin de passer à la phase industrielle. Cette société dédiée au développement des moteurs Stirling à piston libre fabrique des pompes à eau, des générateurs électriques et des systèmes réfrigérants.

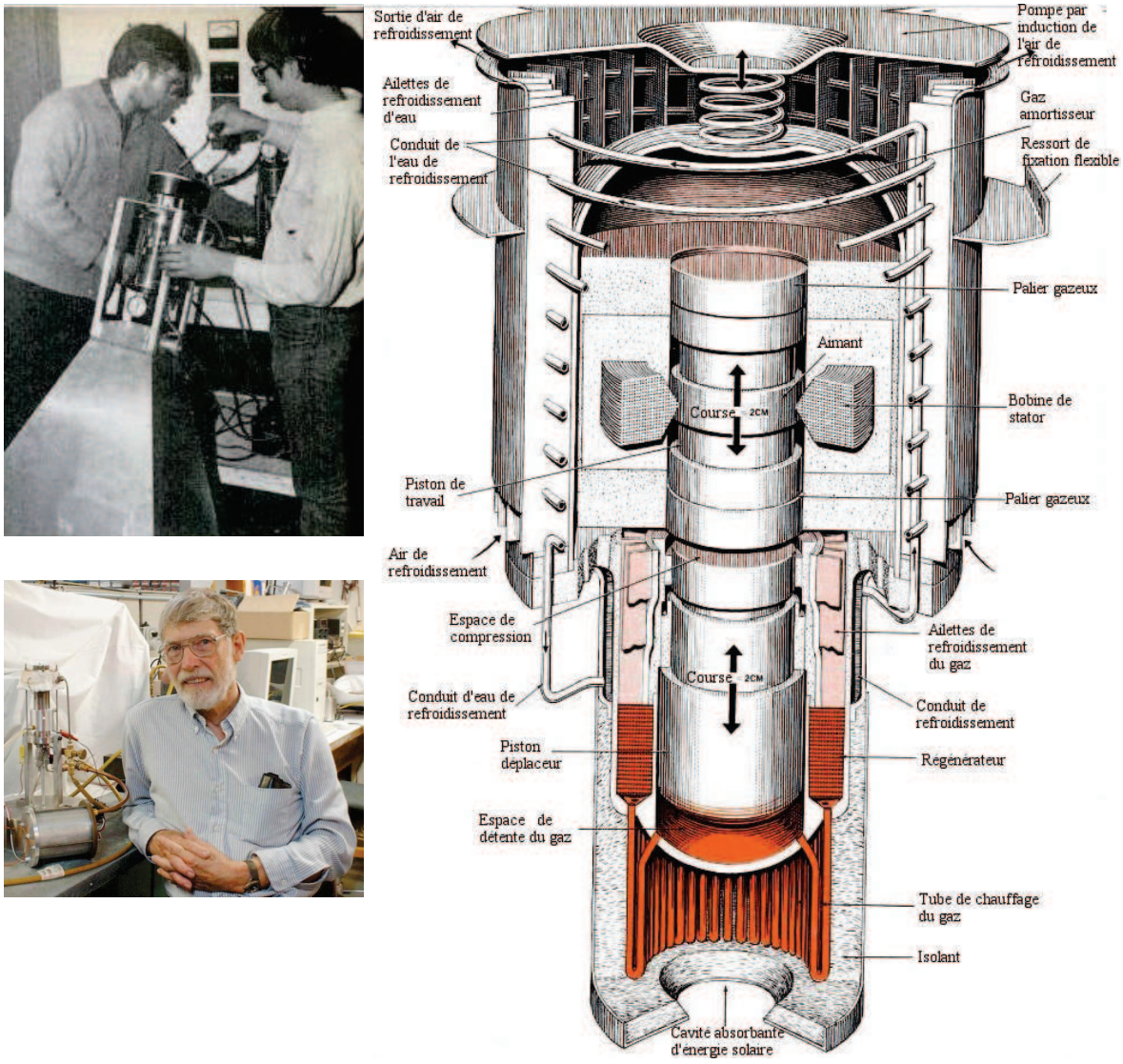


FIGURE 2.1 : W. BEALE et son piston libre (Source : Lindsley, 1978, [69])

On voit sur la photo de gauche de la figure 2.1 William Beale (à gauche) réglant le moteur à piston libre de son invention (10 W) solaire qui est à l'envers pour les réglages. La partie basse est le collecteur à base de lentille fresnel. A gauche une photo récente (déc. 2011, [15]) de W. Beale. A droite un schéma de son FPSE.

Comme on l'a dit, le moteur à pistons libres n'a pas d'élément mécanique couplant les cinématiques des pistons de travail et du déplaceur. Ainsi les pistons se déplacent uniquement en réactions aux forces élastiques que le gaz exerce sur eux. Il faut toutefois nuancer cette définition car il existe une grande variété de moteurs Stirling dits à pistons libres et où cette définition s'applique plus ou moins rigoureusement. La figure 2.2 décrit la famille des moteurs à pistons libres qu'on peut rencontrer dans la littérature.

On précise ici deux termes de la figure 2.2 :
En tandem : le déplaceur et le piston de travail sont dans le même cylindre.
Séparés (Split) : déplaceur et piston de travail se déplacent dans des cylindres différents.

Comme on l'a dit le « piston libre » est très intéressant et la première solution du LMEE a été un piston libre. Certaines études ont été faites et sont présentées ici pour comprendre la beauté de cette invention mais aussi en montrer les difficultés, car sur un plan technique et théorique le piston libre se singularise des « Stirling classique ». On expliquera aussi pourquoi il a été abandonné.

2.2.1 Modélisation d'un piston libre

Après l'étude bibliographique dédiée au piston libre, les rapports techniques de la NASA sont nombreux (Nasar, 1987, [73] ; Ibrahim, 2001, [71] ; Tew, 1984, [95] ; Wilson, 2004, [90] ; Shah, 2006, [35] ; Wood, 1982, [107] ; Schreiber, 2007, [88] ; Rezeka, 1984, [92] ; Cornell, 2011, [49]) ; il y a également de nombreux articles (Boucher, 2007 ;[43]) mais les livres sur ce domaine sont rares (Senft, 1993, [91] ; Walker, 1985, [103]), il y a également une thèse Ulusoy, 1994, [99] comme base de travail, ainsi que sur les générateurs linéaires Boldea, 1997, [42], on a fixé une architecture moteur intégrant un partageur comme l'illustre la figure 2.8). Il s'agit alors de modéliser le système.

On a commencé par un schéma de principe (figure 2.3) pour établir les équations de la dynamique du système.

Mais au delà des équations, il ressort de la littérature un ensemble de remarques qui sont la conséquence d'un certain savoir faire, développé au sein de la société Sunpower, que l'on présente ici.

Les masses gazeuses emprisonnées en dessous du piston (plutôt lourd) et du déplaceur (le plus léger possible), de chaque coté, agissent comme des ressorts pneumatiques et pourraient tout aussi bien être remplacés par des ressorts mécaniques. Les pistons oscillent alors à leur fréquence caractéristique dite fréquence naturelle comme un bouchon de liège qui oscille de bas en eau à la surface de l'eau.

Si le déplaceur se met à osciller de façon sinusoïdale dans le temps on l'appelle le mouvement résonnant du déplaceur. Mais il peut suivre un mouvement ondulatoire plus ou moins proche de celui de type carré. Dans ce cas le déplaceur est surcontraint (surpiloté) et il ne fonctionne pas de façon résonnante, on dit alors que le moteur fonctionne en mode « bang-bang ».

Entre avantages et inconvénients du moteur à pistons libres qu'on veut évaluer, il faut avoir compris ici qu'avec un piston libre on choisi d'utiliser un moteur qui fonctionnera dans une gamme de régime étroit à savoir autour de la fréquence de résonnance. En effet, sans moyen mécanique on ne peut pas faire varier la charge sur le piston et donc influer sur le régime par la charge.

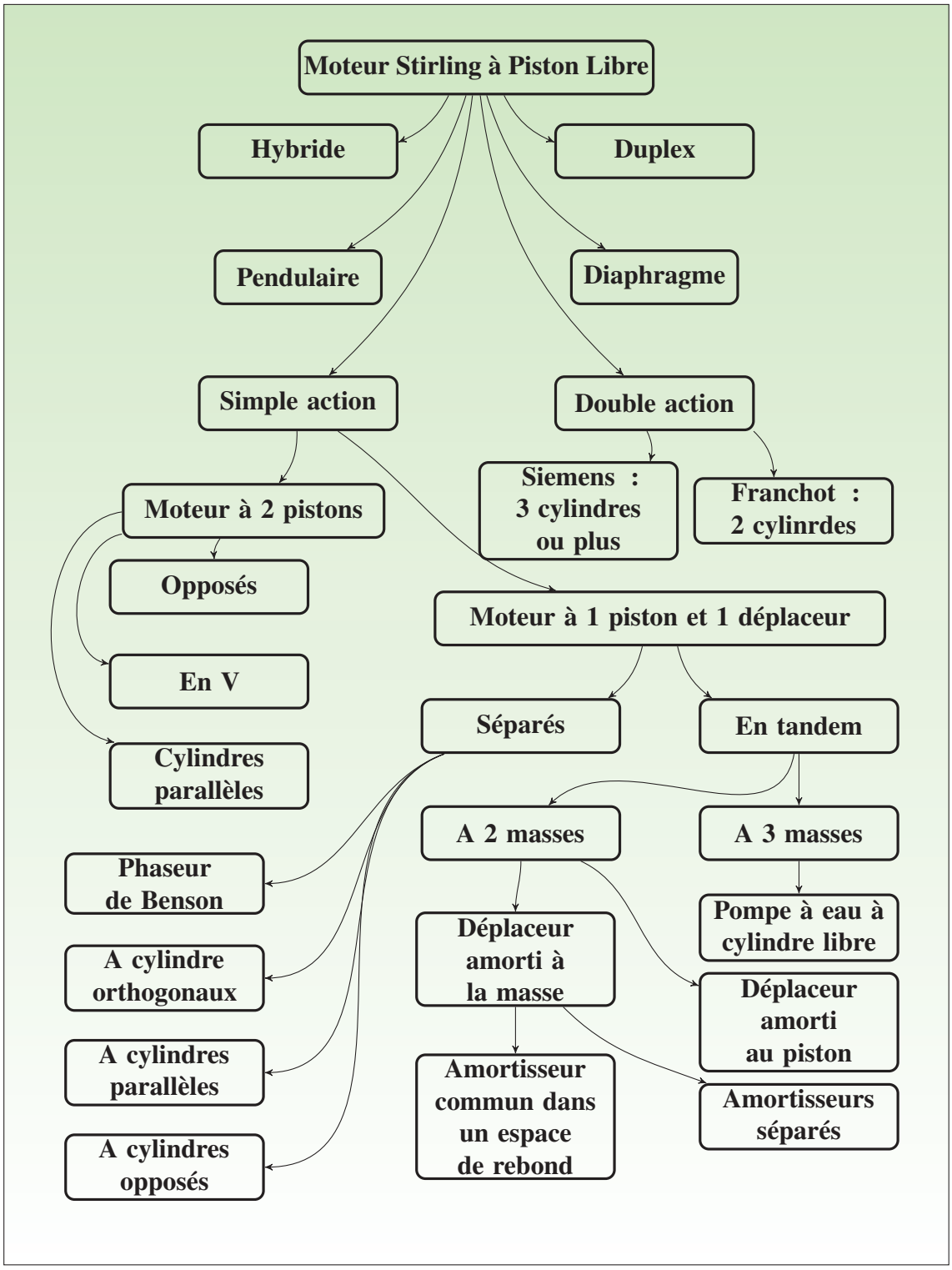


FIGURE 2.2 : La famille de moteurs à pistons libres.

Wood en 1982 [107] disait : « un moteur à vilebrequin mal dessiné aura une performance moindre que celle théoriquement prévue. Par contre un moteur à piston libre mal conçu ne fonctionnera tout simplement pas ».

Aspects pratiques : les moteurs à pistons libres ont moins de pièces mobiles et de ce fait semblent plus simples. Ceci est trompeur car ils nécessitent un niveau de connaissance et un savoir faire plus important. De plus, contre toute attente, ces moteurs sont plus encombrants et plus lourds que les modèles où les pistons sont synchronisés cinématiquement. Enfin, souvent ces moteurs vibrent le long de l'axe du mouvement des pistons et exigent alors l'ajout de ressorts ce qui augmente encore la masse du moteur.

Pour régler les problèmes d'étanchéité au niveau du piston de travail, c'est à dire prévenir des fuites entre la zone de compression et l'amortisseur pneumatique, certains ont utilisé des paliers gazeux. La réussite de cette solution ne doit pas cacher le niveau de technicité très important qu'elle exige compliquant encore la conception d'un tel moteur.

Dans une analyse de moteur à piston libre, on cherche en plus à évaluer la puissance $\mathcal{P}$ et le rendement ρ, il faut calculer le régime du moteur f, le déphasage δ qui n'est pas forcément constant, et l'amplitude de mouvement des pistons, Δy_d et Δy_t.

On complète la figure 2.3 avec les remarques suivantes :

Les forces de gravitation ont un effet nul en moyenne et ne font que décaler les centres de mouvement des pistons. En intensité elles sont négligeables par rapport aux autres forces qui agissent sur les pistons.

Les 4 masses gazeuses constituent des liaisons ressorts de raideur k_{at}, k_c, k_{ad}, k_d et des amortisseurs de coefficient de dissipation visqueuse D_{at}, D_c, D_{ad}, D_d.

Il y a des frottements pistons-cylindres qu'on pourrait considérer idéalement comme négligeables et d'effet nul. Ils seront caractérisés par des coefficients de dissipation visqueuse : D_{cyl-p} et D_{cyl-d}.
p : piston pour piston de travail
d : pour déplaceur c'est à dire piston déplaceur du gaz.

L'alternateur a un effet d'amortissement sur le piston de travail mais aussi sur le déplaceur. C_{altt} et C_{altd} représenteront l'action de l'alternateur sur les deux pistons par un modèle de type freinage visqueux qui dépend de la vitesse des pistons.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique sur le déplaceur on obtient :
$m_d\ddot{y}_d\vec{j} = \sum \vec{F}_{agissantes\ sur\ le\ déplaceur}$
$m_d\ddot{y}_d\vec{j} = \vec{F}_{ressort\ gazeux} + \vec{F}_{gaz\ dans\ zone\ de\ détente} + \vec{F}_{gaz\ dans\ zone\ de\ compression} + \vec{F}_{alternateur} + \vec{F}_{cylindre} + \vec{F}_{gravitation}$
$m_d\ddot{y}_d = S_{ad}P_{ad} + S_{cd}P_{cd} - S_{dd}P_d - C_{altd}\dot{y}_d - C_{cyld}\dot{y}_d - m_d g$

De même si on applique le PFD au piston de travail, on obtient :
$m_t\ddot{y}_t = S_{at}P_{at} + S_{ct}P_c - C_{altt}\dot{y}_t - C_{cylt}\dot{y}_t - m_t g$

Donc $\{\ddot{y}\} = [K]\{y\} + [D]\{\dot{y}\}$

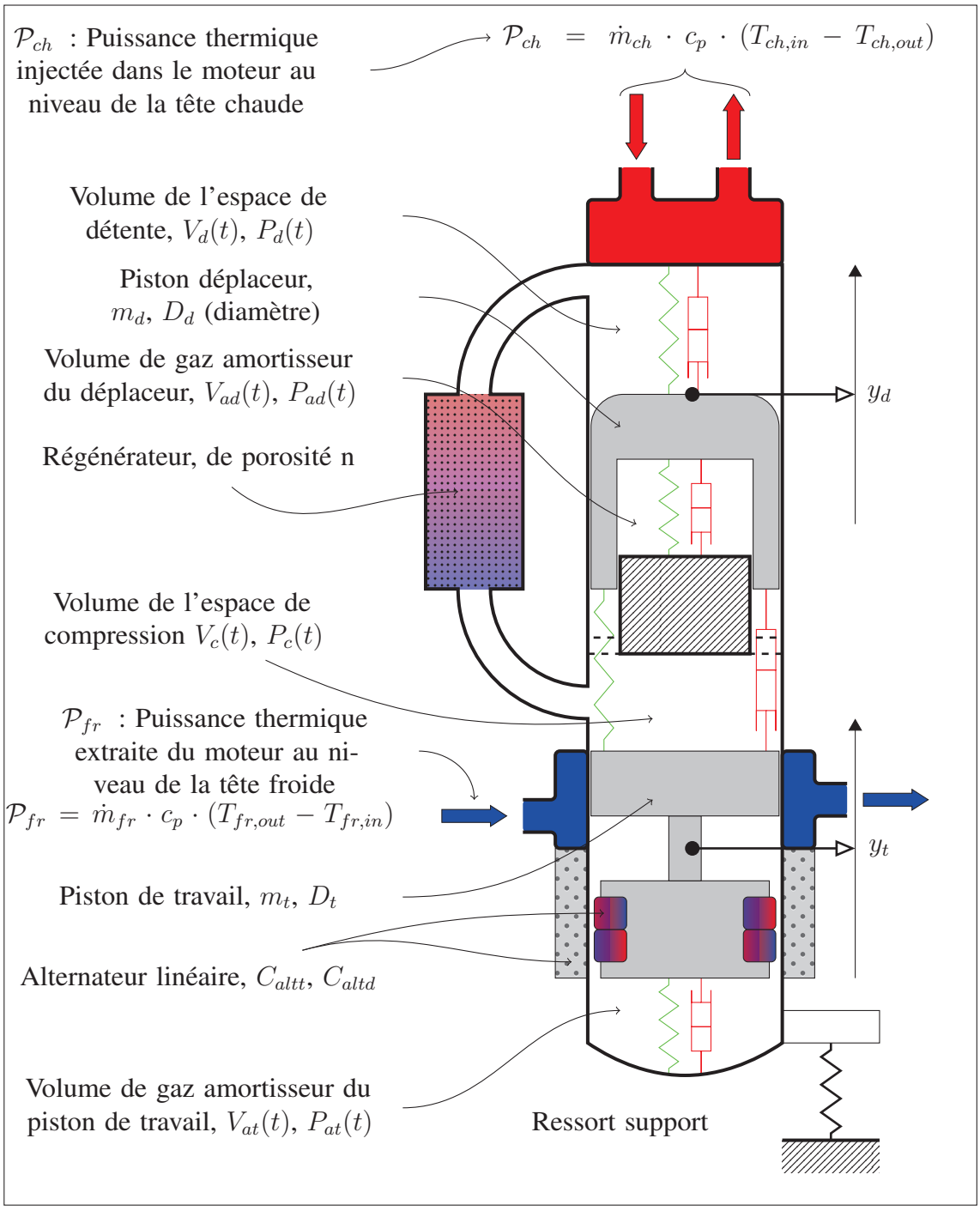


FIGURE 2.3 : Les bases de la modélisation d'un piston libre.

avec $\{y\} = \begin{Bmatrix} y_d \\ y_t \end{Bmatrix}$, $[D] = \begin{pmatrix} -\frac{C_{altd} + C_{cyld}}{m_d} & 0 \\ 0 & -\frac{C_{altt} + C_{cylt}}{m_t} \end{pmatrix}$ et où le terme de raideur est lié aux pressions puisque ces dernières dépendent de y_t et y_d.

On reconnait ici les équations d'un système en vibration.

L'avantage de la résolution d'un tel système est qu'on obtient la fréquence du système c'est à dire le régime du moteur.

Mais au moment de résoudre un tel système et d'avancer dans la modélisation, des échanges avec des experts vont remettre en cause la poursuite de ce travail : voir paragraphe 2.2.5.

2.2.2 Les pertes d'énergie dans un piston libre

Comme pour toute machine thermique, les pertes qui éloignent le rendement effectif du rendement théorique sont nombreuses. Le schéma de la figure 2.4 présente une liste des pertes dans un piston libre. Même si le schéma est applicable à tout système de conversion, certaines pertes présentées ici sont spécifiques à l'architecture « piston libre ».

Dans un bilan de modélisation il est important de pouvoir évaluer l'énergie accumulée dans les amortisseurs gazeux car il peut être nécessaire d'évacuer les calories puisque les caractéristiques de ce type d'amortisseur changent rapidement avec la température et donc modifient notablement le mode de fonctionnement du moteur.

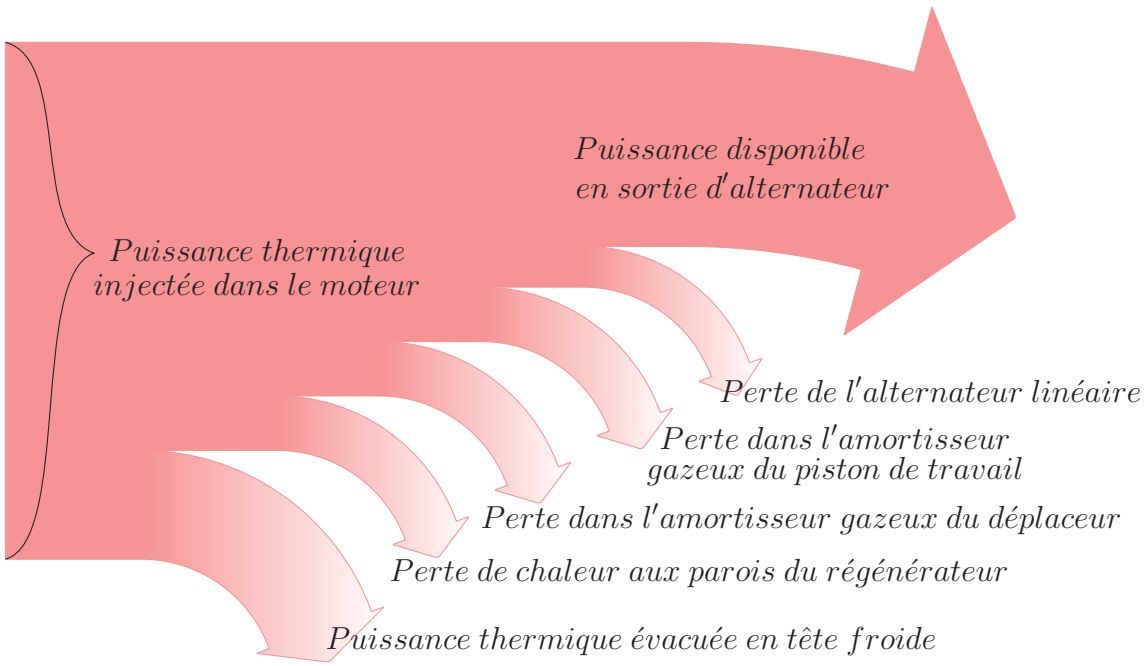


FIGURE 2.4 : Les pertes à l'origine du rendement observé : $\eta_{observe} < \eta_{carnot}$

2.2.3 Les ressorts plans

Il faut exercer sur les pistons d'un piston libre (comprendre « moteur Stirling à pistons libres »), même s'ils ne sont pas contraints mécaniquement l'un à l'autre, une force de rappel pour entretenir leurs mouvements oscillants. Plusieurs moyens existent : ressorts, volume gazeux, champ magnétique. Le ressort est la solution la plus simple et notamment le ressort plan qui est très utilisé dans ce domaine.

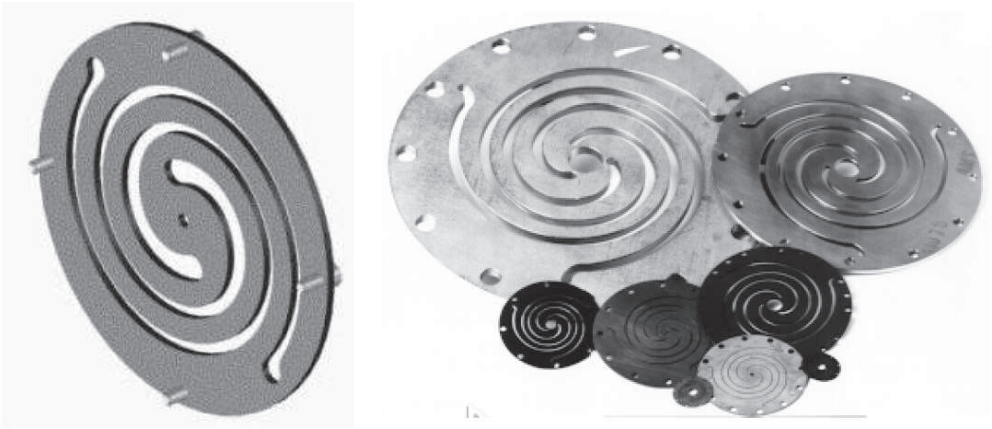


FIGURE 2.5 : Dessin de conception et réalisations de ressorts plans (flexures) (Source : [31])

Le choix de ce type d'élément est difficile car les techniques de sélection sont moins connues que pour les ressorts hélicoïdaux beaucoup plus répandus. Même s'il existe une large gamme proposée par certains fabricants, il est souvent fabriqué sur mesure. Ce choix de forme de ressort est essentiellement du à la recherche d'un encombrement minimal : critère géométrique. Les critères de dimensionnement suivent dans le principe les mêmes règles que celles des autres types de ressort = on aboutit à une raideur et une amplitude de déformation pour des seuils de contrainte à respecter. Le design doit toutefois respecter certaines règles pour obtenir des durées de vie comparables aux autres ressorts.

Ce type de ressort est retenu ici pour exercer une force de rappel sur le déplaceur. Une simple étude ci-contre montre qu'une légère modification de géométrie réduit, à isocharge, de 20% les contraintes de von-Mises dans ses valeurs extrèmes (différence entre la figure du milieu et celle du bas).

Ce type de ressort est très utilisé par la société Sunpower dans ces convertisseurs électriques et ses cryo-réfrigérateurs ainsi que dans plus de 1000 cryo-réfrigérateurs de petites dimensions. Certains ont fonctionné en continu pendant plus de 10 ans sans la moindre défaillance de ce type de composants [61].

Ces éléments fonctionnent en flexion les anglo-saxons les appellent parfois « flexures » [88]. Des rainurages sont réalisés dans un disque plein pour former des bras en forme de spirale entre un moyeu interne et un anneau externe. Les Rigidités axiale et radiale sont adaptées pour l'application qu'on souhaite en faire.
Sur la figure 2.7 est présenté le modèle M100B de réfrigérateur Stirling à pistons libres (FPSC). Sur la partie supérieure on peut voir le ressort plan utilisé par la société *Global Cooling* qui fabrique ce moteur [8].

2.2.4 Le piston libre du LMEE

Cette architecture de moteur permettrait de tester concrètement le principe du partageur. On peut en

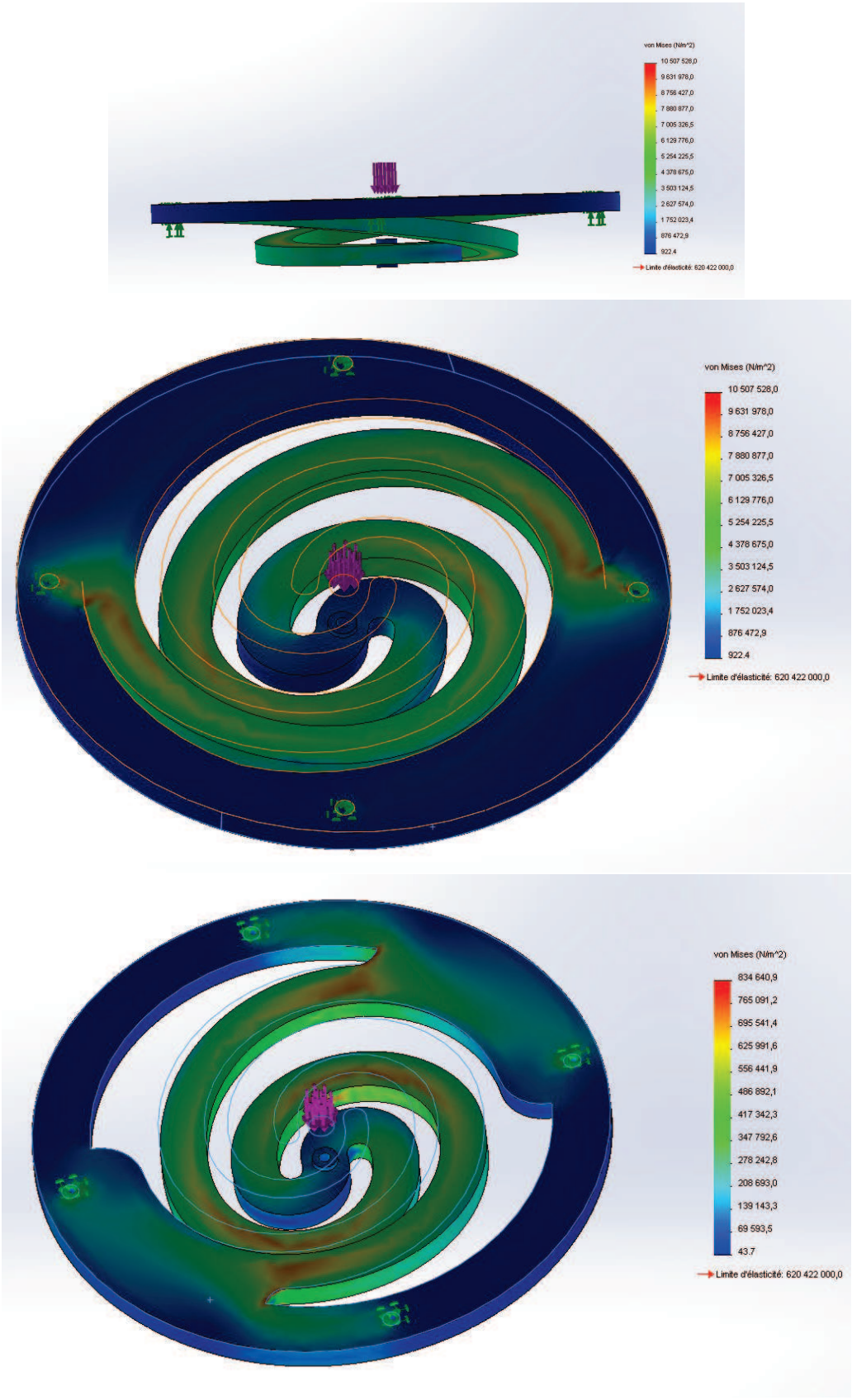


FIGURE 2.6 : Contraintes de Von-Mises dans 2 ressorts plans

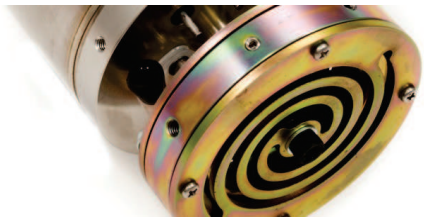


FIGURE 2.7 : Ressort plan d'un Cryocooler Cryotel de la société *Sunpower*

voir une représentation avec la figure 2.8. Il y a en fait ici 2 moteurs concentriques : un premier moteur Stirling à pistons libres, pistons de forme cylindrique classique, est « encapsulé » par un second moteur dont les pistons sont toriques.

Cette solution comprend un générateur électrique linéaire, le stator de forme également torique est fixé sur le carter entre les 2 pistons de travail. Les mobiles ou plongeurs, terme remplaçant le terme « rotor », sont intégrés aux pistons de travail et génèrent un flux sur le même stator.

Les longues flèches verticales vertes et oranges représentent le passage du gaz au travers du partageur : chaque moteur possède bien son propre régénérateur. Les petites flèches horizontales rouges représentent le flux thermique entre les deux moteurs c'est à dire la fonction « partage » du partageur.

On a représenté un voltmètre pour signifier la sortie de puissance électrique et donc l'unique présence de liaisons statiques au niveau du carter externe du moteur et ainsi l'absence totale de fuite gazeuse vers l'extérieur.

Les premiers dessins de cette solution architecturale ont été réalisés en collaboration au sein du LMEE avec Djibril DIALLO un étudiant de l'UEVE au cours de l'année 2012.

2.2.5 Abandon du FPSE

L'origine de l'abandon de cette première solution réside de façon cachée dans les équations de mouvement qui décrivent sa dynamique. Un piston libre est un « résonateur » : c'est un système dont le régime de fonctionnement est obtenu par équilibre entre les lois de la mécanique des fluides, celle de la thermique et les caractéristiques des ressorts qui le constituent. C'est un système oscillant avec une raideur qui est un compromis d'écoulement de chaleur, d'écoulement fluide et de flux magnétiques. On ne peut alors pas avoir pour objectif une puissance avec une certaine souplesse d'utilisation (stabilité du régime). Cela existe, bien sûr, les travaux de la NASA nous le montrent, mais la recherche d'harmonique dans la vie de tous les jours sur un système mécanique est très délicate.

Cette explication m'a été donnée par Monsieur Organ qui a eu la gentillesse de répondre à mes messages électroniques. Comme s'il était nécessaire de justifier le fondement de son conseil d'abandonner le piston libre, il ajoutait dans l'un de ses messages que s'il se permettait ce conseil ce n'est pas en tant qu'expert du moteur Stirling mais comme expert du piston libre. Effectivement, s'il a travaillé près de quarante ans sur ce sujet (ces ouvrages de référence sont connus de tous dans le monde du Stirling), il m'a confié avoir aussi mené beaucoup de travaux sur le piston libre même s'il a peu publié sur ce sujet.

Une seconde raison m'a été donnée par Ricardo Conde, PDG de la société *Regen Power Systems*

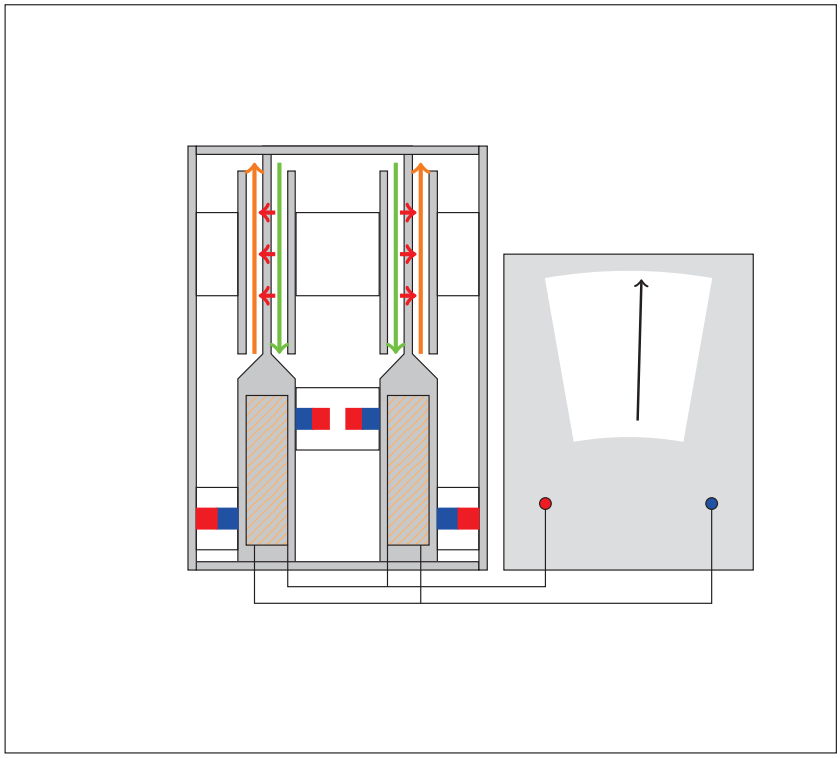


FIGURE 2.8 : Le FPSE du LMEE

FIGURE 2.9 : A.J. Organ

aux États-Unis [29], pour ne pas continuer sur la voie du piston libre : le mouvement du piston de travail n'étant pas souvent un mouvement harmonique, et puisque le plongeur de l'alternateur lui est solidaire, il en résulte que le courant généré n'est pas sinusoïdale. Si on ne souhaite que stocker l'énergie électrique sur batterie cette remarque est peu pertinente mais cette caractéristique du courant enlève toute possibilité d'utilisation directe. Ajouter une électronique de traitement de la forme du courant rendrait peu certaines les perspectives d'industrialisation.

On ne peut que suivre ces conseils, même après un trimestre entièrement consacré au piston libre, et on va maintenant présenter la seconde architecture moteur du LMEE.

2.3 Solution retenue : un « double-$\delta\pi$ »

Le double-$\delta\pi$ est un moteur de type β à déphasage variable, à volumes morts réduits et intégrant un partageur.

Par convention de travail le double-$\delta\pi$ présenté ici a été baptisé FPC ; acronyme des caractéristiques qui le différencient des autres moteurs :

- à **F**aibles volumes morts
- à **P**artageur
- à **C**hangement de déphasage

Dans ce document, par la suite, les calculs porteront sur le FPC0, une version du moteur dont le dessin est « grossier » mais qui a permis de faire plus rapidement des calculs numériques.

Les dessins présentés ci-dessous correspondent au FPC1, une architecture qui intègre toutes les solutions évoquées dans la thèse. Il resterait donc, pour obtenir un dessin d'un premier prototype, à dessiner le FPC2 prenant en compte toutes les contraintes de dimensionnement (sections hydrauliques et surface des échangeurs et tolérances des pièces).

2.3.1 Le piston à aiguilles : réponse au problème des volumes morts

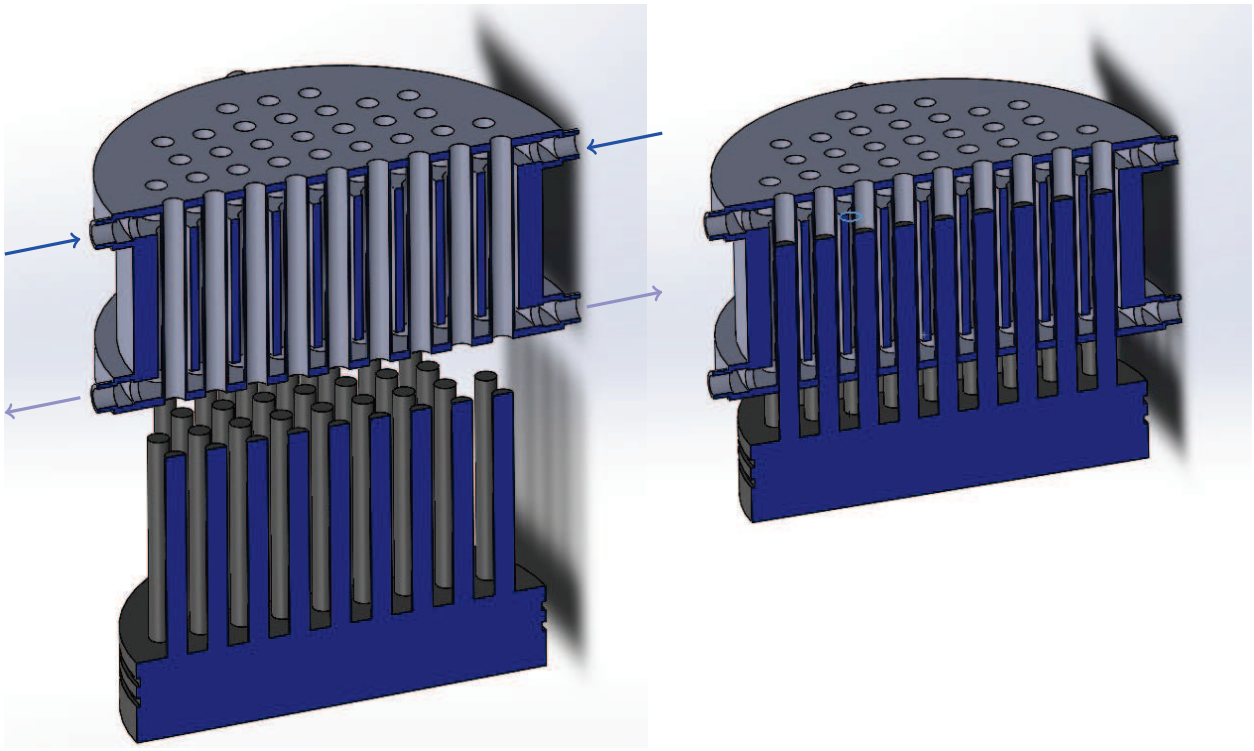
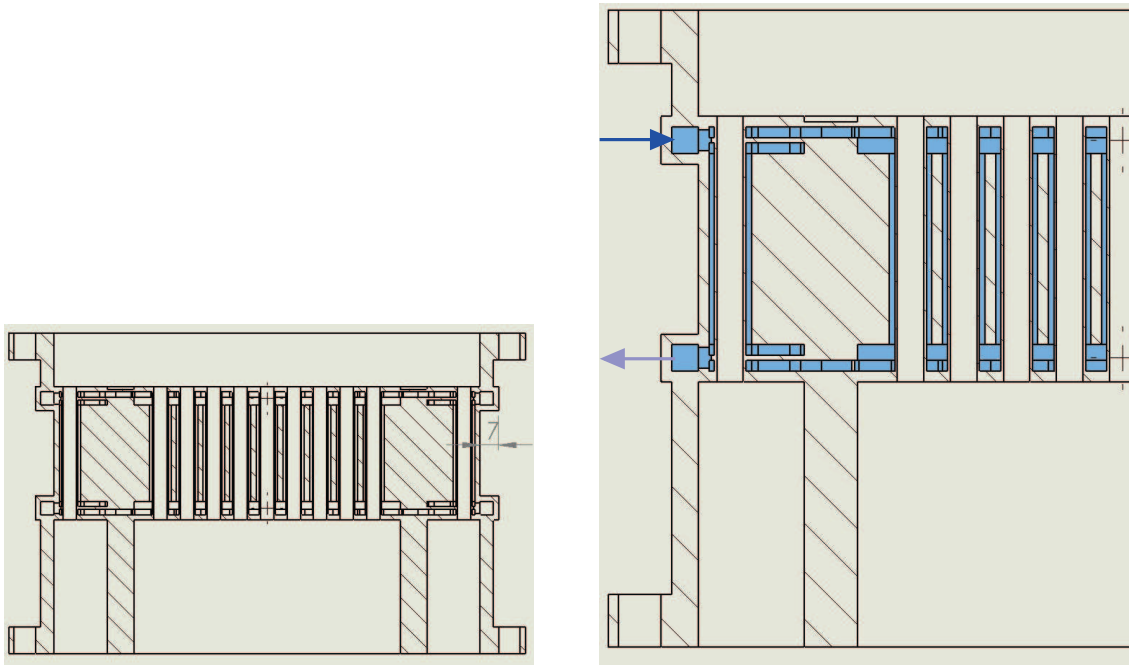


FIGURE 2.10 : Le piston à aiguilles

Ici l'ensemble des aiguilles pénètrent dans la tête froide qui est dans l'alignement du cylindre du piston de travail. Les flèches bleu foncé correspondent à l'entrée de l'eau dans la tête froide et les flèches plus claires correspondent à la sortie de tête froide. La sortie d'eau est plus chaude qu'en entrée car elle a récupéré les calories qui n'ont pas été transformées en puissance mécanique au cours du cycle.



(a) Tête froide du LMEE (b) Détail du circuit de refroidissement

FIGURE 2.11 : Tête froide et son circuit de refroidissement

Sur la figure 2.11 on peut voir le plan de la tête froide ainsi que les détails du circuit du fluide de refroidissement.

Sur la figure 2.12, la coupe permet de voir la complexité d'un des noyaux nécessaires à la réalisation par fonderie de la tête froide présentée ci dessus. Cette tête froide qui permet une réduction notable des volumes morts n'est donc pas réalisable par usinage conventionnel. Même une fonderie à cire perdue et un grappage élaboré n'est pas envisageable puisque le noyau possède des cavités creuses inaccessibles. Cette tête froide n'est pourtant qu'un échangeur, ainsi circule à travers cette pièce deux circuits fluides qui ne communiquent que thermiquement. Mais sa forme est assez complexe pour que la technique de MLS (Metal Laser Sintering = frittage laser de poudre métallique) ou toute autre technique équivalente par accumulation de matière soit la seule façon de la réaliser.

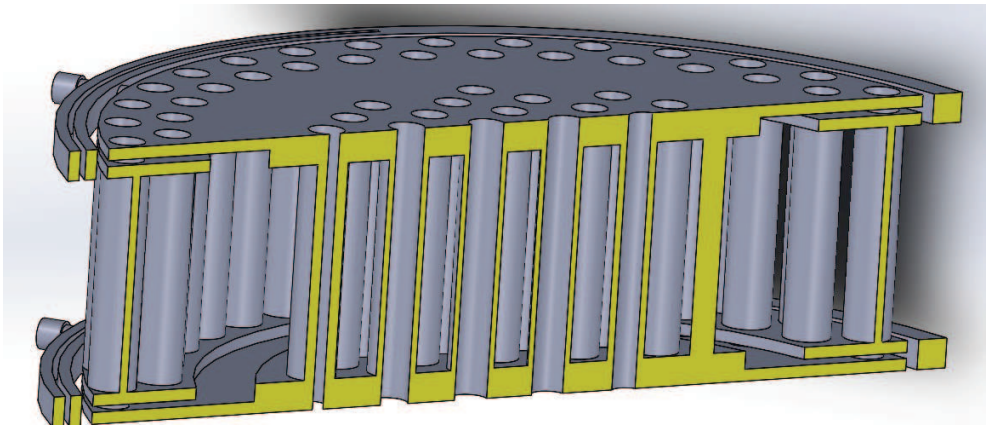


FIGURE 2.12 : Plan de coupe d'un noyau de la tête froide

Le noyau de la figure 2.12 correspond au volume occupé par le fluide de refroidissement dans la tête froide. La complexité de sa forme ne permet pas de le réaliser en cire.

2.3.2 Un embiellage qui réduit les charges latérales sur les pistons

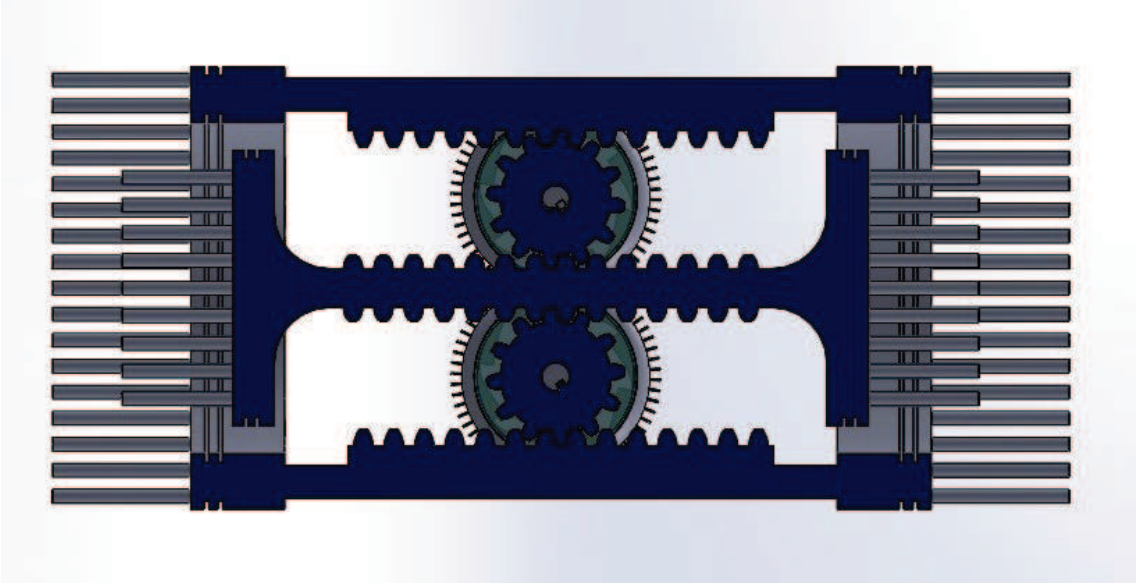


FIGURE 2.13 : L'embiellage FPC

Sur la figure 2.13 sont représentés les quatre pistons de travail de l'ensemble moteur FPC. Il y a également quatre déplaceurs non représentés ici. En arrière plan on peut voir deux alternateurs. Ces derniers reçoivent la puissance mécanique au moyen d'un ensemble "pignon-crémaillère". Mais les alternateurs tournent toujours dans le même sens malgré le va-et-vient des pistons grâce à des roues-libres qui ne sont pas visibles ici. Cet ensemble permet une réduction majeure des charges latérales que des bielles classiques auraient exercées sur les pistons.
Lorsque le piston de travail central de gauche produit du travail mécanique (première isotherme du cycle de Stirling) ce dernier sert, par l'intermédiaire des alternateurs, à produire de l'électricité. Mais de plus, une partie de ce travail contribue également à comprimer l'air du moteur central à droite de l'image qui se trouve sur la seconde isotherme du cycle de Stirling dans le diagramme de Clapeyron. Un volant à inertie est tout de même nécessaire d'après S. Klutchenko (voir site internet [12]), mais ce point reste à préciser.

2.3.3 Une liaison piston-déplaceur qui fait varier les déphasages

L'embiellage présenté ici et nommé « embiellage-FPC »permet un retard dans le mouvement du déplaceur en comparaison à un embiellage classique. On se rapproche alors de la cinématique idéale, ce qui correspond à une augmentation de la surface du cycle dans le diagramme de Clapeyron.

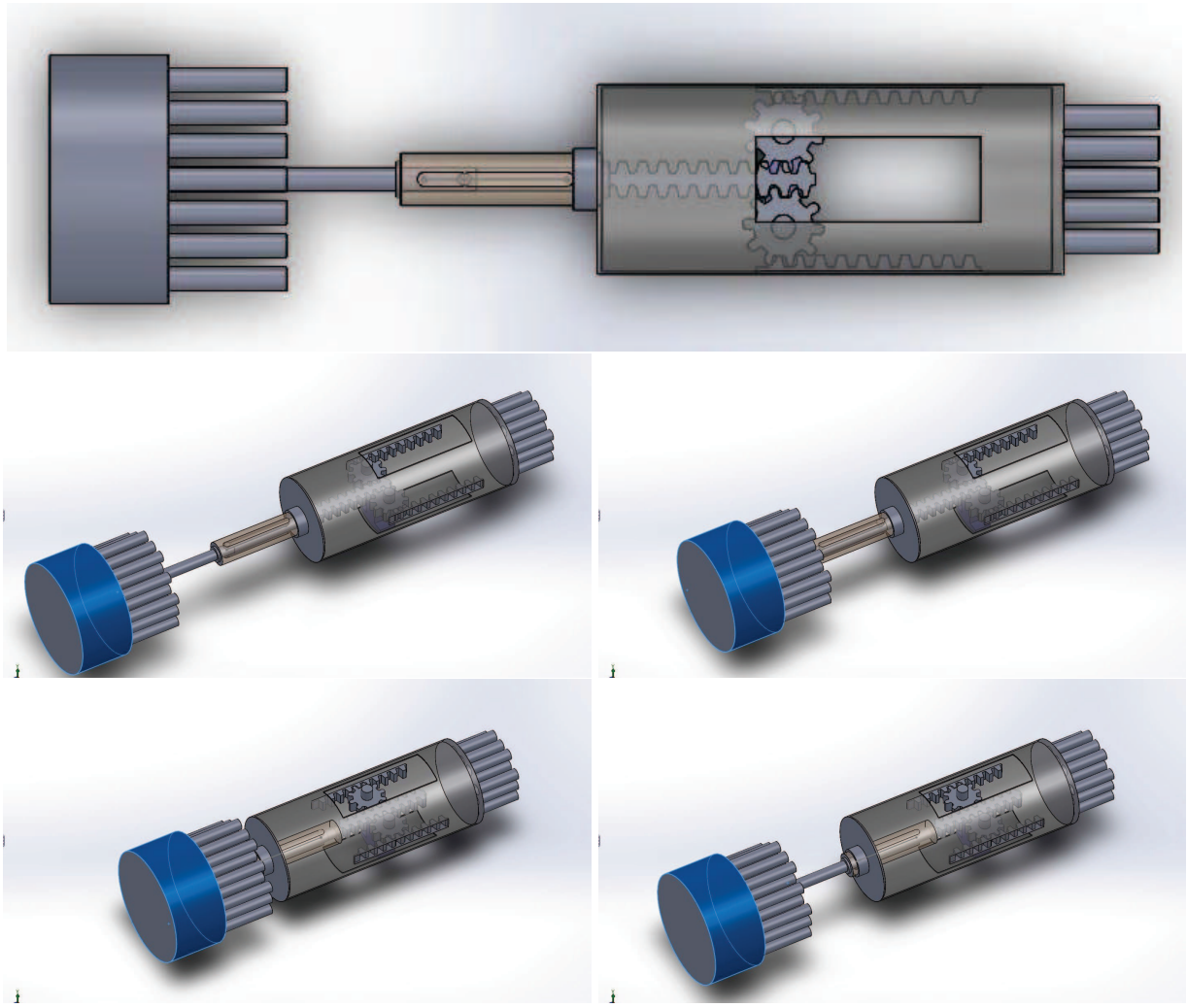


FIGURE 2.14 : Les 4 phases de l'embiellage FPC

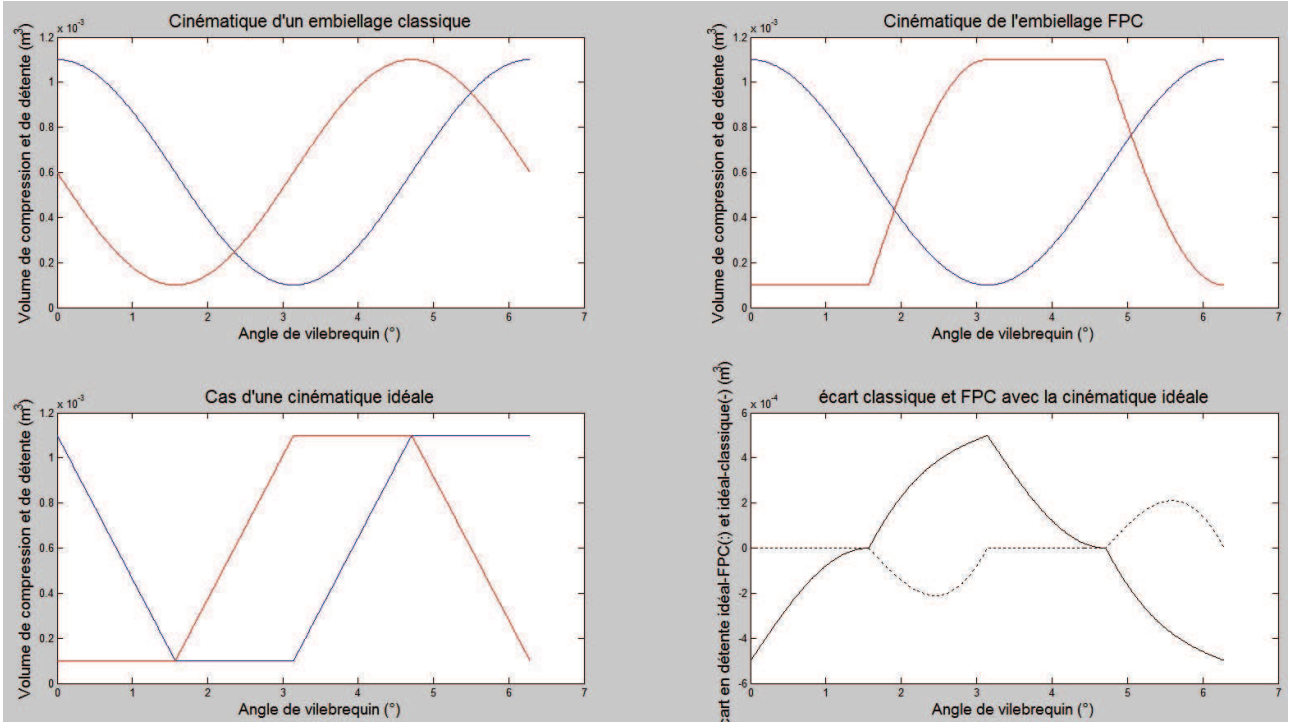


FIGURE 2.15 : Avantage de la cinématique de l'embiellage FPC

2.3.4 Le régénérateur original du LMEE : Le partageur

Le partageur est un régénérateur particulier qui permet un échange thermique entre deux ensembles moteurs. Sur la figure 2.16 est illustré le principe du partageur. En cherchant à améliorer l'efficacité du régénérateur on peut travailler sur les performances des matériaux constituant la matrice du régénérateur ou, comme on l'a fait au LMEE, rechercher une solution architecturale amenant une « efficacité augmentée » par l'ajout d'échanges thermiques complémentaires. En faisant communiquer thermiquement deux moteurs Stirling, pendant la phase de régénération, chaque moteur a un gaz de travail qui a la possibilité d'échanger avec la matrice du moteur associé, mais également, au travers d'une paroi, d'échanger de l'énergie calorifique avec le gaz de travail du moteur voisin.

Cette approche est réellement nouvelle puisque le régénérateur, depuis les travaux réalisés au sein de la firme Philips où on a compris qu'il joue un rôle essentiel sur la performance du moteur, est l'objet de beaucoup d'études (Ataer, 2002, [38] ; Nam, 2005, [72] ; Andersen, 2006, [94] ; Xiao, 2014, [109]) et notre démarche n'a pas été empruntée.

Pour que ceci soit réalisable il suffit de mettre les deux moteurs en opposition de phase c'est à dire que la phase de réchauffement isochore d'un moteur doit correspondre à la phase de refroidissement isochore de l'autre moteur : d'ou le nom de « delta-π ».

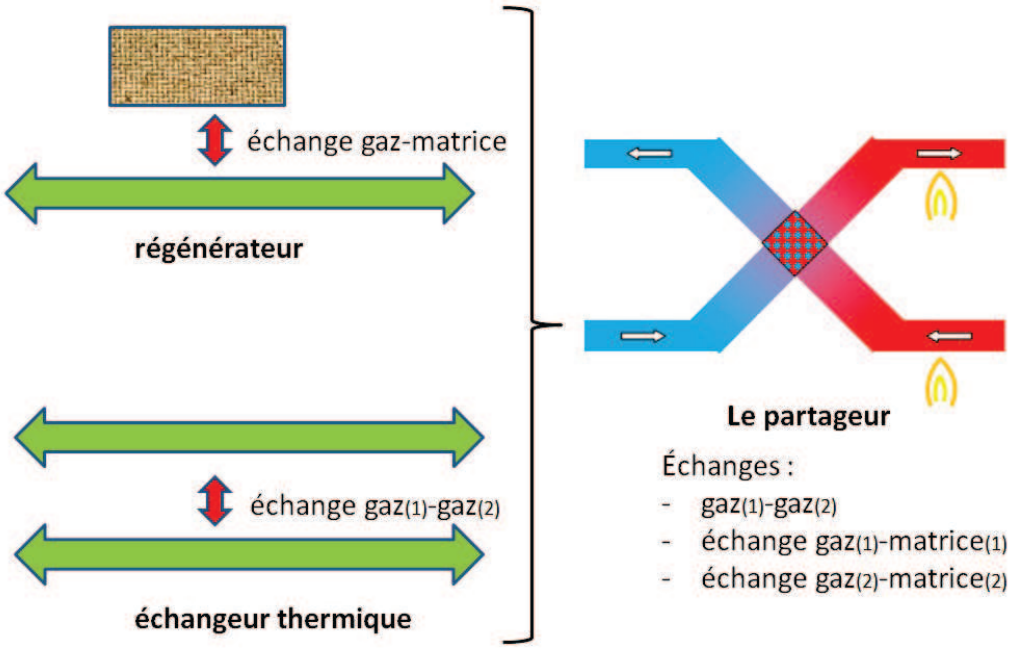


FIGURE 2.16 : Principe du partageur

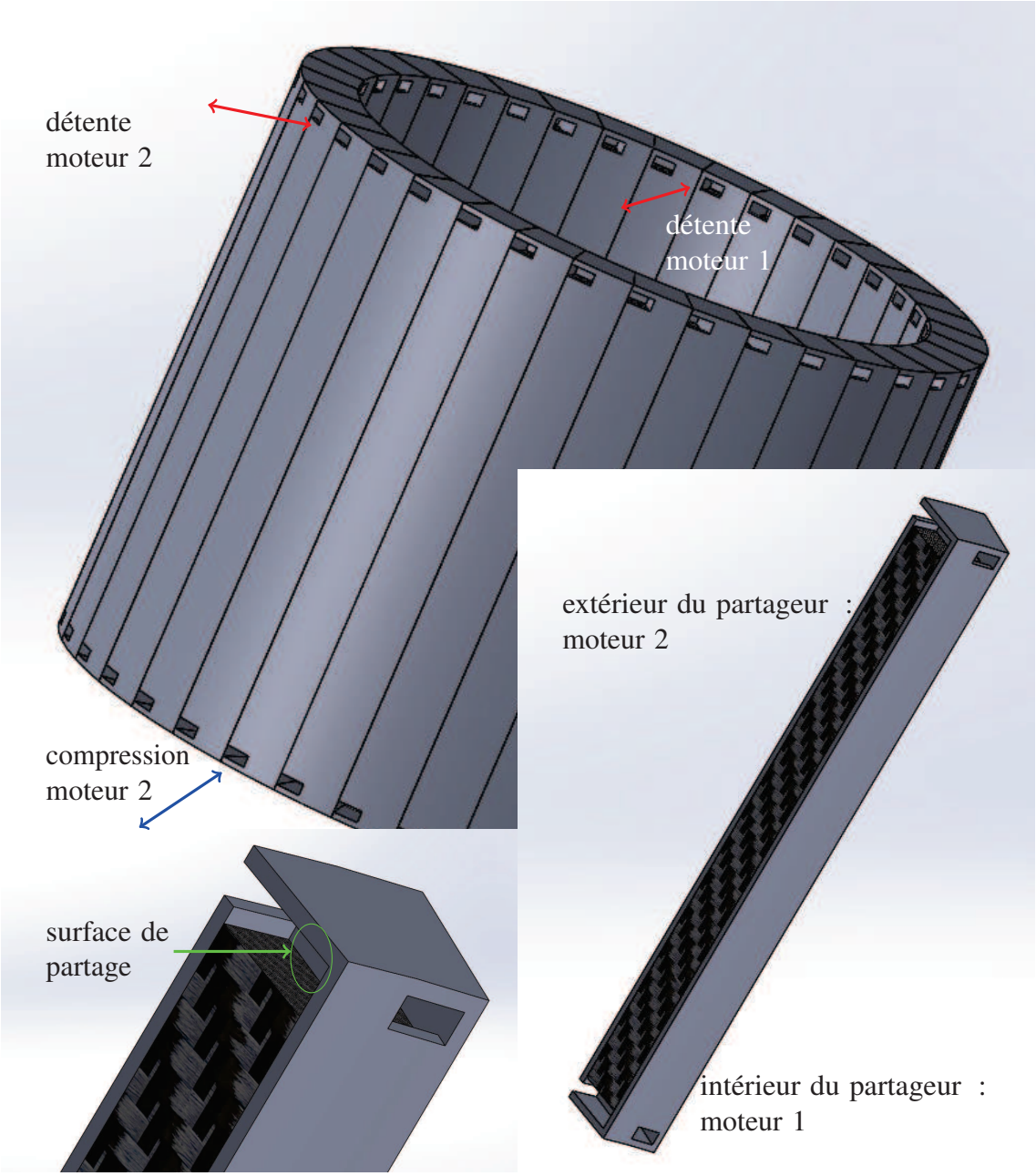
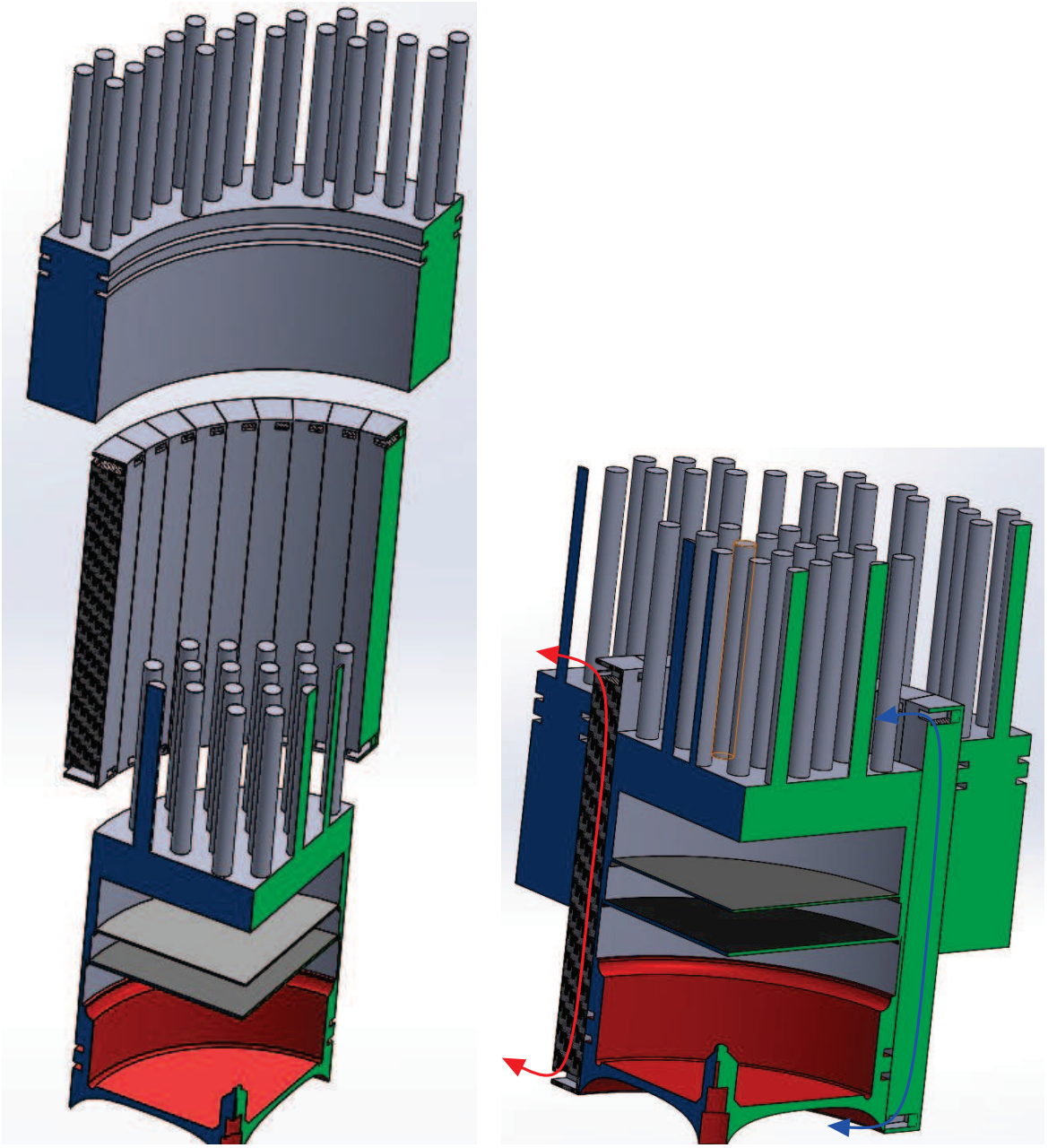


FIGURE 2.17 : Le partageur est constitué d'un seul élément. La matrice est solidaire du carter du partageur car elle est fabriquée en même temps que ce dernier et à l'intérieur grâce au procédé de frittage laser 3D

Le partageur présenté ici conserve la fonction de régénération comme un régénérateur classique mais possède également une fonction de partage entre les moteurs concentriques. Du point de vue d'un seul moteur on peut déjà comprendre que cela va correspondre, sur un plan thermique, à un régénérateur de meilleure efficacité ou encore à la participation d'une tête chaude et d'une tête froide virtuelle complémentaire. Mais la géométrie proposée ici offre un avantage supplémentaire non négligeable : en général le régénérateur présente une face importante de son carter à l'extérieur, l'ambiance, et est donc soumis à des pertes thermiques continues. Ici le régénérateur est en sandwich entre deux déplaceurs. Cela réduit notablement les pertes thermiques vers l'extérieur. Ce point ne sera pas évalué dans le travail présenté ici.

La figure 2.18 montre une coupe double du partageur avec les deux déplaceurs qui s'en trouvent de part et d'autre. Sur la figure 2.18a une distance a été mise entre les pièces ce qui permet d'identifier clairement les éléments mais sur la figure 2.18b la position relative des pièces est telle que celle qu'on pourrait trouver dans le moteur une fois ce dernier assemblé.



(a) Coupe double du partageur et des 2 déplaceurs séparés

(b) Coupe double du partageur et des 2 déplaceurs assemblés

FIGURE 2.18 : Coupe double du partageur et des 2 déplaceurs

Après avoir présenté le prototype nommé FPC qui contient 3 solutions techniques pour 3 des difficultés de conception identifiées, on va présenter au chapitre 3 les modèles utilisés et complétés qui vont permettent d'évaluer l'effet de ces solutions techniques sur les performances du moteur.

Chapitre 3

Un Modèle théorique pour l'évaluation du partageur

3.1 Impact du système de cogénération sur l'architecture du moteur

On va étudier ici l'impact que peut avoir l'intégration du moteur Stirling dans un système complet de captation solaire BATIMAC. On souhaite en fait savoir si l'architecture du moteur doit être adaptée à l'utilisation qu'on en fait. L'étude de ce paragraphe a été réalisée en collaboration au sein du LMEE avec la participation d'Adrià BAUZÀ SOLER un étudiant de l'**U**niversité d'**E**vry-**V**al d'**E**ssonne (UEVE) au cours de son stage courant de l'année 2012.

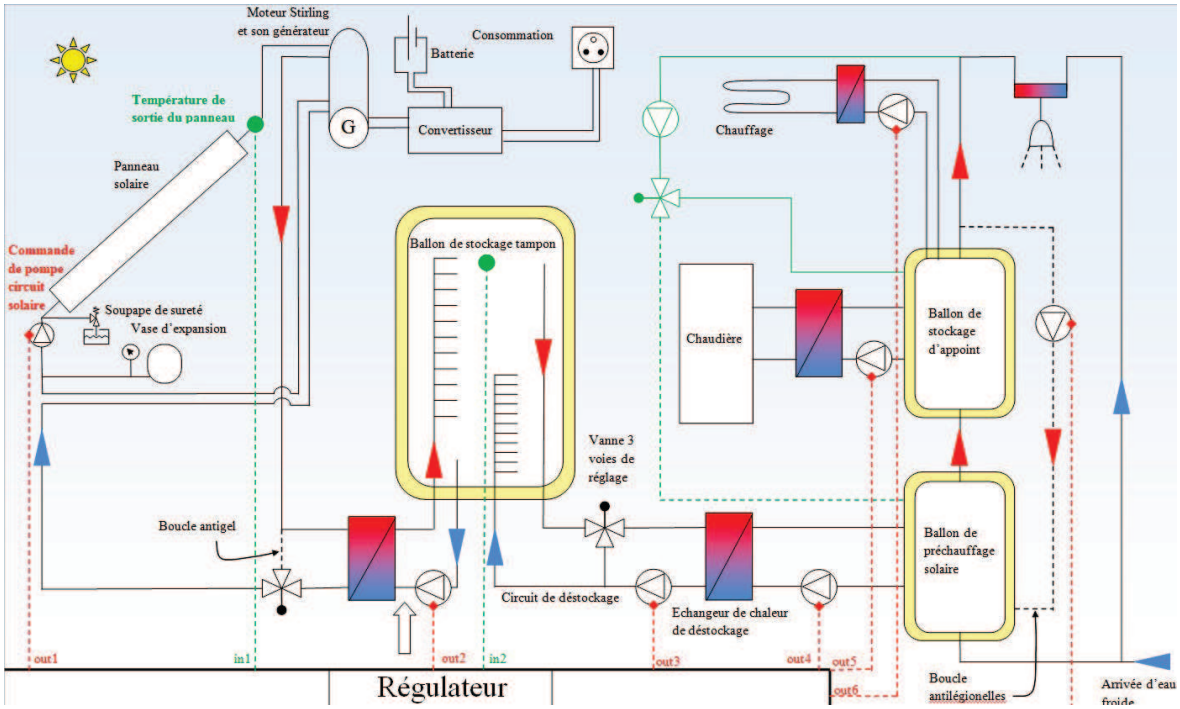


FIGURE 3.1 : Système de cogénération solaire décentralisé comprenant un moteur Stirling

Une des exigences du moteur Stirling concernant son fonctionnement est, du fait de l'inertie thermique

des échangeurs, qu'il fonctionne de façon stable et continue mais ne réagisse que lentement au changement de température : il est peut réactif en terme de changement de régime. De ce fait c'est un moteur qui ne doit pas être allumé fréquemment et dont on ne peut pas demander des changements de régime brusques.

Puisque ce moteur, associé à son générateur électrique, est destiné à être intégré à un système de captation solaire il est naturel dans une phase d'étude préliminaire de se demander s'il n'y a pas incompatibilité entre le moteur et le système. C'est l'objet de ce paragraphe.

Le système, moteur compris, a été détaillé pour être simulé. On peut voir sur la figure 3.1 les éléments qui le constituent dans une configuration inspirée par l'étude bibliographique (Peuser, 2005, [82]).

Le système a du, par l'ampleur du travail demandé, être simplifié afin d'avoir en un temps raisonnable une réponse, même partielle, à la question posée ci-dessus.

On trouvera sur la figure 3.2 la modélisation sous simulink d'une version simplifiée du système.

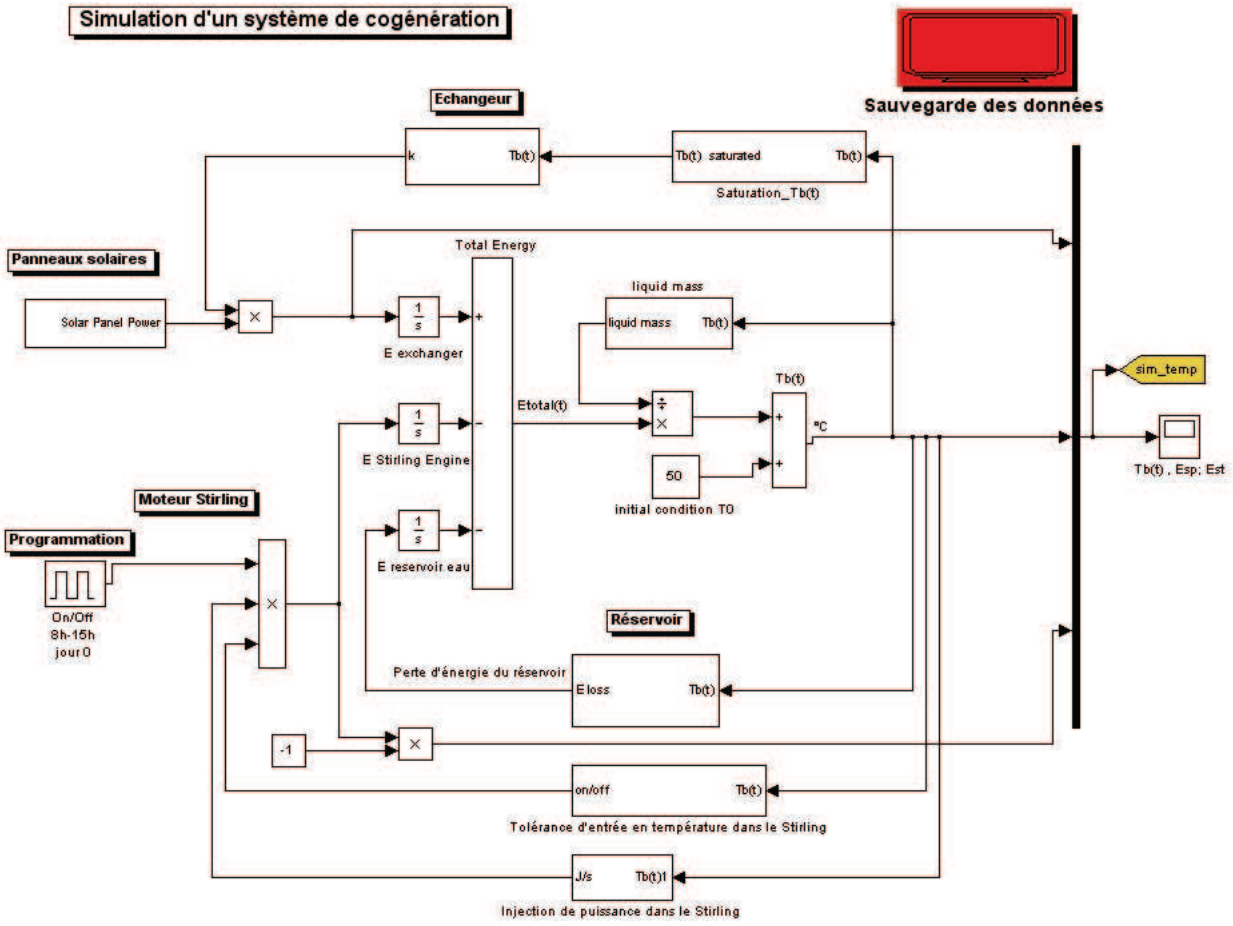


FIGURE 3.2 : Modèle sous Simulink d'un SSCD simplifié

Le modèle de la figure 3.2 contient un modèle de capteur solaire avec un scénario simple de disponibilité solaire, un modèle de ballon d'eau chaude avec ses fuites thermiques, un échangeur thermique avec ses performances, un modèle simplifié de moteur Stirling et un modèle de programmation du système.

Au cours de cette étude préliminaire sur le système on a constaté que la disponibilité de l'énergie solaire allait avoir un impact important sur les performances du système. En effet selon l'importance du stockage d'énergie des stratégies différentes allaient devoir être adoptées pour éviter un allumage répétitif du moteur. Ainsi, pour une disponibilité solaire donnée, différentes stratégies de mise en fonctionnement du système peuvent avoir des conséquences plus ou moins bénéfiques sur ces performances. On peut par exemple décider d'allumer le moteur et le mettre à un régime de puissance moyenne sur toute la période où l'énergie solaire est disponible. Nous avons donc déjà, avec ce modèle simple une réponse : les performances du système vont varier en raison d'une contrainte forte sur le système de la part du moteur : l'éteindre et l'allumer le moins possible.

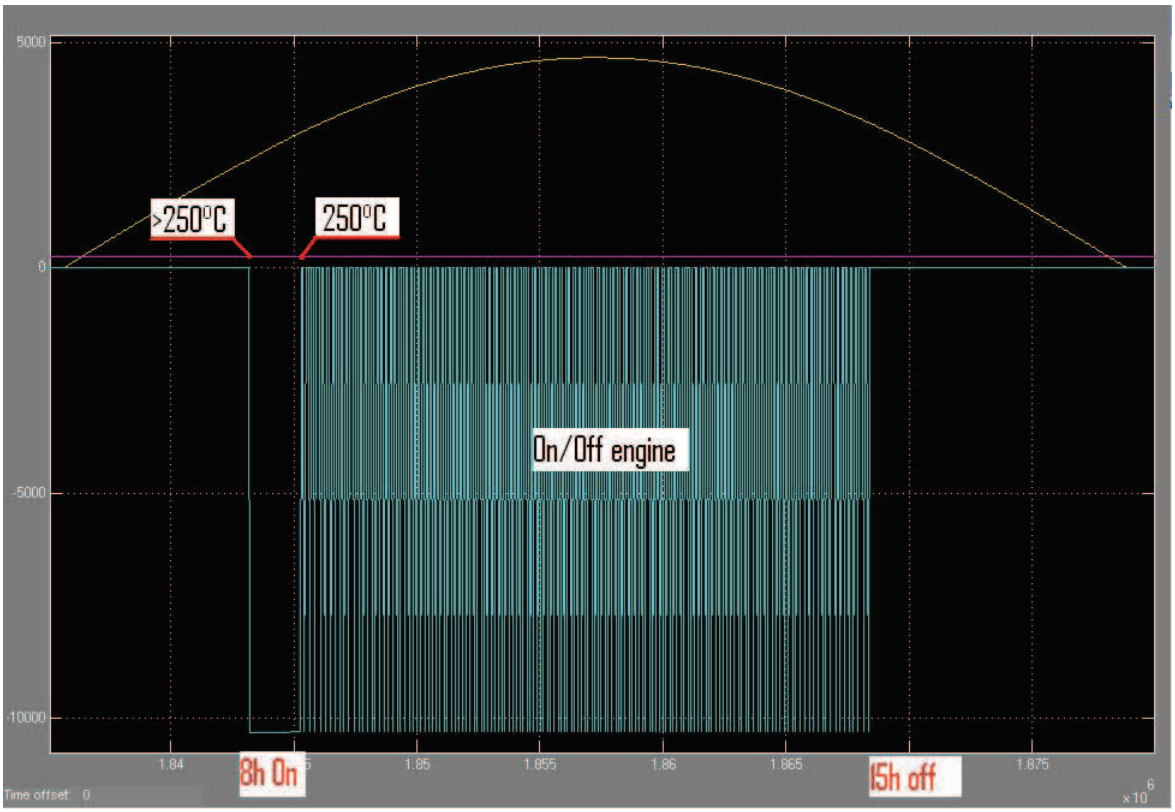


FIGURE 3.3 : Résultats de l'analyse préliminaire du SSCD simplifié

Sur la figure 3.3 la courbe de forme parabolique reprèsente l'énérgie accumulée dans le ballon d'eau chaude au moyen des capteurs solaires. La ligne horizontale viollette représente la température seuil à partir de laquelle on met en marche le moteur Stirling. La courbe verte représente l'état « allumé ou éteint » du moteur. En plus d'une limite sur la température de l'eau pour la tête chaude à 250°C on avait imposé un scénario où le moteur était systématiquement mis en marche à 8h du matin et éteint à 15h ce qui correspondait à une plage ou on savait qu'en moyenne la température dans le ballon avait atteint le seuil requis.

On constate que le moteur fonctionne selon une intermittence à intervalle beaucoup trop court. Le prélèvement d'énergie dans le ballon, à cause de la puissance du moteur est tel qu'il fait redescendre rapidement la température de l'eau stockée et donc la fait passer en dessous des 250°C de consigne d'arrêt du moteur. Puis la puissance de captation solaire par les panneaux fait remonter rapidement la température au dessus du seuil et le moteur est remis en marche. Une telle configuration du système

conduirait à l'endommagement certain du moteur.

Augmenter la quantité des panneaux solaires pour éviter la situation décrite ci-dessus porterait le coût d'achat d'un tel système à un niveau trop élevé. De plus augmenter ainsi la captation solaire n'est pas seulement un non-sens économique mais également écologique.

En fait il existe des stratégies de contrôle/commande qui permettent d'éviter des situations comme celle ci-dessus qui reste un cas d'école. Le contrôle/commande apporte souvent la solution et permet même une souplesse d'utilisation. L'étude bibliographique ajoute un élément important : il est possible de faire varier la puissance du moteur en modifiant la pression de remplissage. Cela nécessite l'intégration d'un système supplémentaire sur le moteur mais permet un éventail d'utilisation beaucoup plus large (voir par exemple [66]).

Après ce premier résultat satisfaisant, l'étude du système a été arrêtée volontairement puisque ce n'est pas l'objet de cette thèse. Mais dans son engagement dans le développement durable, le LMEE a permis le démarrage d'une autre thèse dédiée au système complet de cogénération solaire à base de moteur Stirling.

3.2 Le modèle d'Urieli comme base pour modéliser le Stirling

Urieli, qu'on présentera plus bas, a réalisé un travail remarquable de simulation d'un moteur Stirling avec des calculs dédiés à la validation de ce modèle. On a utilisé ce travail comme base pour réaliser un modèle permettant d'évaluer le partageur du LMEE. On apportera pour cela 3 modifications :

- On a transposé le modèle d'Urieli sous Simulink afin de le faire interagir avec un modèle de générateur électrique pour avoir une modélisation plus réaliste du système de cogénération : machine thermique + machine électrique,
- On a inséré un modèle de gaz réel pour évaluer l'effet de ce type de modèle sur les performances du moteur,
- On a intégré une version modifiée du modèle de régénérateur d'Organ afin d'évaluer l'effet du partageur sur le moteur.

3.2.1 Evolution de la modélisation du Stirling

On l'a déjà dit, la première modélisation théorique du fonctionnement du moteur Stirling vient avec l'analyse de Schmidt, publiée en 1871 (voir par exemple [102]).

L'analyse de Schmidt est une analyse dite « isotherme » c'est à dire que pendant les phases de compression et de détente on suppose que le gaz est dans l'état tel que le suppose le cycle de Stirling c'est à dire qu'il subit ses transformations à température constante.

Après Schmidt (1871) il faut attendre 90 ans pour qu'un nouveau pas décisif soit franchi en théorie du moteur Stirling : l'analyse adiabatique de Finkelstein (1960).

On s'est en effet rendu compte que le gaz n'a pas le temps d'échanger de chaleur pendant ces

phases de compression et de détente, il n'échange aucune énergie avec les parois : on a alors modélisé des compressions et des détentes adiabatiques. L'explication est donnée avec la formule de Reech qui exprime la relation entre les pentes des courbes adiabatique et isotherme dans le diagramme de Clapeyron (figure 3.4). La conséquence sur les performances du moteur est illustrée sur la figure 3.5.

L'analyse de Schmidt a bien d'autres limites de validité, on en trouvera un exemple dans l'annexe I.

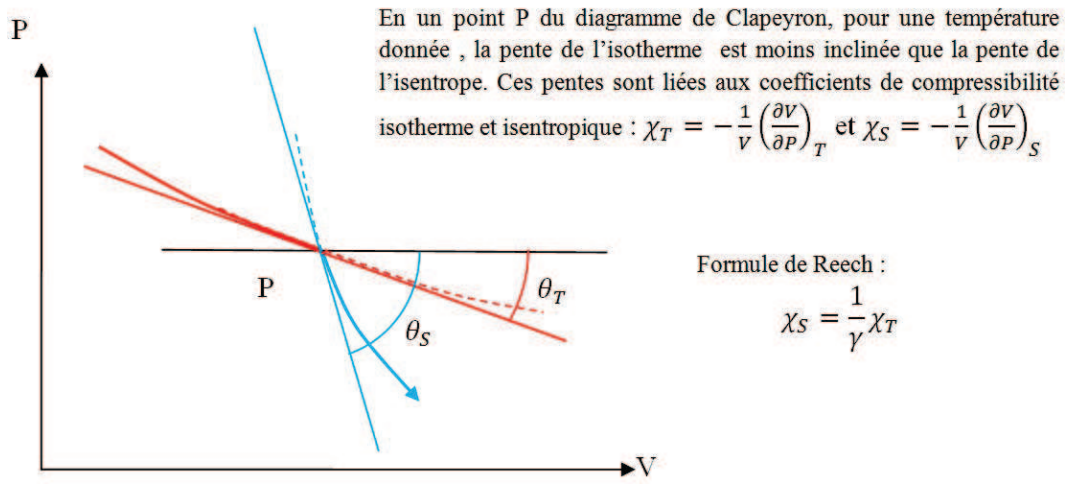


FIGURE 3.4 : Formule de Reech

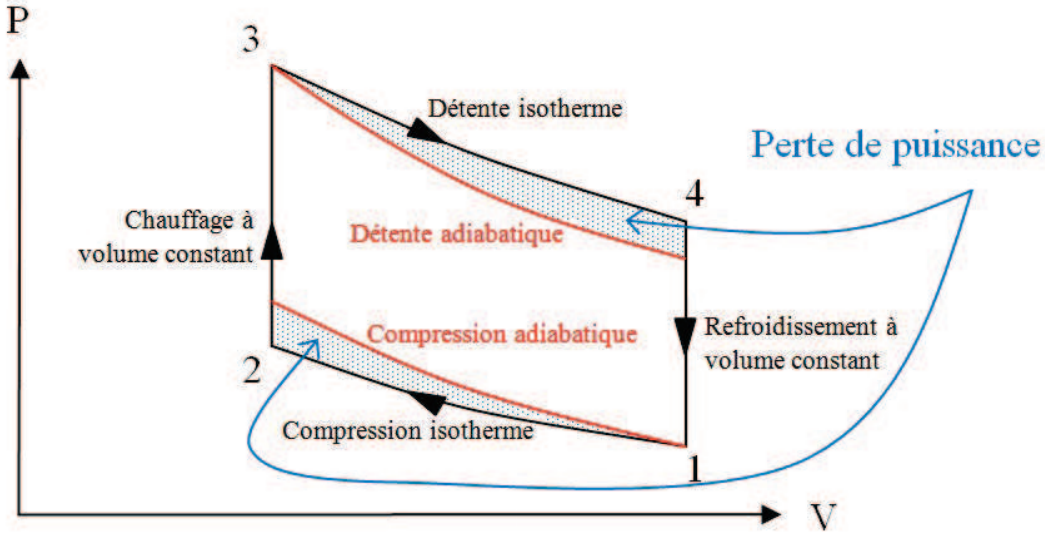


FIGURE 3.5 : Différence entre analyse isotherme et adiabatique

On a résumé l'évolution de la modélisation du Stirling avec la figure 3.6 qui est également décrite dans l'annexe C.

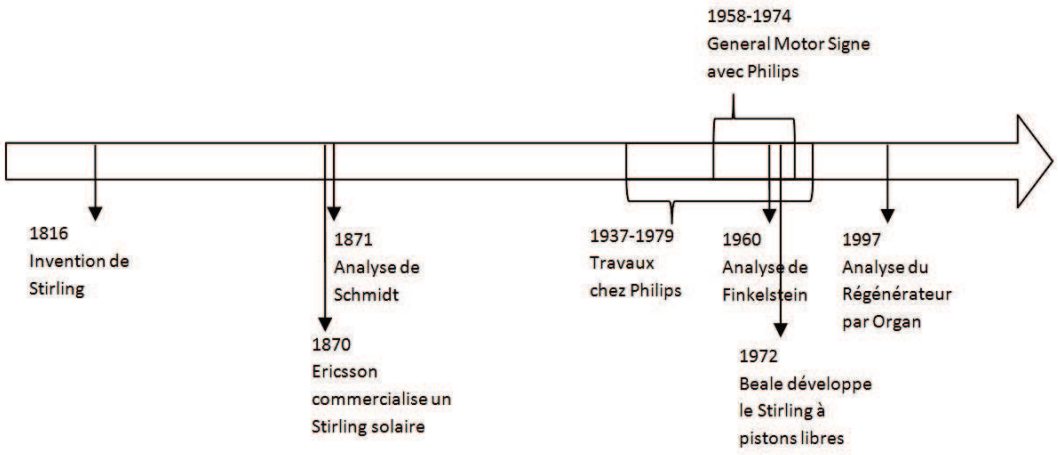


FIGURE 3.6 : Les grandes évolutions de la modélisation du Stirling

La modélisation d'Israel Urieli intègre tous ces travaux. En plus d'intégrer une analyse adiabatique son modèle prend en compte les pertes de charges dans les échangeurs ainsi que les fuites thermiques le long du régénérateur ainsi que la limitation des échanges thermiques entre le gaz de travail et les parois des têtes chaudes et froides.

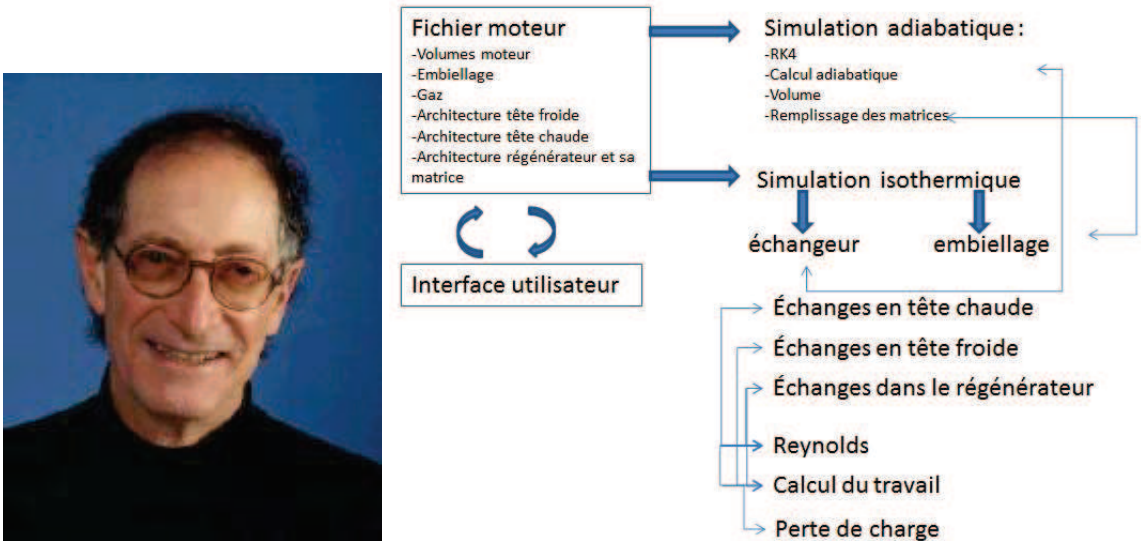


FIGURE 3.7 : Urieli et un schéma de son modèle semi analytique

Urieli, à la retraite depuis 2012, de l'université de l'Ohio a réalisé des pages web sur le site de l'université (site web, [28]) qui résume très bien ses travaux. Son modèle est le résultat des travaux qu'il avait réalisés en thèse (Urieli, 1977, [100]). Ce travail est à la base du modèle présenté ici et auquel on a apporté quelques compléments. C'est un modèle de référence puisque la démarche qu'on a empruntée ici a été suivie dans d'autres travaux comme dans Parlak, 2008, [81], où les auteurs ont simulé un moteur de type γ avec des transformations adiabatiques qualifiées d'imparfaites.

3.2.2 Prise en compte de l'effet « gaz réel ».

Lorsqu'on parle d'une équation de type gaz réel on parle d'une équation d'état c'est à dire une équation qui lie P, V et T : $f(P,V,T)=0$ ou encore $f(\rho,P,T)=0$.

On trouvera en annexe H une comparaison avec des données expérimentales qui montre les limites de l'équation des gaz parfaits sous certaines conditions ainsi que celles de certains modèles de gaz réels.

Dans notre étude, en plus d'utiliser une équation de gaz réel on va aussi prendre en compte le fait que les caractéristiques physiques du gaz varient avec la température et la pression.

On a construit, pour réaliser des simulations de moteur Stirling, notre propre modèle de gaz réel. Pour cela on a utilisé la méthode des moindres carrés ($A=(X^tX)^{-1}(X^tY^t)$) pour construire des fonctions d'interpolation sur la base des données récoltées sur le site du **N**ational **I**nstitute of **S**tandards and **T**echnology (NIST) [13]. Je remercie ici Grégory TURBELIN du laboratoire LMEE de l'université d'Evry qui m'a permis, par son savoir faire, une rapide prise en main de cette méthode.

Cette méthode à permis à la fois de construire une fonction qui sera notre équation d'état mais également une série de fonctions d'interpolation qui décriront la variation de certaines caractéristiques physiques avec la température et la pression.

Ce qui suit est valable pour l'hélium, gaz qu'on utilisera dans les simulations car il correspond à un bon compromis entre performances et possibilité de réalisation d'un projet concret lorsqu'on prend en compte tous les paramètres technologiques : le choix de l'hydrogène par exemple, qui permet de meilleurs performances du moteur ne serait pas judicieux car les matériaux se fragilisent et sont poreux à l'hydrogène et ce dernier a une grande plage d'explosivité : 4%-75%. Voir l'annexe J sur la fragilisation par l'hydrogène ainsi que Bhattacharyya, [41] et Bhattacharyya, [40].

Pour l'hélium on obtient ainsi :

Equation d'état :

$$\rho(T,P)=r_0+r_{11}T+r_{12}P+r_{21}TP+r_{22}T^2+r_{23}P^2+r_{-1}\frac{P}{T}$$

Equation des propriétés physiques :

$$\nu(T,P)=n_0+n_{11}T+n_{12}P+n_{21}TP+n_{22}T^2+n_{23}P^2+n_{-1}\frac{P}{T}$$

$$\lambda(T,P)=l_0+l_{11}T+l_{12}P+l_{21}TP+l_{22}T^2+l_{23}P^2+l_{-1}\frac{P}{T}$$

$$c_p(T,P)=1000\left(c_0+c_{11}T+c_{12}P+c_{21}TP+c_{22}T^2+c_{23}P^2+c_{-1}\frac{P}{T}\right)$$

$$\gamma(T,P)=g_0+g_{11}T+g_{12}P+g_{21}TP+g_{22}T^2+g_{23}P^2+g_{-1}\frac{P}{T}$$

$$c_v(T,P)=1000\left(cv_0+cv_{11}T+cv_{12}P+cv_{21}TP+cv_{22}T^2+cv_{23}P^2+cv_{-1}\frac{P}{T}\right)$$

Propriété	Nom du coefficient	Numéro de coefficient			
		0	**11**	**12**	**21**
ρ	r	$0,356$	$-0,0011$	$1,606 \cdot 10^{-7}$	$-7,975 \cdot 10^{-11}$
λ	l	$0,0461$	$3,912 \cdot 10^{-4}$	$8,113 \cdot 10^{-10}$	$-3,163 \cdot 10^{-13}$
c_p	c	$5,191$	$8,34 \cdot 10^{-6}$	$-2,969 \cdot 10^{-9}$	$2,121 \cdot 10^{-12}$
ν	n	$6,07 \cdot 10^{-6}$	$4,921 \cdot 10^{-8}$	$3,932 \cdot 10^{-14}$	$-3,541 \cdot 10^{-17}$
γ	g	$1,666$	$2,872 \cdot 10^{-6}$	$-4,83 \cdot 10^{-10}$	$4 \cdot 10^{-13}$
c_v	cv	$3,116$	$-1,95 \cdot 10^{-7}$	$-9,05 \cdot 10^{-10}$	$5,38 \cdot 10^{-13}$

Propriété	Nom du coefficient	Numéro de coefficient		
		22	**23**	**-1**
ρ	r	$7,68 \cdot 10^{-7}$	$-2,637 \cdot 10^{-15}$	$4,228 \cdot 10^{-4}$
λ	l	$-7,893 \cdot 10^{-8}$	$-1,021 \cdot 10^{-17}$	$-5,875 \cdot 10^{-10}$
c_p	c	$-6,855 \cdot 10^{-09}$	$5,195 \cdot 10^{-18}$	$5,18 \cdot 10^{-7}$
ν	n	$-9,383 \cdot 10^{-12}$	$-7,595 \cdot 10^{-23}$	$6,686 \cdot 10^{-13}$
γ	g	$-2,214 \cdot 10^{-9}$	$3,266 \cdot 10^{-18}$	$-2,249 \cdot 10^{-7}$
c_v	cv	$-9,311 \cdot 10^{-11}$	$-2,63 \cdot 10^{-18}$	$7,41 \cdot 10^{-7}$

TABLE 3.1 : Coefficients de la fonction d'interpolation du modèle « Gaz Réel » de l'hélium

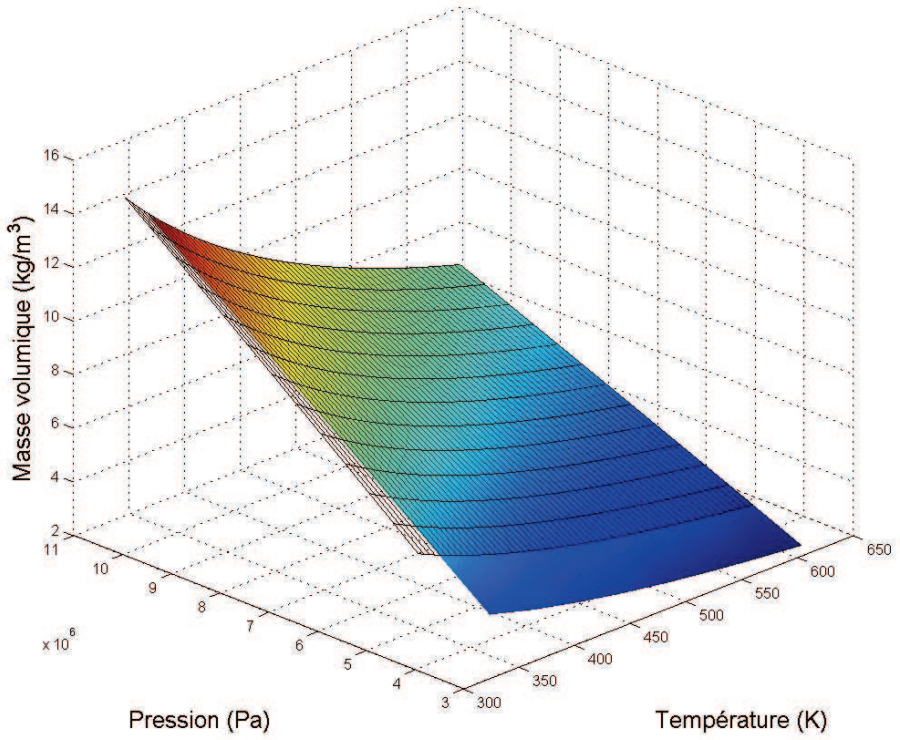
en entrée : $[T] = K$ et $[P] = Pa$
en sortie : $[\rho] = kg \cdot m^{-3}$, $[\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$,$[c_p] = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$, $[\nu] = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$, $[\gamma] = 1$,$[c_v] = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

Avant d'utiliser de telles équations on a calculé l'écart qu'elles donnent avec les données du NIST sur la plage de validité de ces polynômes soit une température telle que $283,15\,K \leqslant T \leqslant 883,15K$ et une pression telle que : $40\,bar \leqslant P \leqslant 100\,bar$ ce qui correspond aux conditions de fonctionnement du moteur qu'on se propose de concevoir.

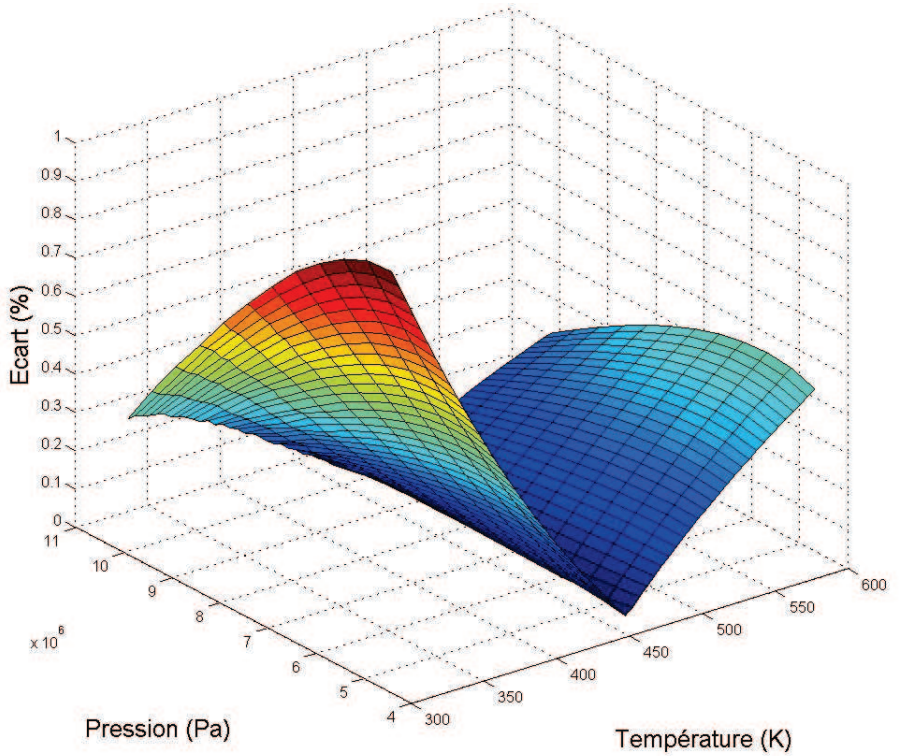
Propriété	Écart (%)
ρ	1,0
λ	0,6
c_p	0,04
ν	0,4
γ	0,04
c_v	0,012

TABLE 3.2 : Majoration des écarts entre les données du NIST et les polynômes.

On montre sur la figure 3.8a la comparaison entre les données du NIST (surface colorée) et la surface correspondante à la fonction d'interpolation obtenue avec les coefficients calculés par la méthode des moindres carrés pour la masse volumique. Sur la figure 3.8b on trouve les écarts en pourcentage entre ces données de référence du NIST et les valeurs calculées avec la fonction d'interpolation.



(a) Données du NIST (surface colorée) et fonction d'interpolation (surface maillée)



(b) Ecart (en %) entre la fonction d'interpolation et les données du NIST (gamme de températures 300-600 K, gamme de pressions 40-100 bars

FIGURE 3.8 : Comparaison de la fonction d'interpolation (surface maillée) avec les données du NIST (surface colorée) pour la masse volumique : graphiquement les écarts ne sont pas visibles sur la figure du haut, si on les exprime en pourcentage, figure du bas, on voit qu'ils ne dépassent pas 1 % dans le domaine de fonctionnement du moteur.

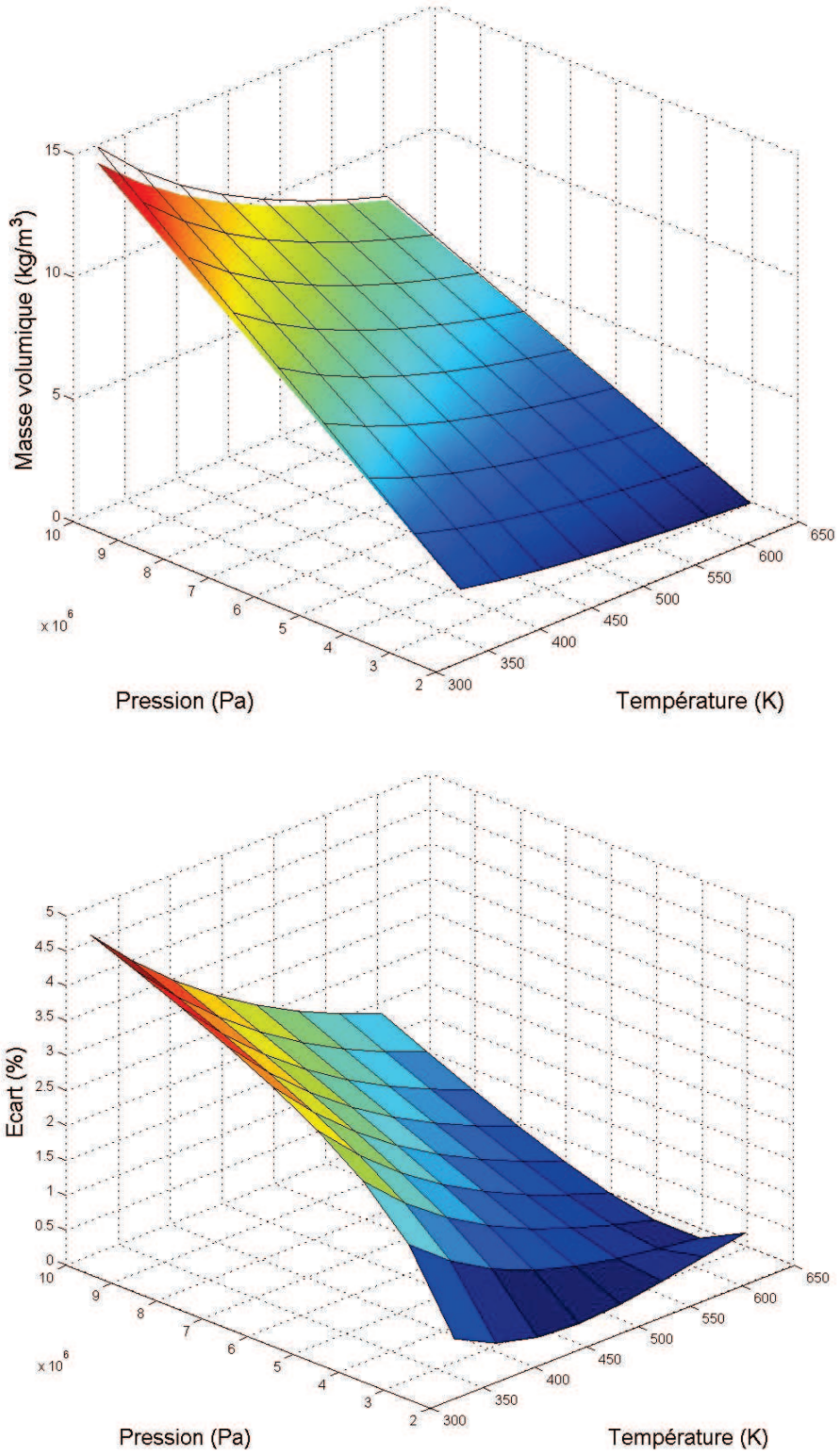


FIGURE 3.9 : Figure du haut : Comparaison entre le modèle de Gaz Parfait, GP (surface maillée) et les données du NIST (surface colorée). Sur un plan mathématique, aux faibles températures et à pression élevée le calcul de la masse volumique s'éloigne si on utilise le modèle des gaz parfaits. Toutefois dans le domaine de fonctionnement du moteur les écarts restent raisonnables, 5 % ce que l'on voit sur la figure du bas

On peut constater que la fonction d'interpolation ainsi obtenue s'écarte très peu des données du NIST (voir tableau 3.2) sur la gamme de pressions considérées.

On montre sur la figure 3.9 l'écart entre le modèle des Gaz Parfaits et les données du NIST : le modèle des gaz parfaits est très proche des données du NIST pour de faibles pressions ($1\ bar$). Aux pressions plus élevées on peut voir que le modèle de gaz parfait, dans le domaine de fonctionnement du moteur, s'écarte un peu des données du NIST pour la masse volumique. On peut comprendre cela avec la formule des gaz parfaits : la surface supérieure (surface maillée) de la figure 3.9 a pour équation : $P = \rho r T$.
On a donc utilisé une méthode des moindres carrés pour prendre en compte la variabilité des caractéristiques physiques du gaz avec la température et la pression. On a également appliqué cette méthode pour construire une équation d'état du gaz et ainsi être plus précis que ce que donne l'équation des gaz parfaits. Toutefois on a constaté une assez bonne prédiction de ce dernier modèle et seuls les calculs dans le moteur pourront justifier l'utilisation d'un modèle aussi complexe que celui défini ici.

3.3 Modèle de charge variable : modélisation du générateur électrique

3.3.1 Modèle thermodynamico-mécanique

Ici on souhaite simuler le fait que l'on va connecter une machine thermique, le moteur Stirling, à un générateur électrique. Il faut donc réaliser un couplage entre un modèle thermodynamique et un modèle dynamique. Le modèle thermodynamique permet d'aboutir à un diagramme de Clapeyron : par itération sur l'angle de rotation du vilebrequin on obtient la pression et les températures dans le moteur : c'est ce que donne le modèle d'Urielli.

L'inconvénient est qu'on obtient une pression pour un angle donné sans aucun lien avec le temps. On ne peut ainsi pas connaître le régime du moteur c'est à dire la vitesse de rotation du vilebrequin imposée par les conditions thermodynamiques du moteur. Dans une modélisation classique la variation de performance du moteur en fonction du régime n'est obtenue qu'en imposant le régime, par exemple dans Qin, [84]. Ici on veut déduire le régime en même temps que le rendement de la machine à partir d'une charge imposée au moteur.

On souhaite résoudre ce problème et pour cela il faut connaître la charge mécanique imposée sur le vilebrequin de la part de l'utilisateur. Ici l'utilisateur, pour la cogénération, a connecté un générateur électrique au vilebrequin.

La méthode utilisée ici est classique : on couple le modèle thermodynamique à celui qui représente la dynamique du moteur en incluant dans ce modèle la charge représentative du générateur électrique. En effet, si nous avons la pression dans le moteur nous pouvons calculer les forces qui s'exercent sur les parties mobiles du moteur et donc en déduire les accélérations qu'elles connaissent. On obtient alors, pour une charge exercée sur le moteur, un régime. En faisant alors varier la charge on en déduira la courbe rendement-puissance-régime moteur.
Dans un second temps, indispensable, il faudra vérifier que le régime obtenu, donc la vitesse des pistons, et donc la vitesse du gaz dans les différentes parties du moteur, imposée par la dynamique, n'impacte pas sur les échanges et les pertes et donc finalement sur la thermodynamique. Un bouclage

devra conduire à une convergence entre dynamique, électromagnétisme et thermodynamique. Pour commencer il faut établir le bilan des forces (des moments en fait) sur le vilebrequin et dans un second temps modéliser le générateur électrique.

3.3.2 Bilan des forces dans un moteur

On cherche ici à établir l'équation de la dynamique du vilebrequin. On applique pour cela le principe fondamental de la dynamique en G, centre de gravité du vilebrequin.

On choisi une configuration où l'axe des cylindres du piston de travail et du déplaceur coupe l'axe du vilebrequin, c'est à dire $e_d = e_c = 0 \Rightarrow \theta_e c = \theta_e d = 0$. Sur la figure 3.12 est représenté l'angle θ_{ec}.

Deux autres angles restent à préciser :

L'axe des origines des angles est tel que $V_c(\theta = 0) = V_{c\,max}$. L'axe des origines est donc l'axe du cylindre du piston de travail. Par construction les cylindres du piston de travail et du déplaceur peuvent former un angle α entre eux. Pour simplifier on prend ici $\alpha = 0$. Toujours par construction, lorsque $\theta = 0$ le vilebrequin est fait tel que $V_d = V_{dmin}$. Mais par la présence d'un angle de déphasage δ entre les mouvements du piston de travail et celui du déplaceur : ce déphasage, s'il est positif, indique que le mouvement cyclique du piston de travail est en avance sur celui du déplaceur. Ainsi le volume de compression commence à diminuer depuis sa valeur maximale alors que le volume de détente n'a pas encore atteint son minimum.

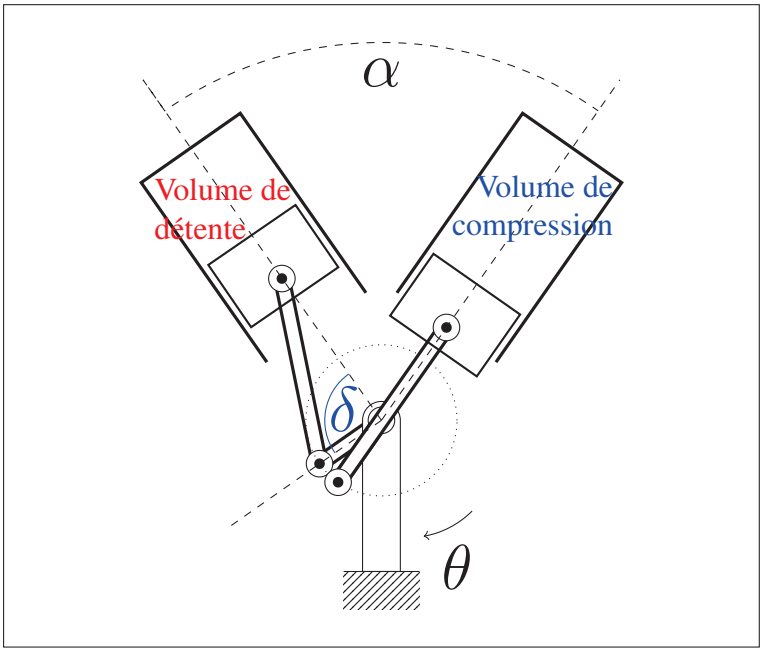


FIGURE 3.10 : Définition des angles de construction du moteur. Par construction du vilebrequin on a ici $\delta = 90°$ car lorsque l'espace de compression est à sa valeur maximale, le déplaceur est à mi-course. δ et α sont fixes et θ est une variable.

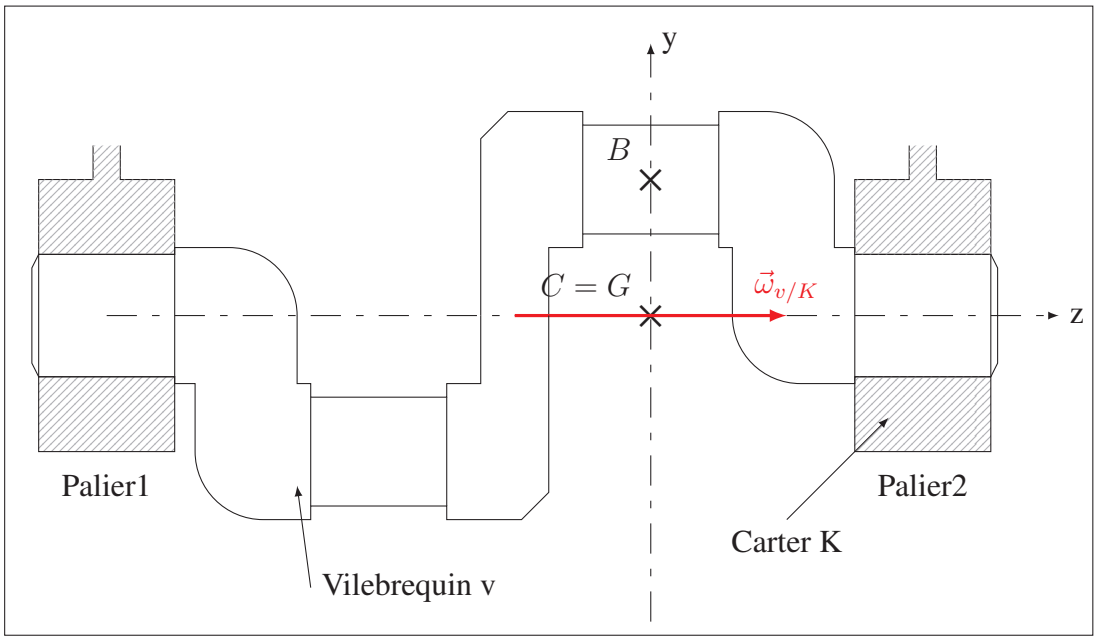


FIGURE 3.11 : Le vilebrequin et définition des éléments mécaniques associés (des masses d'équilibres qui ne figurent pas sur le dessin font que le centre de gravité du vilebrequin est confondu avec C)

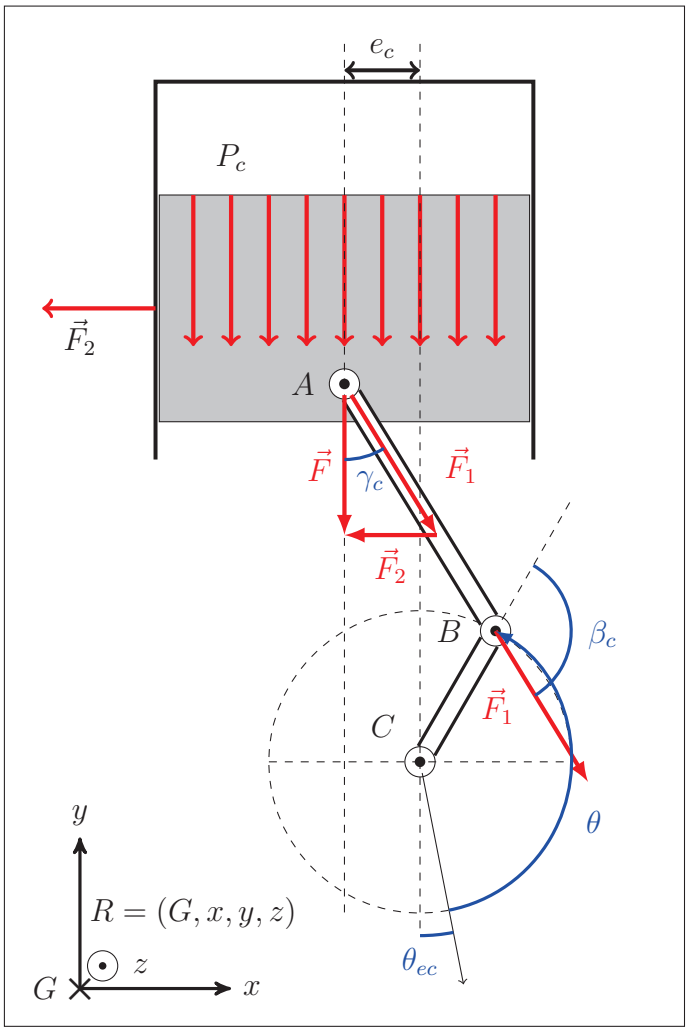


FIGURE 3.12 : Éléments du modèle dynamique d'un moteur

Le carter K est lié au repère R et est immobile.
$d(A, B) = L_c$ est le rayon de la bielle liant le piston de travail au vilebrequin.
$d(B, C) = r_c$ est le rayon de manivelle du piston de travail.
On applique le principe fondamental de la dynamique au point G (centre de gravité du vilebrequin) dans le repère R. On note « v » le vilebrequin, « d » le déplaceur et « c » le piston de travail qui effectue la compression.

On a pris ici e=0, e étant l'écart de l'axe du piston avec le centre de rotation du vilebrequin.

Bilan des torseurs agissant sur le vilebrequin :

$$\left\{ \begin{matrix} m_v \cdot \vec{a}_{G\ v/K} \\ \vec{\delta}_{G\ v/K} \end{matrix} \right\}_G = \left\{ \begin{matrix} \sum \vec{F}_{ext \to v} \\ \sum \vec{M}_G(\vec{F}_{ext \to v}) \end{matrix} \right\}_G \qquad [3.1]$$

Le vilebrequin est caractérisé par une masse m_v et un tenseur d'inertie $[\vec{J}_G]_R = \begin{pmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & J_{zz} \end{pmatrix}$ avec

$J_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm.$

On rappelle aussi que :
$\vec{\delta}_{G\ v/K} = \left(\frac{d\vec{\sigma}_{G\ v/K}}{dt}\right)_R = [\vec{J}_G]_R \cdot \left(\frac{d\vec{\omega}_{v/K}}{dt}\right) + \vec{\omega}_{v/K} \wedge \vec{\sigma}_{v/K}$ et $\vec{\sigma}_{v/K} = [\vec{J}_G]_R \cdot \vec{\omega}_{v/K}$

Le bilan des moments pour un vilebrequin en rotation autour de (Oz) donne l'équation d'Euler :
$\sum \vec{M}_G(\vec{F}_{ext \to v}) = J_{zz} \cdot \alpha_z = J_{zz} \cdot \frac{d\omega_z}{dt}$
α_z est l'accélération angulaire $\alpha_z = \frac{d\omega_z}{dt}$ et $\omega_z = \frac{d\theta}{dt}$ est la vitesse angulaire.

On remarque qu'avec l'écriture de J_{zz} qu'on a donné on a intégré le moment d'inertie provenant du volant d'inertie en plus de celui du vilebrequin.

Il y a 2 moments agissant sur le vilebrequin c'est-à-dire 2 forces ainsi que 2 couples :

- Par l'intermédiaire de sa bielle le piston déplaceur agit sur le vilebrequin,
- Par l'intermédiaire de sa bielle le piston de travail agit sur le vilebrequin,
- L'ensemble des forces de frottement exercent un couple dit « couple statique » $\vec{C_s}$ sur le vilebrequin (manivelle), difficile à déterminer. C'est lui qui impose le régime du moteur lorsque ce dernier est dit « tourner à vide », mais le terme « tourner à vide » peut avoir deux sens : lorsque le moteur fonctionne sans être lié au générateur et lorsqu'il y est lié mais que ce dernier n'est pas lié au récepteur. On précisera le terme plus loin.
- La charge est le couple $\vec{C_u}$ que l'utilisateur exerce sur le vilebrequin afin de bénéficier de la puissance que développe le moteur.

Nous obtenons alors l'équation :

$\vec{r_c} \wedge \vec{F}_{1c} + \vec{r_d} \wedge \vec{F}_{1d} + \vec{\mathcal{C}_s} + \vec{\mathcal{C}_u} = J_{zz} \frac{d\omega_z}{dt} \vec{k} = J_{zz} \frac{d\theta}{dt} \vec{k}$
$\vec{r_c} \wedge \vec{F}_{1c} + \vec{r_d} \wedge \vec{F}_{1d} - (\mathcal{C}_s + \mathcal{C}_u)\, \vec{k} = J_{zz} \frac{d\omega_z}{dt} \vec{k} = J_{zz} \frac{d\theta}{dt} \vec{k}$

J_{zz} est une constante positive. C_f et C_u ne sont pas forcément constants mais sont positifs. Par contre les signes des moments exercés par les pistons peuvent changer au cour du cycle. On obtient finalement pour la composante z :

$$r_c P S_c \frac{\sin(\gamma_c + \theta)}{\cos(\gamma_c)} + r_d P S_d \frac{\sin(\gamma_d + \theta + \delta)}{\cos(\gamma_d)} - (\mathcal{C}_f + \mathcal{C}_u) = J_{zz} \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad [3.2]$$

On a fait l'approximation que $P_d = P_c = P$ c'est à dire que la pression est la même dans tout le moteur.

$\gamma_c, \beta_c, \gamma_d, \beta_d$ sont liés de façon linéaire à θ. De plus P est liée à θ mais de façon complexe : en première étape on peut prendre une liaison simple où P ne dépend que de θ mais par la suite ω_z influera sur P dans le sens où la vitesse angulaire impacte sur la vitesse des pistons donc sur la vitesse de transfert du gaz d'un volume à l'autre, donc sur les échanges thermiques gaz-échangeur, donc sur la

pression. Une autre difficulté est de définir un lien entre C_u et ω_z. Dans la loi de Lenz, $e = -\frac{d\Phi}{dt}$, Φ est le flux magnétique et e est la force électromotrice produite ou **d**ifférence **d**e **p**otentiel (d.d.p.). Cette dernière génère la contre-réaction à l'induction électromagnétique et est à l'origine du couple de freinage imposé au vilebrequin.

Ainsi muni d'un bilan des moments (équation [3.2]), il reste alors à préciser le terme $\mathcal{C}_u$: ce sera l'objet du paragraphe 3.3.4. Mais avant cela on va détailler ce bilan et en préciser les termes.

3.3.3 Couplage thermodynamique - électromagnétique

Avec l'équation [3.3] on donne une écriture possible de l'équation de la dynamique qui lie les aspects thermodynamiques du moteur Stirling et les aspects électromagnétiques du générateur électrique connectés mécaniquement au moteur, généralement sans boite de vitesse, qui réalise une partie de la cogénération du système. L'autre partie, la production d'eau chaude sanitaire est réalisée par le système de refroidissement du moteur Stirling.

$$J_{zz}\frac{d\omega}{dt} = (J_{vm} + J_r)\frac{d\omega}{dt} = \mathcal{C}_m - \mathcal{C}_s - \mathcal{C}_u = \mathcal{C}_m - \mathcal{C}_s - \mathcal{C}_e - F\omega = \mathcal{C}_m - \mathcal{C}_{sm} - \mathcal{C}_{sg} - \mathcal{C}_e - \mathcal{C}_{ff} \quad [3.3]$$

avec :

$\boldsymbol{\omega}$ est la vitesse angulaire ou vitesse de rotation du système moteur-générateur ($rad \cdot s^{-1}$).

$\mathbf{J_{zz}}$ est le moment d'inertie du système étudié : vilebrequin + rotor du générateur ($kg \cdot m^2$) $J_{zz} = J_{vm} + J_r$.

$\mathbf{J_{vm}}$ est le moment d'inertie du moteur aussi appelé volant moteur ($kg \cdot m^2$).

$\mathbf{J_r}$ est le moment d'inertie du rotor du générateur.

$\mathcal{C}_\mathbf{m}$ est le couple moteur, il exprime la puissance mécanique que le moteur exerce sur le rotor du générateur et que ce dernier va convertir en puissance électrique.

$\mathcal{C}_\mathbf{u}$ est le couple utile c'est à dire le couple qui servira à l'utilisation : propulsion, production électrique... Ici il va servir à produire de l'énergie électrique mais tout ne sera pas converti en énergie électrique car le rotor du générateur électrique est soumis à des frottements fluides : $\mathcal{C}_u = \mathcal{C}_u + \mathcal{C}_{ff}$].

$\mathcal{C}_\mathbf{e}$ est le couple électromagnétique généré sur le rotor dû à la f.e.m. générée par contre réaction ($kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$).

$\mathcal{C}_\mathbf{sm}$ est le couple statique du moteur Stirling, c'est un couple mécanique dû à la totalité des frottements mécaniques présents au sein des paliers et/ou roulements placés entre l'arbre du rotor et le carter du moteur. Ce terme est difficile à déterminer car il dépend de θ étant donné qu'on y intègre un couple correspondant aux frottements entre les pistons et la chemise de leurs cylindres correspondants (voir figure 3.13 ci-dessous).

$\mathcal{C}_\mathbf{sg}$ est le couple statique du générateur, c'est un couple mécanique dû à la totalité des frottements mécaniques présents au sein des paliers et/ou roulements placés entre l'arbre du rotor et le bâti du générateur électrique.

$\mathcal{C}_s$ est le couple statique du système « moteur + générateur », il représente l'ensemble des frottements mécaniques, ceux du moteur et ceux du générateur électrique soit : $\mathcal{C}_s = \mathcal{C}_{sm} + \mathcal{C}_{sg}$.

$\mathcal{C}_{ff}$ est le couple dû aux frottements fluides générés par la rotation du rotor dans le générateur. En approximation on supposera que ce couple de frottement fluide est proportionnel à ω la vitesse de rotation : donc ici $\mathcal{C}_{ff} = F \cdot \omega$ on prendra F constant et $[F] = kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$.

$\mathcal{C}_s$ et F seront donc des constantes obtenues à partir de documentations techniques des générateurs.
$\mathcal{C}_m$ a été détaillé dans la section précédente : il représente la puissance mécanique du moteur et est dépendant de la pression du moteur. Ce couple varie à chaque instant, à chaque valeur de θ. $\mathcal{C}_m = fonction(P(\theta))$ donc $\mathcal{C}_m = \mathcal{C}_m(\theta)$.
En fait la pression est aussi une fonction explicite de ω, donc finalement $\mathcal{C}_m = \mathcal{C}_m(\theta, \omega)$.

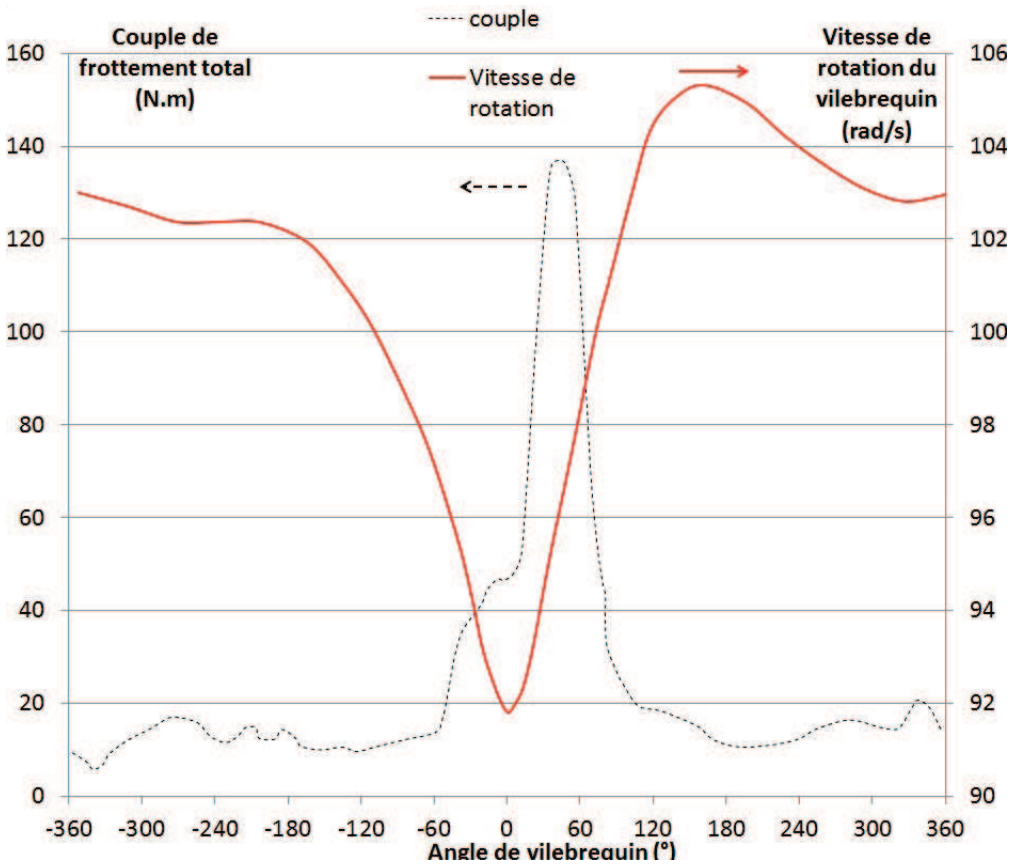


FIGURE 3.13 : Couple de frottement piston-chemise ($\mathcal{C}_{sm}$) et vitesse de rotation (ω) d'un moteur Diesel (Rezeka, 1984, [92])

Avec la figure 3.13 on voit que le terme $\mathcal{C}_{sm}$ varie dans le temps et de façon importante (rapport de 1 à 7 entre la valeur moyenne de la base et la valeur maximale du pic de la courbe en pointillés de la figure 3.13). Pour le modèle du système complet « moteur Stirling + générateur » on prendra une valeur constante pour ce terme. Ceci n'est pas une approximation trop éloignée de ce que pourrait être l'évolution temporelle du terme $\mathcal{C}_{sm}$ obtenu avec l'embiellage proposé au paragraphe 2.3.2 justement destiné à réduire les charges latérales sur la chemise de cylindre de la part des pistons de travail.

3.3.4 Modélisation des GRSAP

Il s'agit dans cette partie de détailler le terme $\mathcal{C}_e$ de l'équation de la dynamique du système [3.3]. Soit une architecture de générateur donnée : enroulement des bobinages, nature des aimants, taille et forme des entrefers, nombre de paires de poles. Soit le système : moteur Stirling + Générateur + Récepteur. Il constitue un ensemble dont on cherche le point de fonctionnement. C'est ce qui revient à chercher, sur le plan dynamique, le couple $\mathcal{C}_e$. Sur un plan électrique on obtiendra par résolution du problème la tension, l'intensité, le profil des cycles et la fréquence du courant généré aux bornes du stator, ce qui dépend évidemment du récepteur à ces bornes qui absorbe l'énergie électrique produite. L'éventail des possibilités d'architecture des convertisseurs de l'énergie électrique en énergie mécanique et de l'énergie mécanique en énergie électrique est donné dans le tableau ci-dessous 3.3. Le terme « machine » utilisé ici signifie indifféremment un moteur (où le couple est moteur et il permet de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique) ou un générateur (le couple est alors résistant et il résulte de la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique).

Rotor	**Stator**	**Nom de machine**
aimant permanent	Bobine parcourue par un courant continu	machine à courant continu
aimant permanent	Bobine parcourue par un courant alternatif	Machine synchrone
Bobine parcourue par un courant continu	Bobine parcourue par un courant alternatif	Moteur pas à pas
Bobine parcourue par un courant alternatif	Bobine parcourue par un courant alternatif	Machine asynchrone

TABLE 3.3 : Architecture des machines électriques

Le développement des matériaux magnétiques a permis la construction de **G**énérateurs **S**ynchrones à **A**imant **P**ermanents (GSAP) à des coûts qui deviennent compétitifs, ainsi ce type de machine couplée avec l'électronique de puissance actuelle les rendent plus viables économiquement et sont des concurrents sérieux aux génératrices asynchrones. On propose donc ce type de générateur comme convertisseur associé à la machine de Stirling qu'on dimensionne. Au sigle GSAP on ajoute un 'R' : **G**énérateur **R**otatif **S**ynchrones à **A**imants **P**ermanents (GRSAP), qui correspond au terme « Rotatif » par opposition aux générateurs linéaires que l'on a longtemps voulu proposer et associer à une autre architecture de moteur Stirling particulier présentée dans le paragraphe 2.2.

Les GRSAP qu'on souhaite utiliser, ont en général un grand nombre de pôles et permettent de développer des couples mécaniques considérables, ce qui correspond à une conversion de puissance importante. Il existe plusieurs concepts de GRSAP, celles dédiées aux applications éoliennes, celles de construction plus standard c'est à dire à aimantation radiale, des génératrices discoïdes (à champ axial) ou encore à rotor extérieur. Ces générateurs associés à l'électronique de puissance permettent de supprimer le système balais-bagues ce qui permet d'avoir des taux de défaillance faibles. Le fait de ne pas utiliser de multiplicateur de vitesse permet d'abaisser encore le taux de défaillance. On minimise alors la maintenance et donc les coûts d'exploitation. La présence obligatoire de l'électronique de puissance permet aussi une régulation simple de la vitesse de rotation et par conséquent réalise une optimisation énergétique efficace.

Le GRSAP est caractérisé par un couple volumique élevé, une inertie très faible et de faibles inductances. Toutes ces caractéristiques offrent à la génératrice des performances élevées, un rendement important et une bonne contrôlabilité.

Sur la figure 3.14 est représenté le système complet que l'on souhaite modéliser. Ce système comprend le générateur électrique qui est représenté dans le repère de Park sur la figure 3.15. La transformée de Park est un outil mathématique qui permet de réaliser un changement de repère dans un système d'axe tournant diphasé lié au rotor (le repère de Park) au système d'axe fixe triphasé lié au stator. Dans ce repère de Park les phases voient un flux constant issu des aimants.

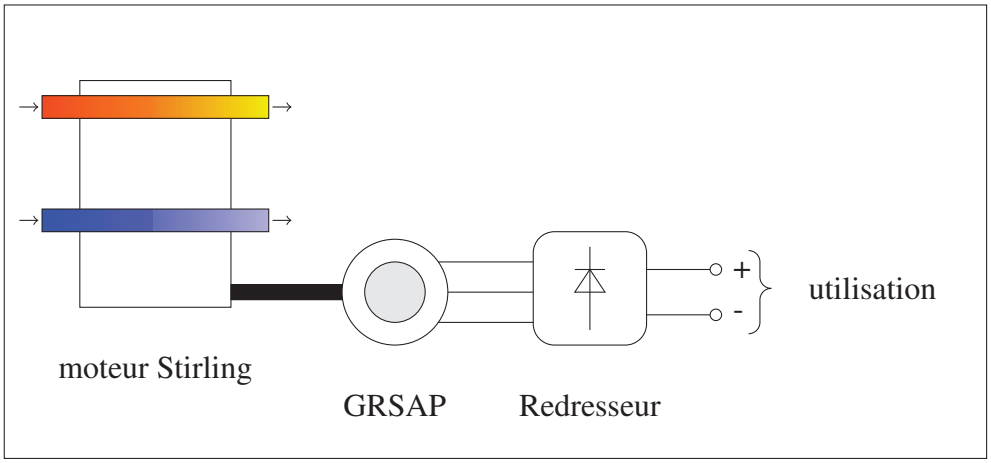


FIGURE 3.14 : Système de cogénération à coût minimum

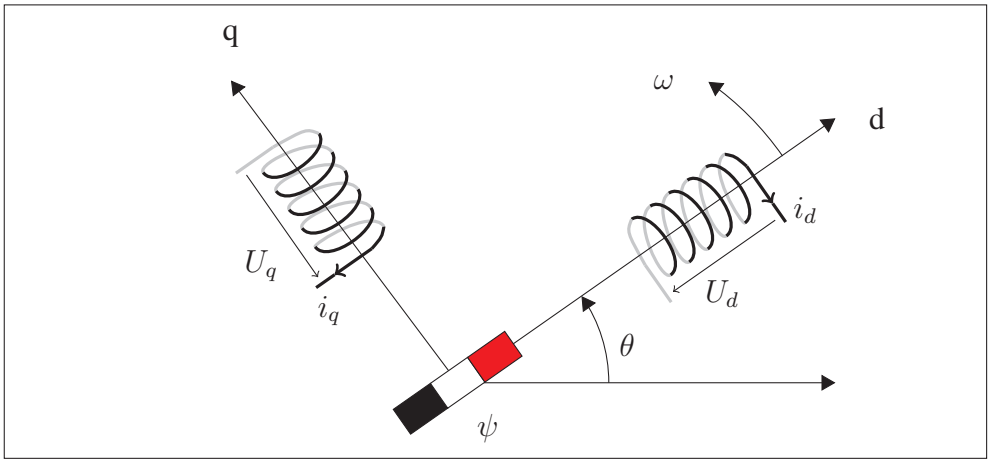


FIGURE 3.15 : Représentation du GRSAP dans le repère de Park

Le système d'équations qui décrit l'ensemble mécanique et électromagnétique, le second prenant en

compte à la fois le générateur et le récepteur (on parle aussi d'utilisation) est le suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dI_d}{dt} &= \dfrac{1}{L_d+L_{ch}}\left(-(R_s+R_{ch})I_d+\omega_r(L_q+L_{ch})I_q\right) \\ \dfrac{dI_q}{dt} &= \dfrac{1}{L_q+L_{ch}}\left(-(R_s+R_{ch})I_q-\omega_r(L_d+L_{ch})I_d+\omega_r\psi\right) \\ \mathcal{C}_e &= \dfrac{3}{2}p\left((L_q-L_d)I_dI_q+Iq_\psi\right) \\ (J_{vm}+J_r)\dfrac{d\omega}{dt} &= \mathcal{C}_m-\mathcal{C}_e-\mathcal{C}_s-F\omega \end{cases}$$

avec :

$\mathbf{L_q}$, $\mathbf{L_d}$, $\mathbf{L_{ch}}$ sont respectivement les inductances des deux bobines dans le repère de Park et l'inductance du récepteur (H)

$\mathbf{I_q}$, $\mathbf{I_d}$ sont les courants des bobines dans le repère de Park (A)

$\mathbf{R_s}$, $\mathbf{R_{ch}}$ sont les résistances des bobines du générateur et du récepteur (Ω)

$\boldsymbol{\psi}$ est le flux de l'aimant dans l'entrefer (Wb)

t est le temps (s)

$\boldsymbol{\omega}$ est la vitesse angulaire du rotor (s^{-1}). On a la relation : $\omega = \dfrac{\omega_r}{p}$

p est le nombre de paires de poles

Les deux premières équations peuvent être écrites sur la forme matricielle pratique en vue de résolution sous Simulink : $[\dot{I}] = [A][I] + [B]$ avec $[I] = [I_d \;\; I_q]^t$ et

On a aussi $[A] = [A1]+\omega_r[A2] = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_s+R_{ch}}{L_d+L_{ch}} & 0 \\ 0 & -\dfrac{R_s+R_{ch}}{L_q+L_{ch}} \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & +\dfrac{L_q+L_{ch}}{L_d+L_{ch}} \\ -\dfrac{L_d+L_{ch}}{L_q+L_{ch}} & 0 \end{bmatrix}$

et $[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{\omega_r\psi}{L_q+L_{ch}} \end{bmatrix}$

Une fois que le système d'équations est résolu, on obtient les tensions dans le repère de Park. On réalise alors un changement de repère qui permet de passer du repère de Park au repère naturel. Ceci permet alors d'obtenir les valeurs de tension et de courant aux bornes de chaque enroulement réel. Ceci est nécessaire car l'équation matricielle a été exprimée dans le système de Park qui n'est qu'un système qui facilite les calculs car certains paramètres y sont constants, mais dans ce repère les enroulements sont fictifs. L'équation de changement de repère est :

$$\begin{cases} U_a &= \sqrt{\dfrac{2}{3}}\left(U_d cos(\theta) - U_q sin(\theta)\right) \\ U_b &= \sqrt{\dfrac{2}{3}}\left(U_d cos\left(\theta+\dfrac{2\pi}{3}\right) - U_q sin\left(\theta+\dfrac{2\pi}{3}\right)\right) \\ U_c &= \sqrt{\dfrac{2}{3}}\left(U_d cos\left(\theta+\dfrac{4\pi}{3}\right) - U_q sin\left(\theta+\dfrac{4\pi}{3}\right)\right) \end{cases} \qquad [3.4]$$

L'équation 3.4 correspond à une rotation de repère ce qui permet d'obtenir les tensions U_a, U_b et U_c qui correspondent aux tensions générées dans les bobines, il suffit alors de les additionner pour connaître la tension de sortie aux bornes du générateur.

Ce système d'équations a été programmé sous Simulink comme on le voit sur la figure 3.16. Résolu, il permet d'obtenir le courant et la tension fournis dans le récepteur mais il donne aussi $\mathcal{C}_e$comme on peut le voir sur les deux exemples présentés sur les figures 3.17 et 3.18. Il suffit ensuite de connecter ce modèle au modèle thermodynamique pour aboutir à un modèle complet du système « moteur Stirling + générateur ».

Si on impose un couple moteur constant on peut valider la bonne marche du modèle de générateur électrique par rapport à la référence [37] dans laquelle on s'est inspiré pour construire notre modèle de GRSAP qu'on va intégrer au modèle complet. On précise comme cela a été dit plus haut que ce modèle comprend un terme d'utilisation.

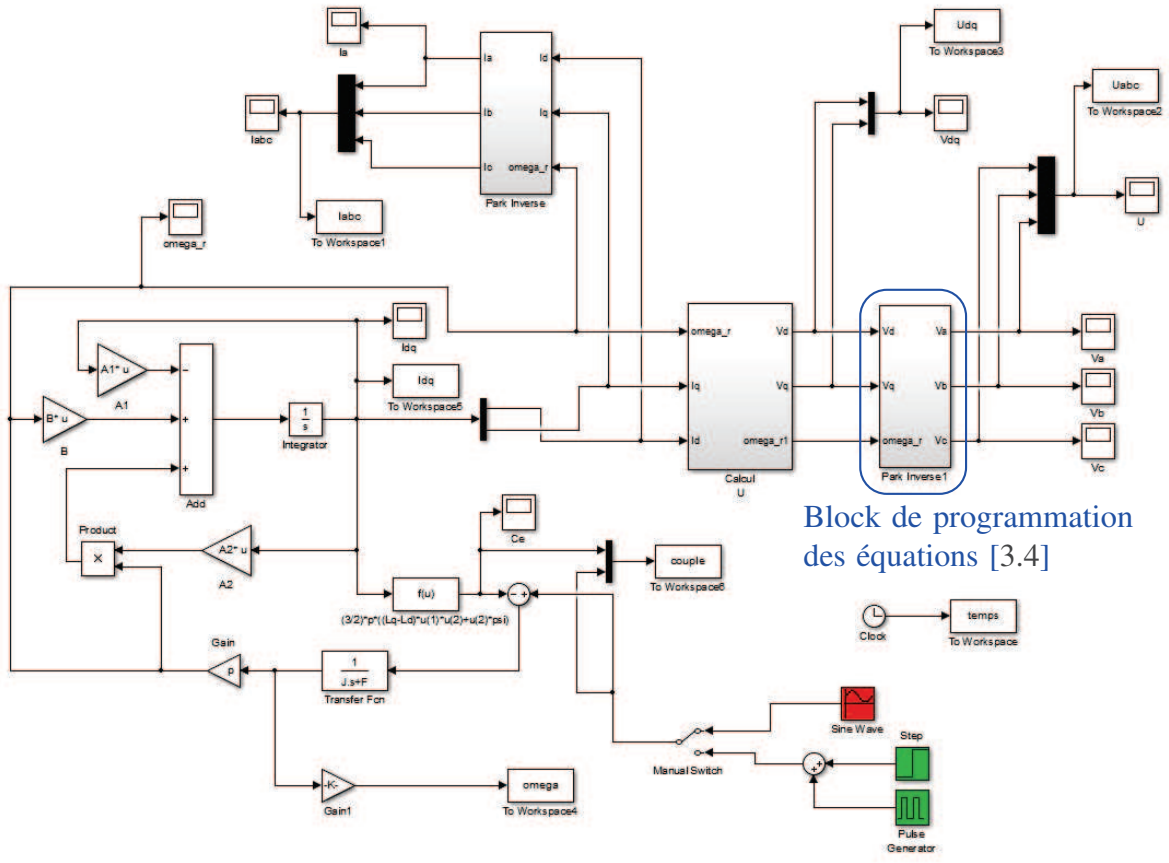


FIGURE 3.16 : Modèle sous Simulink du GRSAP

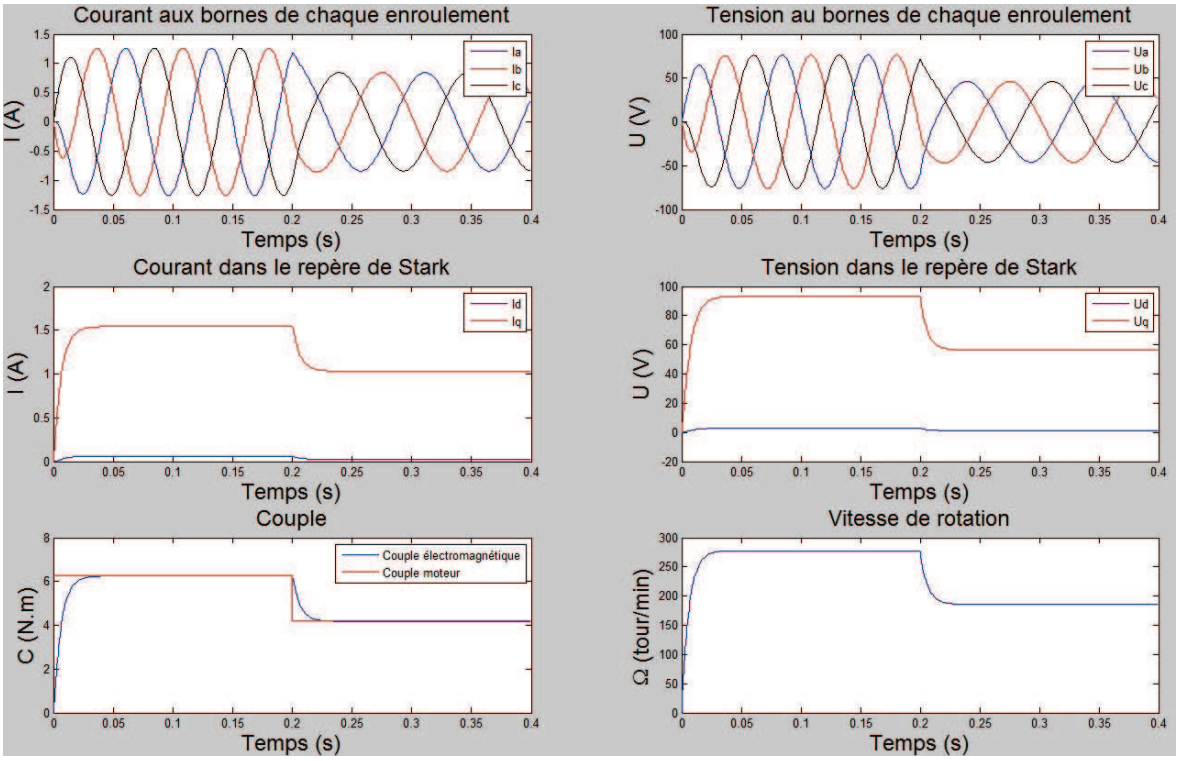


FIGURE 3.17 : Validation du modèle de GRSAP

Sur la figure 3.17 on peut voir un exemple de calcul où on impose un couple moteur constant puis sa valeur bascule instantanément sur une autre valeur constante : on observe alors une phase de transition puis de stabilisation avec de nouveaux niveaux de tension et de courant dans les bobines. Sur la figure 3.18 on a imposé un couple moteur variant de manière sinusoïdale tel qu'on suppose qu'il sera avec le moteur Stirling. Mais le couple Stirling ne sera imposé au modèle de générateur que lorsqu'on aura connecté les 2 modèles ensemble. Si on impose un couple moteur ($\mathcal{C}_m$) sinusoïdal on voit qu'on influence fortement la qualité du courant électrique produit même si ce n'est pas le sujet qui nous intéresse ici. Par contre ce courant est à l'origine du couple électrique $\mathcal{C}_e$) qui va agir sur ω. Or, comme on l'a vu plus haut, la vitesse angulaire va influencer l'établissement d'une valeur de pression dans le moteur et en conséquence sur $\mathcal{C}_m$ (car $\mathcal{C}_m \propto P$) : « la boucle sera bouclée », on aura un modèle thermodynamique-électromagnétique-mécanique du Stirling associé à sa charge lorsqu'il est utilisé en cogénération.

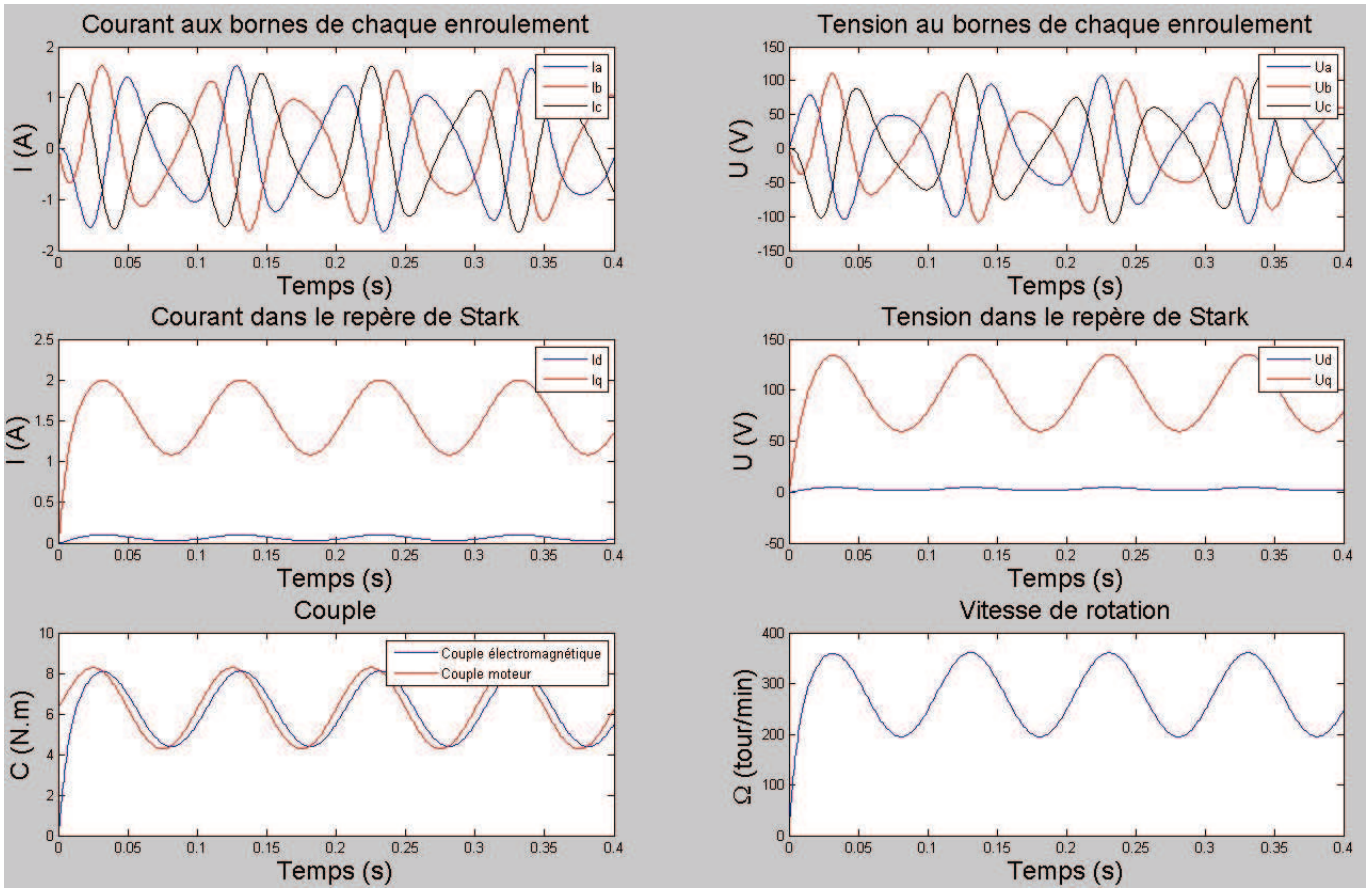


FIGURE 3.18 : La variation du régime moteur influe sur le courant généré

3.3.5 Modèle complet : GRSAP + Stirling

Comme on peut le voir sur la figure 3.19 on a traduit le code matlab du modèle d'Urieli modifié en fichier Simulink. La figure ne fait qu'illustrer le propos car elle ne montre rien du fait de l'ampleur du schéma Simulink : le modèle est si important qu'il n'était pas visible complètement au cours de sa réalisation. Mais cette étape était indispensable pour connecter ensemble les deux modèles : celui de la machine thermique et celui du générateur électrique pour former le modèle complet comme on le voit sur la figure 3.20.

La figure 3.19 montre le coeur de calcul du programme sous forme de schéma câblé caractéristique de Simulink : la procédure de calcul qui correspond à la transformation adiabatique du gaz dans le moteur. La thèse d'Urieli (Urieli, 1977, [100]) est à l'origine de ce code. La figure 3.20 est le schéma global du système « moteur + générateur » : on identifie la partie correspondante au moteur Stirling et celle du GRSAP de la figure 3.16.

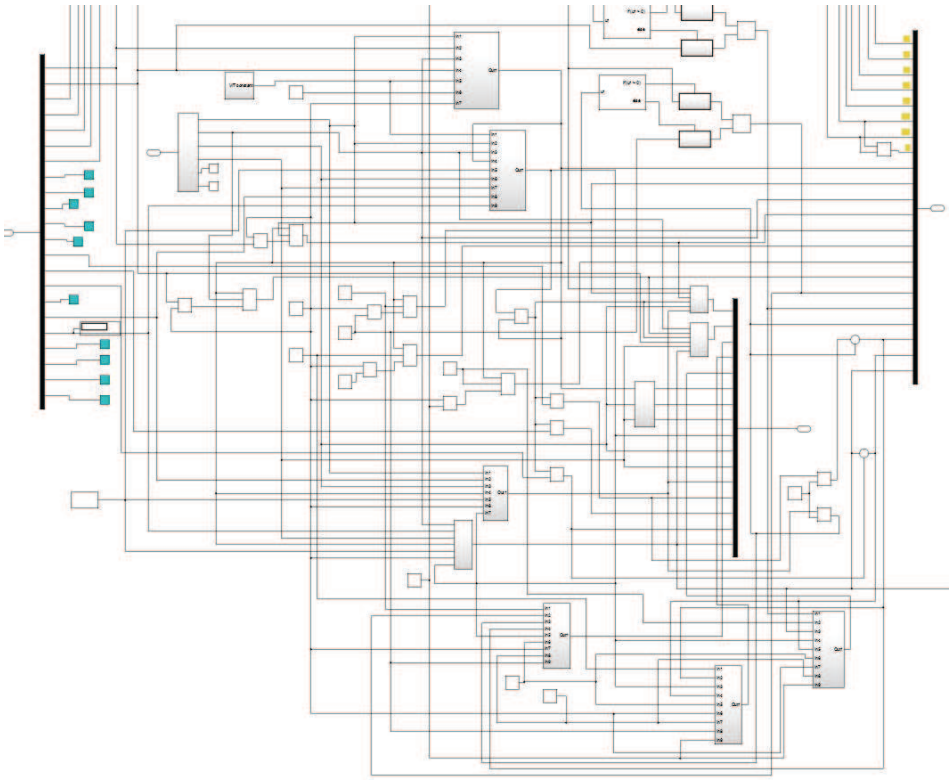


FIGURE 3.19 : Le modèle d'Urieli au format Simulink

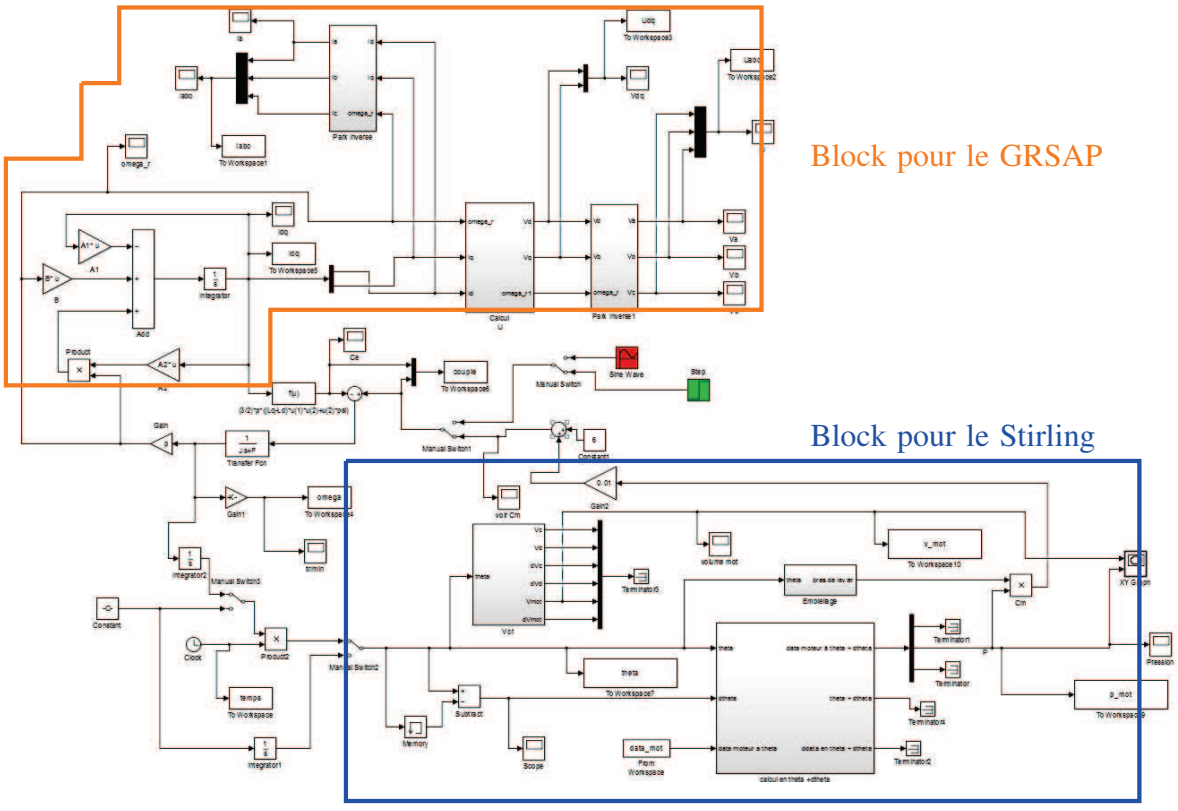


FIGURE 3.20 : Modèle sous Simulink le l'ensemble « GRSAP + Moteur Stirling »

3.4 Le modèle d'Organ modifié du régénérateur

Le modèle d'Organ ([76] chapitre 7) permet de calculer l'évolution dans le temps de la température en tout point du régénérateur. Pour suivre les notations d'Organ on va utiliser des variables adimensionnées :

- τ la température adimensionnée aura une valeur qui peut varier entre 0 et 1. En fait on a $\tau_{min} = \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}}$ et $\tau_{max} = \dfrac{T_{ch}}{T_{ch}} = 1$
- λ est le paramètre géométrique du problème : il varie de 0 ; position dans le régénérateur en contact avec la tête froide, jusqu'a 1 qui correspond à l'autre extrémité du régénérateur en contact avec la tête chaude.
- φ correspond à l'échelle de temps du problème. Pour le temps on utilise l'angle de rotation du vilebrequin. Après convergence on présente les résultats sur une rotation complète de vilebrequin, φ varie donc de 0 à 2π.

L'équation d'Organ s'écrit alors :

$$\frac{D\,\Delta\tau}{d\varphi} + M \cdot \Delta\tau = -L \cdot \frac{\partial \tau_m}{\partial \lambda} \qquad [3.5]$$

Cette équation différentielle donne, lorsqu'elle est résolue, les températures réduites τ et τ_m du gaz et de la matrice du régénérateur en tout point de coordonnée réduite λ et à tout instant c'est à dire pour tout angle de rotation du vilebrequin φ.

On calculera la solution de cette équation par résolution numérique qu'on présentera au chapitre 5. Ceci permettra, par comparaison avec Organ, 1997, [76], de valider la méthode numérique que l'on va aussi utiliser pour résoudre l'équation d'Organ modifiée.

L'intérêt de l'équation d'Organ est qu'il existe une solution analytique. Ceci permet de s'assurer de la justesse des calculs numériques.

Pour évaluer la fonction de partage du régénérateur proposé au LMEE il est nécessaire d'adapter le modèle d'Organ pour qu'il intègre les particularités du partageur. En effet ce partageur établit une connexion thermique entre 2 moteurs, il y a donc 2 températures réduites de gaz et 2 températures réduites de matrice.

Les équations qui décrivent le champ des températures dans le partageur sont :

$$\begin{cases} \dfrac{D\,\Delta\tau_1}{d\varphi} + M \cdot \Delta\tau_1 - B \cdot \delta\tau_g = -L \cdot \dfrac{\partial \tau_{m1}}{\partial \lambda} \\ \dfrac{D\,\Delta\tau_2}{d\varphi} + N \cdot \Delta\tau_2 + B \cdot \delta\tau_g = +L \cdot \dfrac{\partial \tau_{m2}}{\partial \lambda} \end{cases} \qquad [3.6]$$

Avec :

- $\Delta\tau_1 = \tau_{g1} - \tau_{m1} = \dfrac{T_{g1} - T_{m1}}{T_{ch}}$ et $\Delta\tau_2 = \tau_{g2} - \tau_{m2} = \dfrac{T_{g2} - T_{m2}}{T_{ch}}$;

- $B = b\omega$ correspond au terme de partage ;
- $M = \omega(c - a)$ correspond au terme d'échange entre la matrice et le gaz dans le moteur n°1 ;
- $N = \omega(c + a)$ correspond au terme d'échange entre la matrice et le gaz dans le moteur n°2 ;
- $L = \dfrac{\bar{u}\omega}{l_r}$ correspond à la conductivité dans la matrice ;
- $\Delta\tau_g = \tau_{g2} - \tau_{g1} = \dfrac{T_{g2} - T_{g1}}{T_{ch}}$.

La différence de signe devant le terme $B \cdot \delta\tau_g$ entre les 2 équations vient de l'équation de conservation de l'énergie.

On complète les définitions avec celles qui suivent en précisant que les équations 3.4 et ces notations associées, ne sont valables qui si le gaz de travail est le même dans les 2 moteurs, ainsi que les matrices de régénérateur à la fois en taille et dans l'utilisation des matériaux :

- $a = \dfrac{h_{mg} S_m}{c_{pg} m_g}$ où S_m est la surface de contact du gaz avec la matrice, h_{mg} est le coefficient d'échange entre la matrice et le gaz, c_{pg} est la capacité calorifique du gaz à pression constante, m_g est la masse de gaz dans le régénérateur ;
- $b = \dfrac{S_{pa}}{R_{gl} c_{pg} m_g}$ où S_{pa} est la surface d'échange entre la paroi de partage et le gaz ;
- $c = \dfrac{h_{mg} S_m}{c_{pm} \rho_m (1 - n) V_r}$ où V_r est le volume du régénérateur (volume géométrique du carter), ρ_m est la masse volumique du matériau constituant la matrice ;
- $\bar{u}$ est la vitesse moyenne du gaz ;
- $R_{gl} = \dfrac{2}{h_{pg}} + \dfrac{e_{pp}}{\lambda_p}$ est la résistance équivalente de la paroi de partage ;

Au chapitre 5 on présentera les résultats obtenus à partir du modèle semi-analytique présenté ici et en particulier au paragraphe 5.2 seront présentés les résultats que donnent la résolution numérique des équations et donc la pertinence du concept de partageur. Mais en complément à ces résultats on souhaite faire le même type d'évaluation de l'effet du partageur au moyen d'une étude numérique. Avant de présenter tous les résultats au chapitre 5 on va donner au chapitre 4 les éléments de configuration des simulations numériques réalisées sous Fluent.

Chapitre 4

Modèle numérique

4.1 Stratégie de l'étude numérique

Une validation expérimentale des résultats de simulation est onéreuse et a été inenvisageable en terme de temps dans notre cas. Mais la démarche choisie ici permet de nous soustraire à cette validation autrement indispensable. En effet, dans le cas de figure qui nous concerne ici, nous faisons une analyse qualitative par comparaison de 2 simulations : une première où la paroi du partageur est adiabatique, auquel cas nous avons 2 moteurs, chacun ayant un régénérateur « classique ». Puis dans une seconde simulation la paroi d'échange du régénérateur est conductrice de chaleur et permet donc la fonction de « partage de la chaleur », les 2 régénérateurs constituent alors, avec la paroi d'échange, ce que l'on a nommé le « partageur ». Le but étant alors de comparer les résultats des 2 simulations pour obtenir une tendance de l'effet de partage sur l'efficacité des régénérateurs considérés comme 2 éléments séparés.

4.2 Paramétrisation de la simulation des écoulements d'un Stirling sous Fluent

Les conditions d'écoulements fluides qui ont lieu au sein d'un moteur Stirling sont celles des écoulements alternés compressibles avec transferts thermiques. Les allers-retours que fait le gaz de travail dans le moteur sont si rapides (un moteur qui fonctionne à 600 tour/min a un déplaceur qui fait un aller-retour en un dixième de seconde, le gaz en fait donc de même) et sur des longueurs si courtes (de l'ordre de la dizaine de centimètres) que l'écoulement n'est jamais établi.

Ainsi le champ des vitesses n'a de dérivée temporelle nulle en aucun des points du moteur et à aucun instant pendant le cycle : $\forall\, t, \forall\, M,\ \dfrac{\partial \vec{v}(M)}{\partial t} \neq \vec{0}$ (hormis pendant la phase de renversement du sens de l'écoulement).

Pour de telles conditions d'écoulement les équations de la mécanique des fluides n'ont pas de solution analytique qui aurait servi de repère.

Même si certains repères expérimentaux existent ils sont souvent qualitatifs et dans des cadres restrictifs tels qu'ils sont assez éloignés des conditions d'un moteur en fonctionnement. Il en est de même pour les études théoriques comme dans Nika, 2005, [80] ; Nika, 2004, [79] ; Ibrahim, 1992,[70] ; Wang,

2005, [104] ; Nam, 2005, [72] ; Andersen, 2006, [94].

4.3 Détails du modèle développé sous ANSYS-Fluent

Sur la figure 4.1 on peut voir la première version du dessin du moteur FPC0.1 en 2 dimensions. La zone grise à gauche de la figure, est la zone fluide qui à été maillée, à droite de la figure, au moyen de Gambit.

Au sens strict ce dessin ne représente que la moitié du moteur puisque n'y figure qu'un seul piston de travail et un seul déplaceur. De plus on n'a dessiné que la moitié de la zone fluide puisqu'on peut, par symétrie, obtenir la totalité du moteur. Ceci afin de gagner du temps de calcul.

La surface supérieure du piston de travail est représentée par la ligne horizontale en bas du dessin. La ligne horizontale qui est au dessus ainsi que celle encore au dessus représente les faces du piston déplaceur en contact avec le gaz de travail. La ligne horizontale en haut du dessin est la tête chaude du moteur. Enfin la cavité à gauche du moteur est le régénérateur.

Sur la figure 4.2 est représenté le FPC0.1 complet avec l'affichage de la partie symétrique : la zone blanche centrale est le déplaceur n°1 du moteur et les 2 zones blanches à gauche et à droite du dessin au même niveau que le déplaceur n°1, représentent le déplaceur n°2.

Les pistons de travail 1 et 2 sont représentés par les lignes horizontales en bas du dessin : la ligne centrale correspond au piston de travail n°1 et les deux autres correspondent au piston de travail n°2.

Le partageur est représenté par les 4 zones rectangulaires où le maillage est quadrillé. La surface de partage est représentée par les deux lignes verticales séparant une paire de zones du régénérateur en contact.

Les maillages des figures 4.1 et 4.2 souffrent d'un grave défaut : sous Fluent ou utilise l'option de maillage dynamique afin de simuler l'évolution du domaine fluide (il y en a 2, un pour chaque moteur) du fait du mouvement des pistons. Mais les maillages de ces 2 figures ne sont pas stables : après 2 à 3 tours de vilebrequin on obtenait des éléments de volume négatif.

Il a fallu définir plusieurs zones pour chaque domaine fluide et ne générer que des maillages à base de quadrilatères dans les zones dynamiques comme on peut le voir sur la figure 4.3. La méthode utilisée pour gérer la dynamique du maillage est la méthode "Smoothing" de Fluent.

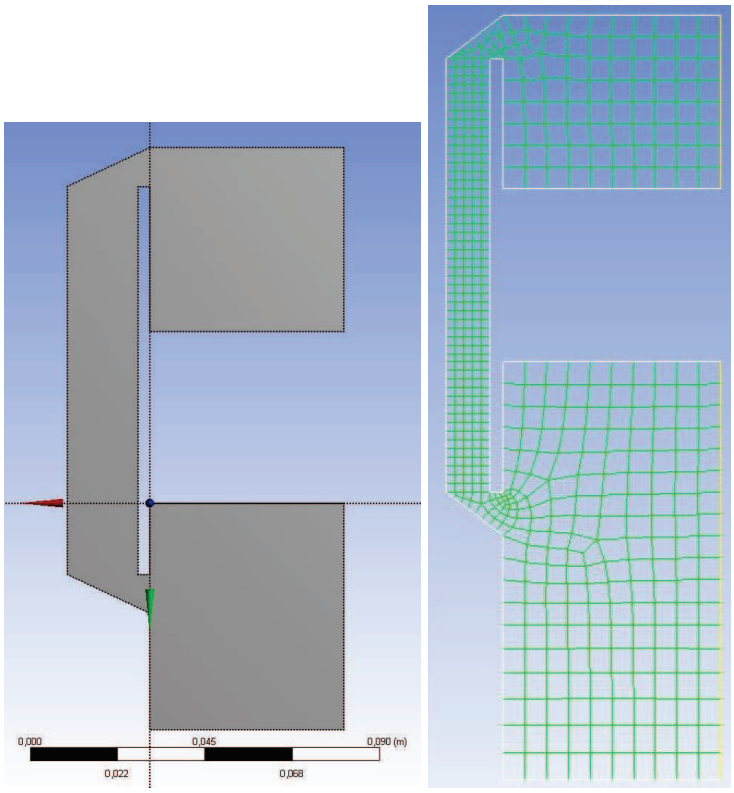


FIGURE 4.1 : Dessin et Maillage du FPC0.1

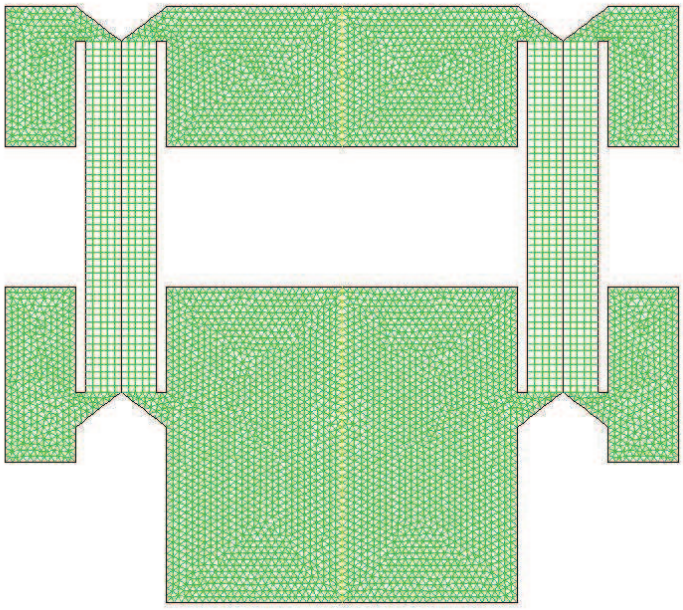


FIGURE 4.2 : Maillage structuré du FPC0.1 dans les zones déformables

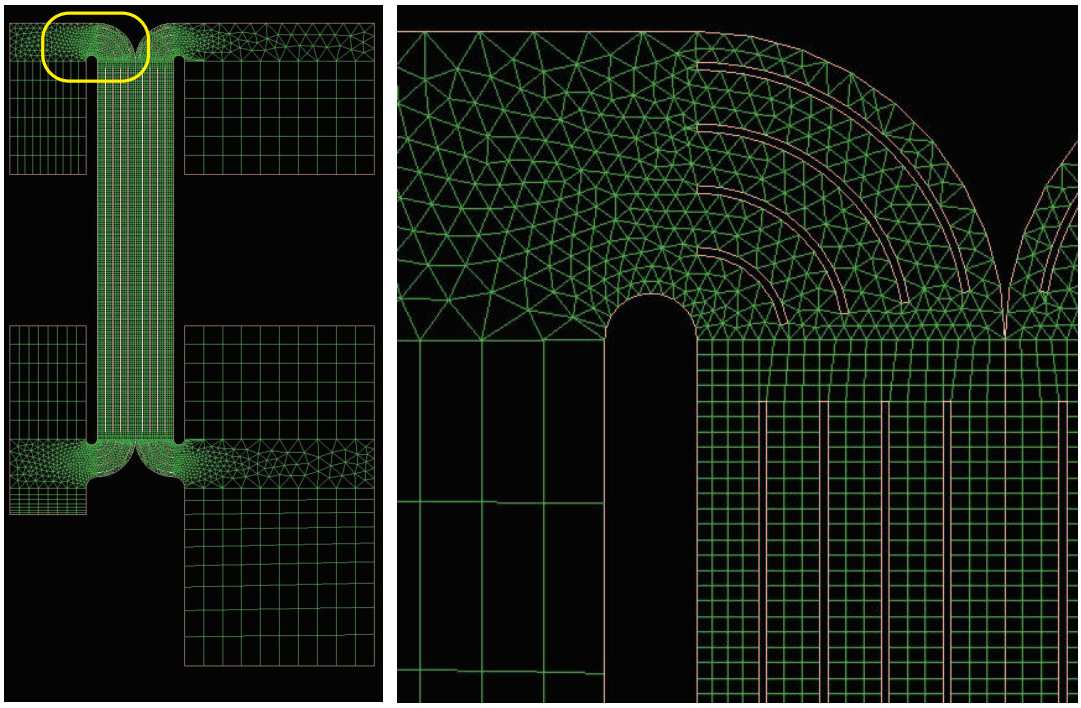


FIGURE 4.3 : Maillage et détail du FPC0.2

Sur la figure 4.3 le maillage est stable après 10 tours de vilebrequin. Le maillage est constitué de :
nombre d'éléments = 10165
nombre de faces = 20962
nombre de nœuds = 10773

Ici il faut entrer dans le détail du fonctionnement de Fluent : lorsque l'on fait un calcul en 2D, Fluent réalise en fait un calcul en 3D et le domaine de calcul est un prisme dont la section est le dessin 2D réalisé par l'utilisateur. La longueur de ce prisme est de 1 mètre pour ne pas ajouter de coefficient de correction aux calculs.

Ainsi sur les figures 4.1 et 4.2 on a un axe de symétrie mais pour Fluent cela représente un plan de symétrie.

Il a donc fallu dessiner une géométrie 2D et définir l'axe de symétrie comme étant un axe de rotation : Fluent génère alors un calcul basé sur un volume de révolution.

Pour les calculs la température est fixée à 300 K en tête froide et 600 K en tête chaude. La pression à été fixée à 10 bars initialement dans les 2 volumes fluides.

On a utilisé un modèle de turbulence $k - \omega$ tel que le conseille Ibrahim, 2012, [59] : le grand nombre de parois en contact avec la zone fluide et la convection forcée semble justifier un tel modèle.

On a utilisé le modèle de gaz réel récemment ajouté dans Fluent. Il semble que pour cela Fluent utilise les bases de données du NIST comme on l'a fait sous Matlab. Le gaz choisi est l'hélium.

Puisqu'on a choisi de ne pas utiliser de zone poreuse, par manque d'expérience mais aussi par les

mises en garde de Ibrahim, 2012, [59] sur la validité de ces modèles, la configuration des paramètres de Fluent ne pose pas de problème supplémentaire.

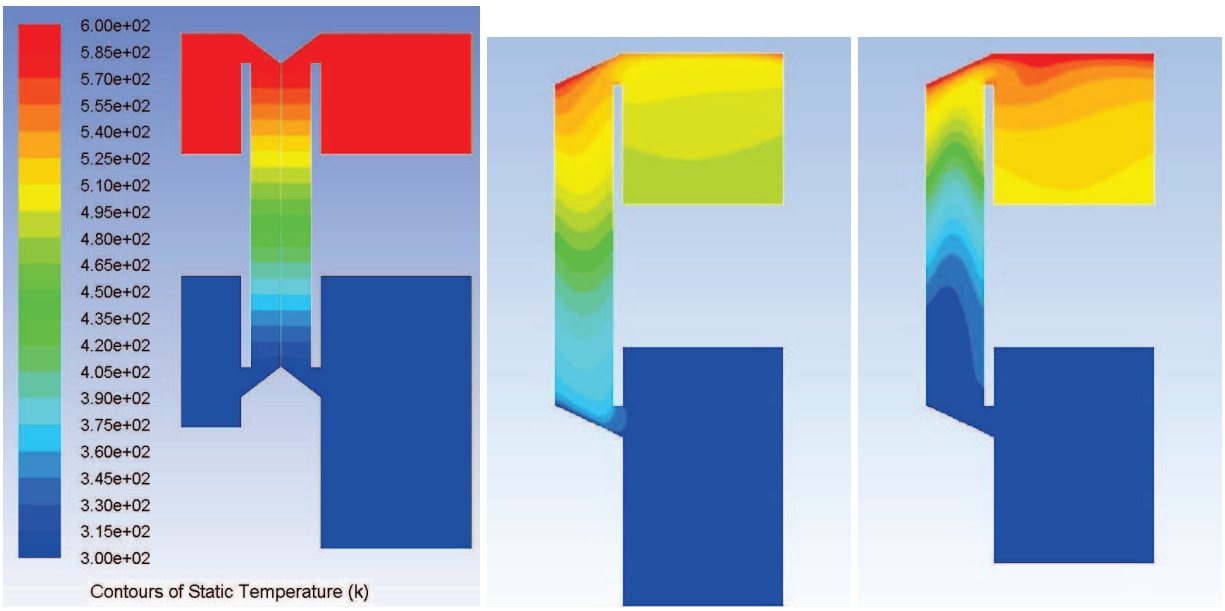


FIGURE 4.4 : Calculs de validation de la méthode

Sur la figure 4.4 on présente un des calculs de vérification de la méthode utilisée. Puisqu'on ne prétendra pas, comme on l'a dit, faire une analyse quantitative il s'agit ici de vérifier que l'analyse qualitative soit correcte. Sur la figure 4.4 on peut voir le champ des températures après 0,2125 et 0,235 secondes de fonctionnement. Le moteur a alors fait presque 2 tours et demi et le profil semble répétitif par rapport au tour d'avant. Sur la gauche de la figure 4.4 on montre le champ des températures dans le moteur sans mouvement des pistons (étude statique) et on donne l'échelle des températures qui sera valable pour toutes les simulations.

On a ainsi constaté qu'un maillage structuré était également nécessaire dans les zones déformables du maillage pour obtenir la convergence des calculs.

Sur la simulation présentée ici il n'y a pas de partage entre les moteurs ce que l'on peut constater avec le champ de température quasi symétrique au sein du régénérateur. On a choisi ici un maillage simple pour réduire le temps de calcul par pas de temps et ainsi pouvoir augmenter le temps simulé : on ne pourra pas, faute de puissance de calcul, aller jusqu'a 0,235 s de simulation dans les résultats qui seront présentés dans le chapitre 5, mais les calculs faits ici permettent de s'assurer de la validité de la méthode et du domaine de simulation (environ 0,1 s soit une rotation de vilebrequin).

Les initialisations : pour toutes les initialisations, et en particulier pour celles associées au modèle de turbulence utilisé, on a utilisé les initialisations proposées par défaut dans Fluent.

Chapitre 5

Résultats et comparaison des calculs

5.1 Validation de la méthode numérique sur l'équation d'Organ

Avant d'utiliser une méthode aux différences finies sur la formule d'Organ modifié, il est indispensable de valider cette méthode. Pour cela on l'applique à l'équation d'Organ originale 3.5 pour laquelle des études ont déjà été faites (Organ, 1997, [76]) et dont on connaît une solution analytique. Sur la figure 5.1 on peut voir le champ des températures réduites le long du régénérateur sur une révolution de vilebrequin.

On peut voir sur ce graphique une discontinuité de la température qui provient du renversement du sens de l'écoulement (flèches vertes). Ce renversement du sens du gaz est induit par un changement de sens de déplacement du déplaceur dans son cylindre. On rappelle qu'on est dans un moteur de type β. Cette discontinuité est obtenue numériquement parce que la méthode d'Organ est une méthode des caractéristiques (niveau 4 de la classification du paragraphe 1.2, voir également annexe L) elle-même permise par la propriété de l'équation d'Organ.

Ce résultat montre que la méthode numérique est correctement programmée, on peut donc l'utiliser pour résoudre l'équation d'Organ modifiée 3.4. En effet ce système d'équations ne diffère de l'équation d'Organ originale que par l'ajout d'un terme linéaire qui correspond au partage.

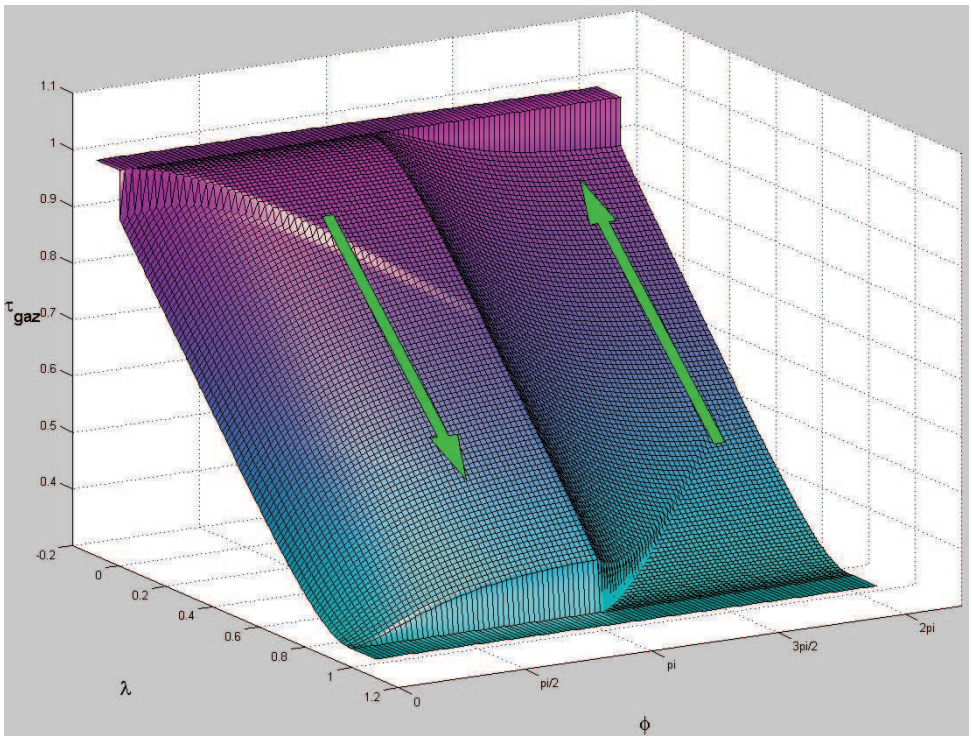


FIGURE 5.1 : Température réduite du gaz le long du régénérateur sur un cycle moteur obtenu au moyen du modèle d'Organ.

Une comparaison avec les résultats obtenus par Organ dans [76] assure que son modèle a été correctement reproduit ici.

5.2 Résultats du modèle d'Organ modifié sur le partageur

Sur la figure 5.2 on peut voir le résultat de l'application de la méthode numérique appliquée sur l'équation d'Organ modifiée 3.4. Il faut garder en mémoire qu'il y a deux moteurs et que les résultats concernant le second moteur (non présentés ici) sont les mêmes que ceux du premier moteur mais avec un déphasage dans le temps d'un intervalle équivalent d'une demi rotation de vilebrequin.

Le graphique de gauche présente le profil des températures réduites dans le moteur n°1 lorsqu'il y a partage thermique entre les moteurs et sur le graphique de droite on voit le résultat si on annule le coefficient d'échange entre les moteurs : ce seconde graphique est strictement le même que celui qu'on a obtenu lors de la validation de la méthode numérique sur l'équation d'Organ originale du paragraphe 5.1.

Sur la figure 5.2 on a également fait figurer la température de la matrice métallique du régénérateur : la surface grillagée rouge. Cette température qui ne semble pas évoluer change de valeur mais sur une amplitude très inférieure à celle du gaz. Ceci vient du fait que la capacité calorifique du métal constituant la matrice (cuivre dans le calcul) est très supérieure à celle du gaz de travail (hélium).

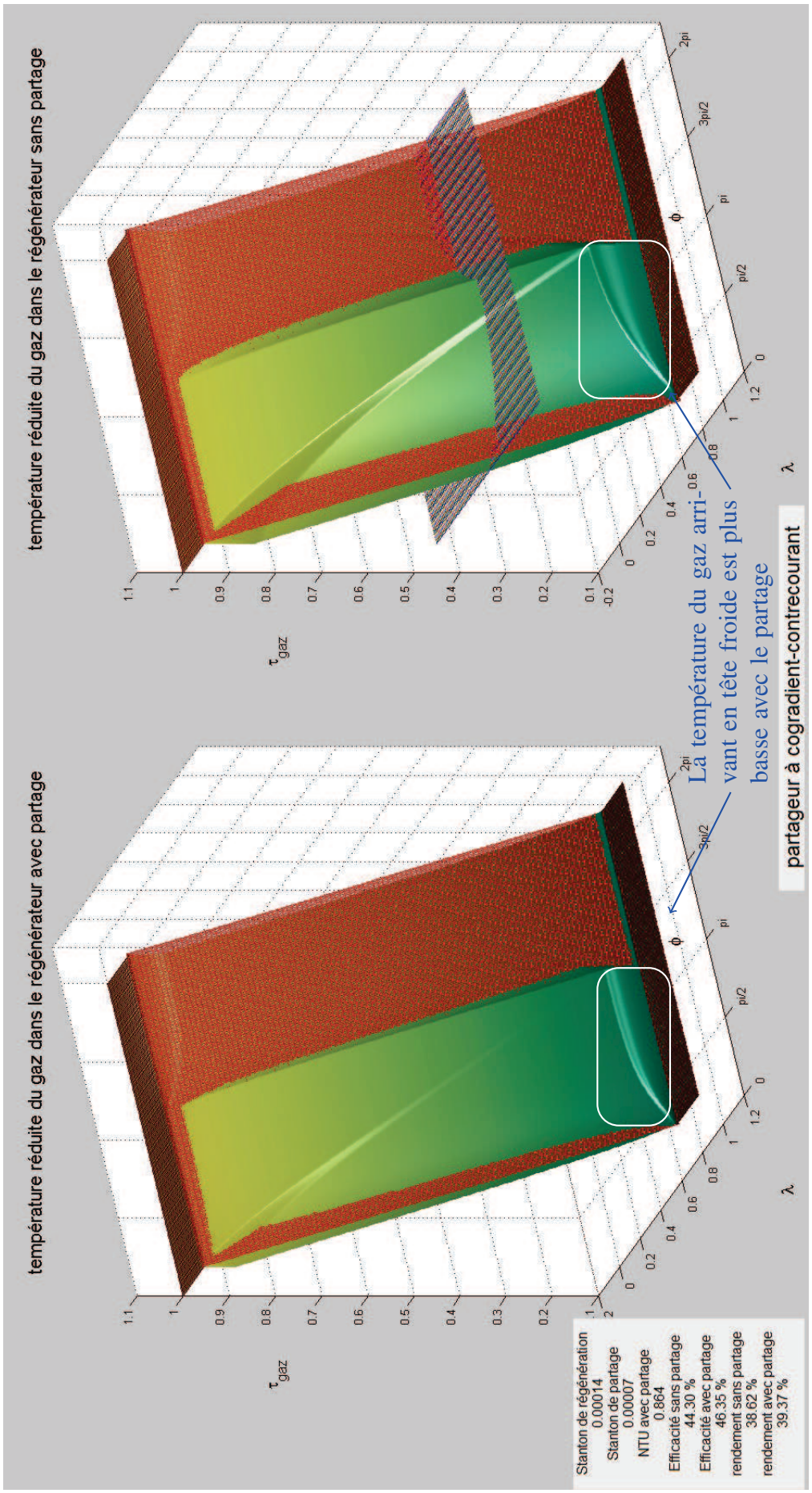


FIGURE 5.2 : Comparaison avec et sans effet du partageur

On a également fait figurer sur la figure 5.2 la température du régénérateur telle qu'elle est calculée dans le modèle original d'Urieli (qui est supposée constante). Elle est fixée par les températures de ses extrémités c'est à dire celles de la tête chaude et de la tête froide : T_{ch} et T_{fr}. Le calcul pour une évolution supposée linéaire entre la tête froide et la tête chaude donne : $T_r = \frac{T_{fr} - T_{ch}}{ln\left(\frac{T_{fr}}{T_{ch}}\right)}$

La différence entre les deux calculs est marquée par des rectangles blancs : on peut voir que la température réduite du gaz qui arrive dans la tête froide est plus petite (graphique de gauche) que s'il n'y a pas eu de partage (graphique de droite). Sur la figure 5.3 on a effectué un zoom de la figure 5.2 sur la partie correspondante à la tête froide et on a superposé les résultats des 2 calculs, avec et sans partage.

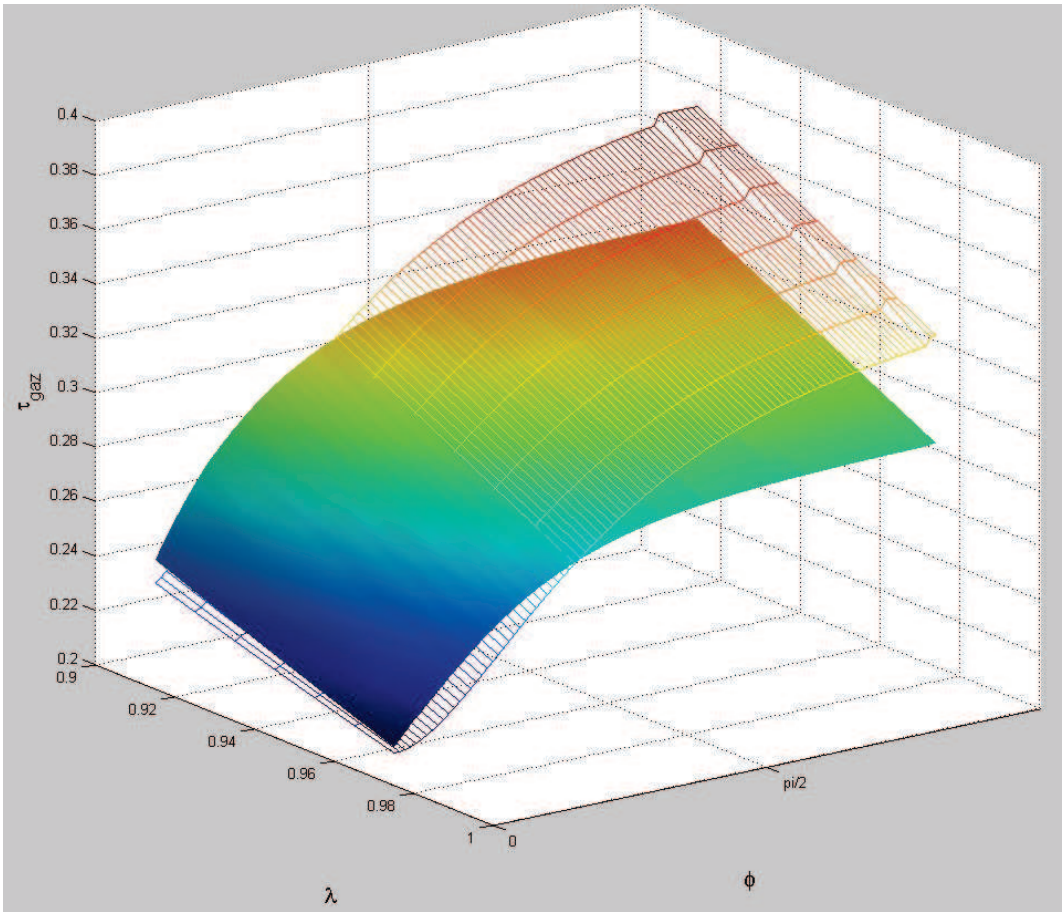


FIGURE 5.3 : Comparaison avec et sans effet du partageur : zoom sur la sortie du régénérateur du gaz du coté froid. La surface pleine correspond à la température réduite du gaz avec partage entre les moteurs et la surface grillagée correspond à la même situation mais où la fonction partage à été désactivée (paroi adiabatique entre les moteurs).

Sur la figure 5.3 ont été placées dans le même repère les valeurs des températures réduites du gaz avec et sans partage sur la période du cycle qui correspond au transvasement du gaz de la zone chaude vers la zone froide. On peut voir que le gaz qui vient en tête froide est plus froid lorsqu'il y a partage

thermique entre les moteurs.

Sur la figure 5.4 on présente les résultats d'un calcul où la température de la tête chaude est compatible avec le cahier des charges du projet BATIMAC.

L'analyse qui va suivre n'impacte pas sur les résultats car elle a été faite après coup : elle n'est qu'une façon de présenter les résultats. M. Neveu m'a mis en garde sur la justesse de la méthode. Après consultation d'un élément bibliographique qu'il m'avait conseillé je n'ai pas trouvé d'indication suffisante pour ne pas utiliser cette analyse. Je la présente ici car, si elle est acceptable, elle semble pratique et assez générale.

On peut caractériser un échangeur par son NUT (voir l'annexe D.12). Ce nombre est pratique car il est sans dimension comme le nombre de Stanton mais il dépend des paramètres géométriques de l'échangeur.

Dans un partageur, qui est un échangeur, le gaz de travail reçoit de la chaleur par deux sources bien distinctes : la matrice métallique et la paroi de partage.

On peut alors séparer les sources d'énergie et définir deux NUT pour le partageur : un NUT de partage, NUT_{pa} et un NUT de régénération, NUT_r selon l'équation :

$$NUT = \frac{h(T_g - T_m)S_{pm} + h(T_g - T_pa)S_{ppa}}{c_{pg}\rho_g \ \bar{u}S_{hr}} = NUT_r + NUT_{pa} \qquad [5.1]$$

L'efficacité du régénérateur s'exprime alors selon : $e = \dfrac{NUT_{pa} + NUT_r}{NUT_{pa} + NUT_r + 1}$

C'est cette dernière équation qui a permis de réaliser le graphique de la figure 5.4 : l'efficacité est fonction de 2 variables, une correspondante à l'énergie que reçoit le gaz de la part de la matrice et une autre correspondante à l'énergie issue du partage.

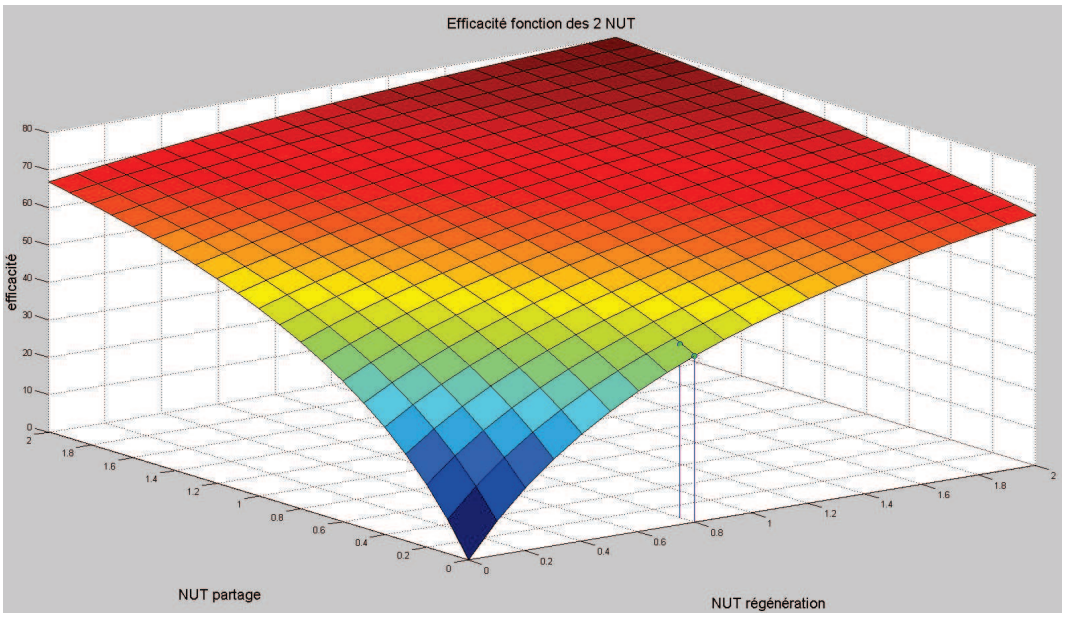


FIGURE 5.4 : Comparaison entre le rendement du FPC avec une surface de partage conductrice et une surface de partage adiabatique et où $T_{ch} = 400C$.

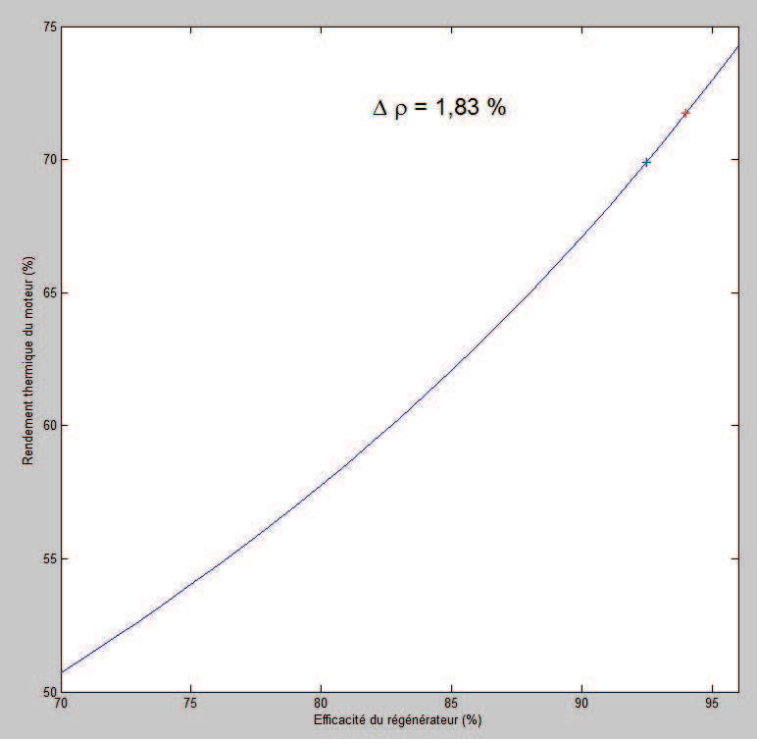


FIGURE 5.5 : Comparaison entre le rendement du FPC avec une surface de partage conductrice et une surface de partage adiabatique et où $T_{ch} = 900C$

Sur la figure 5.5 on a fait fonctionner le FPC0.1 avec une température en tête chaude de 900K. Malgré la performance supposée élevée du régénérateur (93%) la fonction partage apporte une amélioration encore plus importante du rendement du moteur comparativement à ce qui est présenté sur la figure 5.4. Ceci vient du fait que la fonction partage, qui dans son principe est celui de l'échangeur thermique, permettra d'autant plus le transfert de chaleur que la différence de température de part et d'autre de la paroi est importante. Or cette différence, en tout point du régénérateur est corrélée à la différence de température entre la tête chaude et la tête froide. Ceci est logique sur un plan thermique mais décevant par rapport au cahier des charges du projet BATIMAC. En effet l'objectif est la réalisation d'un système basse température (400°C). Malgré tout, comme on a pu le voir, le concept de partageur apporte une amélioration de performance du moteur BATIMAC.

5.3 Résultats sous Matlab du modèle de Gaz Réel

Avec la figure 5.6 et le tableau 5.1 on constate 2 points :

- Avec la diminution du volume dans le moteur on observe une plus faible augmentation de pression avec le gaz réel qu'avec le gaz parfait ;
- Le rendement de la simulation complète (= simulation avec transformation adiabatique, avec perte de charge et fuite thermique) est légèrement plus élevé qu'avec le modèle de gaz parfait.

Les calculs ont été réalisés avec l'hélium comme gaz de travail, avec une pression de remplissage de 20 bars, $T_{ch} = 523K$ et $T_{fr} = 288K$. L'embiellage utilisé est de type classique : bielles et vilebrequin.

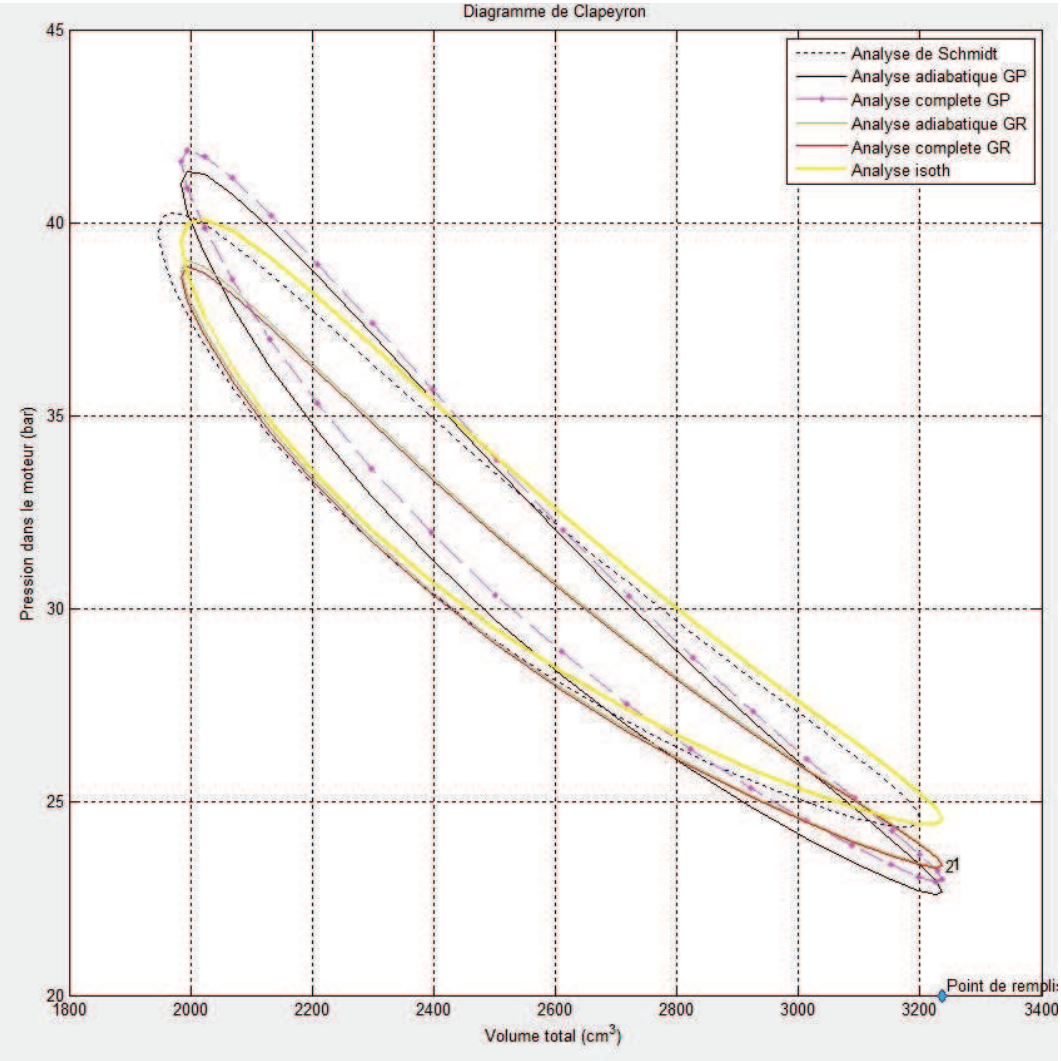


FIGURE 5.6 : Comparaison des modèles « gaz parfait » et « gaz réel »

Rendement avec le modèle de Schmidt	44,9 %
Rendement avec transformation isotherme sur un GP	44,9 %
Rendement avec transformation isotherme sur un GR	non calculé
Rendement avec transformation adiabatique sur un GP	33,9 %
Rendement avec transformation adiabatique sur un GR	23,4 %
Rendement avec transformation adiabatique et pertes sur un GP	19,4 %
Rendement avec transformation adiabatique et pertes sur un GR	19,8 %

TABLE 5.1 : Tableau comparatif des résultats obtenus sous Matlab avec le modèle d'Urieli où on a intégré le « modèle » de gaz réel. Les calculs sont réalisés avec le modèle de gaz parfait et une seconde fois avec les polynômes du gaz réel. La transformation isothermique sur gaz réel n'ayant pas été codée on n'a pas de résultat pour ce type de calcul.

Par exemple dans Invernizzi, 2010, [60], l'auteur conclu également à une augmentation des performances du moteur lorsqu'on réalise des calculs avec un modèle intégrant des effets « gaz réel ». D'après son hypothèse l'augmentation de performance viendrait d'une incompressibilité plus importante avec le modèle de gaz réel qu'avec le modèle de gaz parfait. Pour conclure cela les calculs dans [60] sont réalisés avec de fortes pressions (100 à 300 bars) alors que les calculs présentés sur la figure 5.6 sont faits avec une pression oscillante entre 24 et 40 bars. Ici on ne peut pas parler de modèle physique car on a simplement construit une fonction approchant les données de référence (voir paragraphe 3.2.2). De plus, deux paramètres autres que l'incompressibilité pourraient expliquer les écarts entre gaz parfait et gaz réel dans nos calculs :

- la viscosité : si on a une viscosité fixe pour le modèle de Gaz Parfait qui est supérieure à la moyenne de la viscosité calculée, à chaque pas de temps et en chaque volume dans notre modèle de gaz réel, alors les pertes visqueuses peuvent être a l'origine de la différence constatée.

- La conductivité : si la conductivité du gaz réel, calculée de la même façon que la viscosité, est en moyenne supérieur à celle du gaz parfait, qui est fixe, cette conductivité permet des transferts d'énergie plus importants ce qui justifierait le constat d'un meilleur rendement avec le modèle de gaz réel.

Puisqu'aucune analyse n'a été menée pour comprendre cette différence on ne peut pas conclure concernant ce résultat « positif » sur le rendement comparativement au modèle de gaz parfait. Ce point est pourtant important car en règle générale, plus on affine le modèle du moteur plus le rendement calculé s'éloigne du rendement de Carnot. Ici on constate le contraire avec le modèle de gaz réel où de plus on a choisi de prendre en compte la variation des caractéristique physique avec la température et la pression.

Pour compléter cette étude où on est passé d'un modèle de gaz parfait et à paramètres physiques constants à un modèle de gaz réel à paramètres physiques variables il faudrait mener une étude intermédiaire avec un modèle de gaz parfait à paramètres physiques variables et une étude avec un modèle de gaz réel à paramètres physiques constants. Ceci, par comparaison avec des résultats expérimentaux, permettrait de justifier de façon claire l'utilisation d'un modèle plutôt qu'un autre.

5.4 Variation des performances moteur avec le régime

Cette étude ainsi que celle du paragraphe 5.5 a été réalisée en collaboration au sein du LMEE avec la partacipation de Yang ZHANG un étudiant de l'UEVE au cours de son stage courant de l'année 2014.

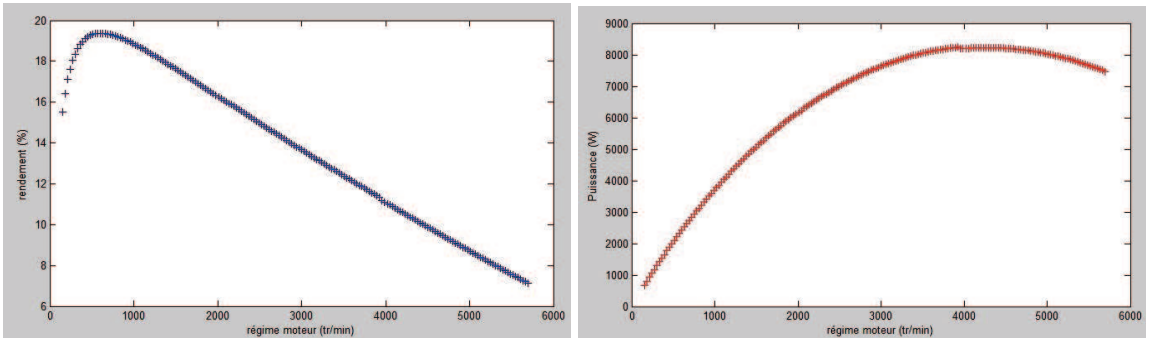


FIGURE 5.7 : Variation des performances du moteur avec son régime

Avec la figure 5.7 on voit que l'on a atteint notre objectif de variation des performances avec le régime du moteur avec une charge variable. Cette figure ne montre pas le point suivant : une optimisation serait à faire concernant la position du stator du générateur électrique par rapport au carter du moteur : il faudrait optimiser la phase entre le maximum de résistance issue de la production électrique avec le maximum de travail produit par le moteur Stirling au cours d'un cycle.

5.5 Effet de la surface d'échange en tête froide

On présente ici un résultat concernant la variation des performances moteur avec la surface d'échange en tête froide. Sur la figure 5.8 on peut voir les résultats d'une étude paramétrique visant à évaluer la variation des performances du moteur avec la surface d'échange thermique S_{fr}, au niveau de la tête froide, entre le gaz de travail et le fluide de refroidissement du moteur, à savoir l'eau froide du robinet.

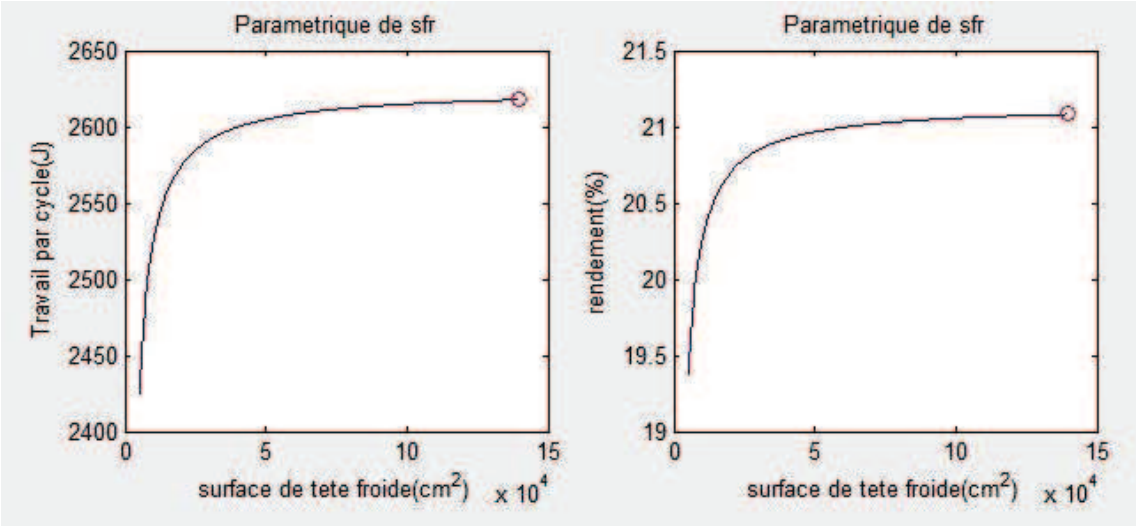


FIGURE 5.8 : Performances moteur et surface d'échange de la tête froide

L'évolution de la puissance du moteur est uniquement due ici à l'évolution du rendement. Si ce rendement augmente c'est parce que le gaz de travail en sortie de tête froide, T_{gsfr}, voit sa température

diminuer avec la surface d'échange pour atteindre asymptotiquement la température dite de tête froide T_{fr} qui est celle de l'eau du robinet. Ainsi l'écart augmente entre la température du gaz en tête chaude et en tête froide, le rapport $\frac{T_{fr}}{T_{ch}}$ présent dans la formule du rendement de Carnot diminue et donc le rendement augmente. Cette situation n'évolue plus lorsque le gaz de travail atteint T_{fr} en sortie de tête froide.

On voit clairement deux zones distinctes sur les 2 courbes, une phase où le rendement évolue rapidement avec S_{fr} puis une zone où le gain évolue peu avec cette surface d'échange. Un compromis doit être fait ce qui permet, avec ce modèle, d'envisager une étude d'optimisation.

5.6 Résultat sous Fluent et comparaison avec Matlab

5.6.1 Analyse du champ des vitesses

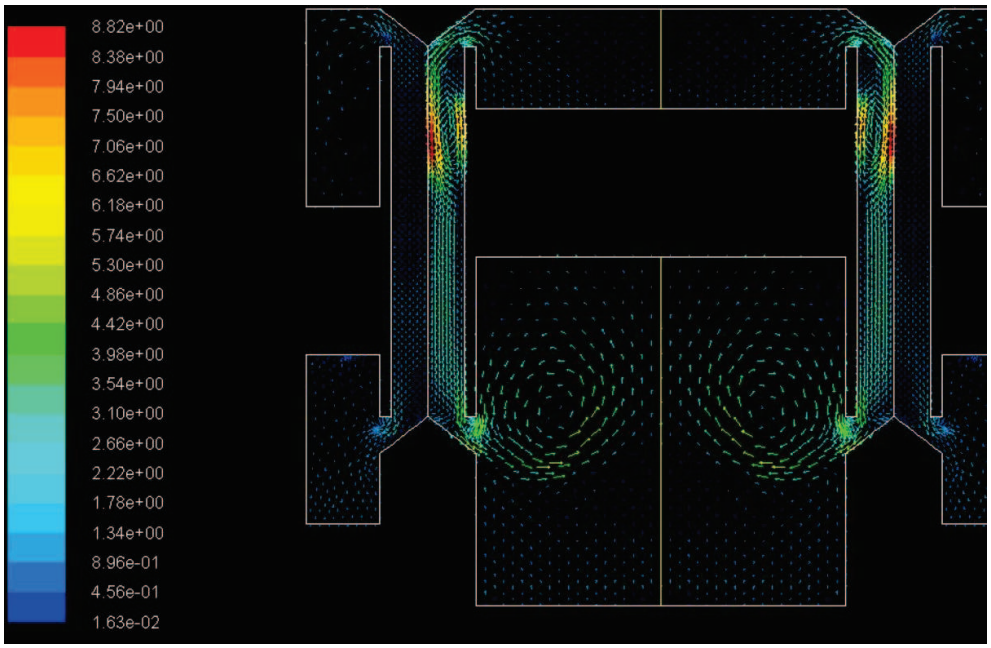


FIGURE 5.9 : Champ des vitesses dans le FPC0.1 avec partageur actif à t=0,18s

Sur la figure 5.9 le vilebrequin a fait plus d'une rotation (régime 600 tr/min) car le début des calculs a commencé à t=0 s. On peut voir des zones de recirculation dans les régénérateurs à l'origine de pertes de charges. La figure correspond à un instant où le champ des vitesses présente le plus grand maximum sur un cycle. L'échelle des vitesses nous montre qu'on est loin d'un écoulement sonique pour ce dessin de moteur.

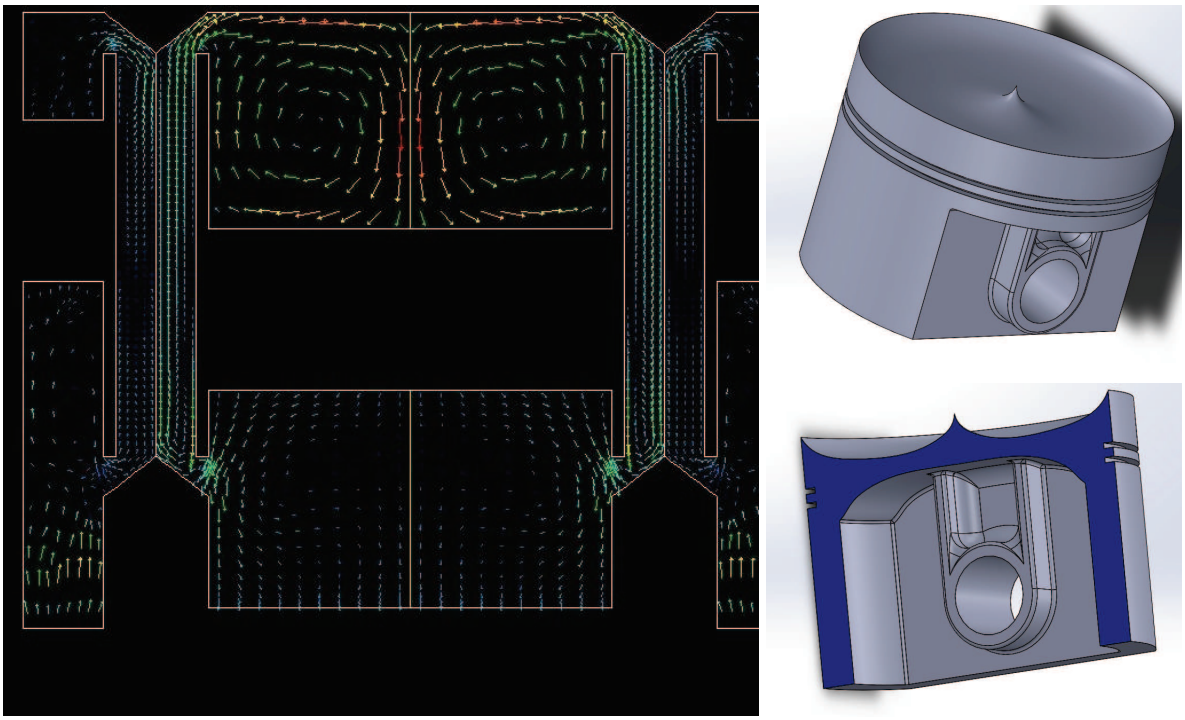


FIGURE 5.10 : Analyse du Champ des vitesses et proposition de solution

Le module de la vitesse varie entre $0\ m \cdot s^{-1}$ et $17,6\ m \cdot s^{-1}$ sur un cycle moteur. La figure 5.10 ne montre pas les pertes de charge singulières dans le régénérateur mais met en évidence de larges zones de recirculation dans le cylindre de détente (cylindre du haut en contact avec la tête chaude). Deux autres zones de recirculation peuvent également être mises en évidence à un autre instant du cycle du moteur dans l'espace de compression. La géométrie telle que présentée à gauche de la figure 5.10 impose des points singuliers dans le champ des vitesses. Ces points génèrent des pertes de charge complémentaires qu'on peut éviter avec un dessin de piston tel que présenté sur la partie droite de la figure 5.10.

5.6.2 Analyse des trajectoires de particules

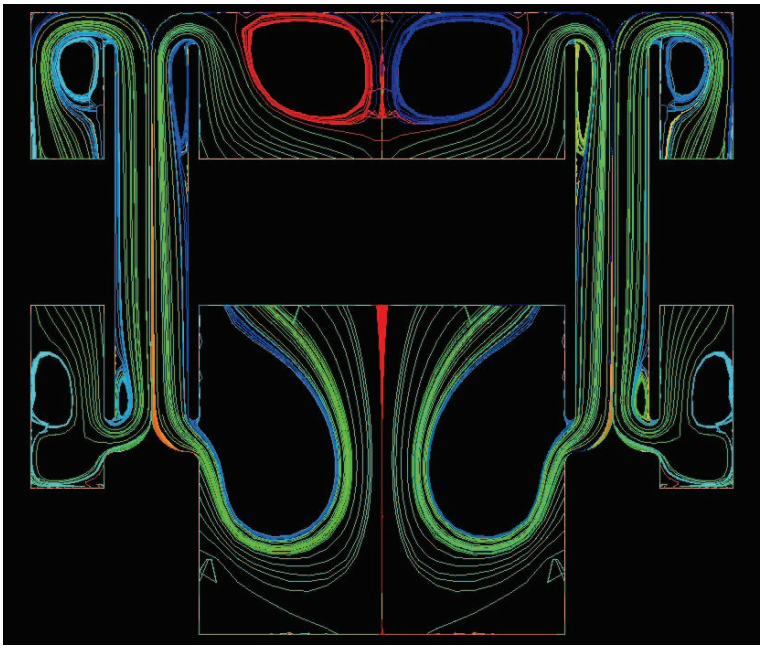


FIGURE 5.11 : Trajectoires des particules de fluide sur une rotation de vilebrequin (0,1 s)

La figure 5.11 est le suivi de trajectoires des particules de fluide, une option de Fluent qui permet de passer d'un repère Eulérien à un repère Lagrangien. Ce résultat révèle beaucoup de défauts dans le dessin du FPC0.1 ce qui explique la présentation du FPC0.2 de la figure 4.3. Ce dessin réduit le nombre d'angles droits dans le moteur ce qui réduira les singularités d'écoulement et donc aussi les pertes par viscosité. Ces lignes de chemin viennent confirmer la présence de zones de recirculation dans le régénérateur évoqués au paragraphe 5.6.1 ainsi que celles des zones de compression et de détente. S'il est judicieux d'éviter les points singuliers il ne faut pas toujours dessiner un moteur sans zone de recirculation car ces dernières, comme dans l'espace de détente, servent à améliorer les échanges thermiques au niveau de la paroi de la tête chaude mais également de favoriser le mélange des particules fluides ayant des températures différentes.

5.6.3 Analyse du champ des pressions

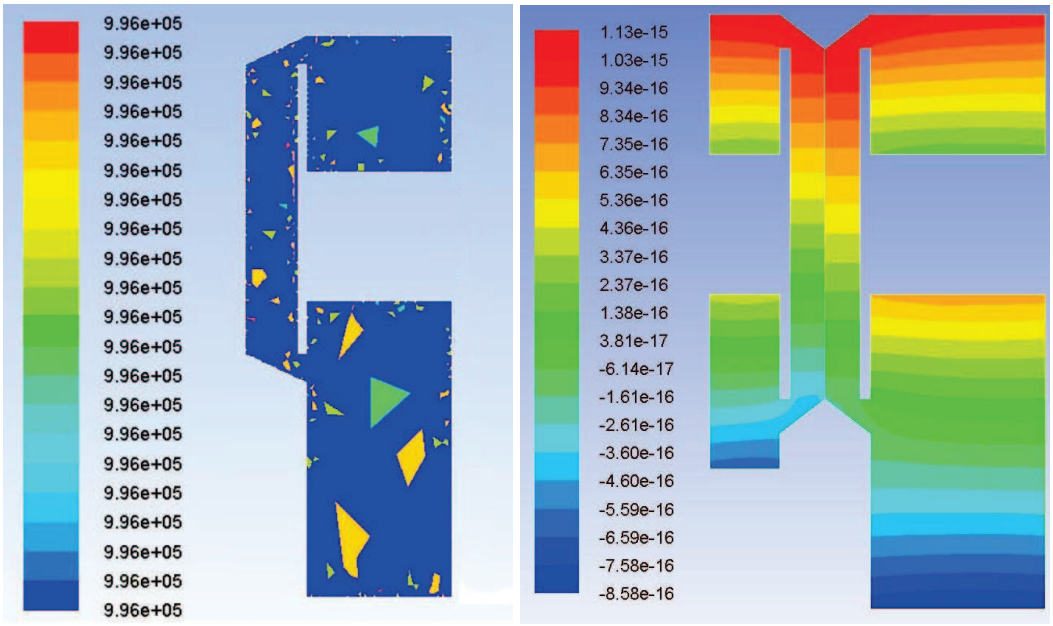


FIGURE 5.12 : A gauche : Champ des pressions statiques dans le moteur après 1,5 seconde de fonctionnement. A droite : champ des pressions statiques dans le moteur à l'arrêt.

On constate sur la figure 5.12 que la pression est uniforme dans le moteur. Les triangles de couleur sont des artéfacts graphiques car Fluent n'a pas pu établir une échelle de couleur puisque les variations de pression sont en dessous de sa précision de calcul.

On a constaté le même résultat avec le moteur à l'arrêt, la variation de pression dans tous le moteur ne dépassait pas $10^{-4}\ Pa$ que les échangeurs chaud et froid soient allumées où non. Ce différentiel pourrait être attribué à la gravité qui avait été cochée dans les paramètres de simulation : on constate cela sur la partie droite de la figure (le moteur ne tourne pas).

Il ne faut pas conclure à une uniformité de la pression dans tous les cas car ici aucun élément poreux n'est présent : ce sont les parois du partageur qui servent à la régénération thermique.

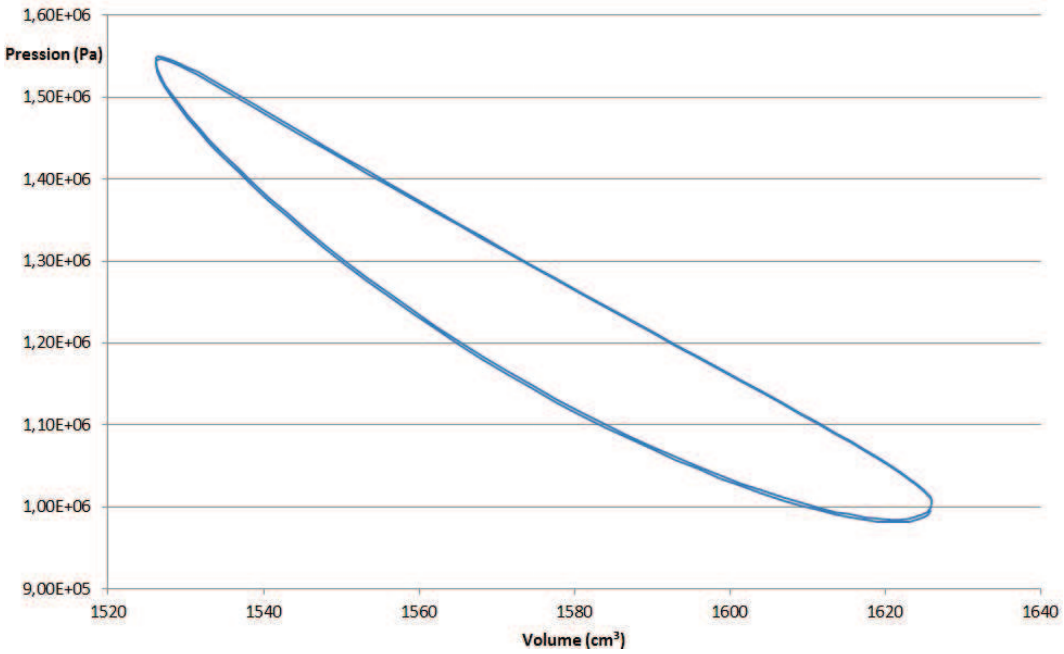


FIGURE 5.13 : Diagramme de Clapeyron obtenu sous Fluent pour le FPC0.1

Malgré une homogénéité anormale de la pression dans le moteur montrée sur la figure 5.12 qui nous indique que les calculs réalisés restent à confirmer, on peut voir sur la figure 5.13 un diagramme de Clapeyron réalisé à partir des résultats obtenus sous Fluent (sur deux rotations complète du vilebrequin). La pression du diagramme de Clapeyron est la pression moyenne de la zone de compression c'est à dire l'espace compris entre le piston de travail et le déplaceur. Ce diagramme est à comparer, malheureusement uniquement sur un plan qualitatif, avec le diagramme de la figure 5.6. Pour les calculs sous Fluent on a utilisé un modèle de gaz réel basé sur les données du NIST. La base de donnée est ainsi la même que celle utilisée dans le modèle développé sous Matlab, mais le modèle n'est certainement pas le même que sous Fluent. La comparaison n'est pas possible car on ne peut pas accéder au modèle utilisé sous Fluent. Qualitativement les courbes des deux figures ont beaucoup de points communs.

5.6.4 Analyse du champ des températures

Sur la figure 5.14 on peut voir une succession d'images montrant l'évolution des volumes gazeux dans le temps et avec elle l'évolution de la température du gaz de travail.

En faisant un zoom, sur la figure 5.15 qui correspond à l'instant 0,245 s après le début de la simulation, on peut voir l'asymétrie du profil des températures dans le régénérateur, conséquence de la fonction de partage : on voit bien qu'un échange thermique a lieu uniquement lorsqu'il y a un différentiel de température de part et d'autre de la paroi correspondante à la fonction de partage. La fonction de régénération n'est pas activée volontairement pour mettre en évidence le partage.

FIGURE 5.14 : Champ des températures dans le FPC0.1 avec partageur actif à t=0,208 s et t=0,076 s (la température varie de 300K en bleu foncé jusqu'à 600K en rouge)

Sur la figure 5.14 les instants correspondent à 2 moments de transvasement du gaz de la zone chaude dans l'espace froid (espace en bas : espace de compression) puis de la zone froide vers la zone chaude (figure de droite). Ce transvasement est imposé au gaz par le mouvement du déplaceur.

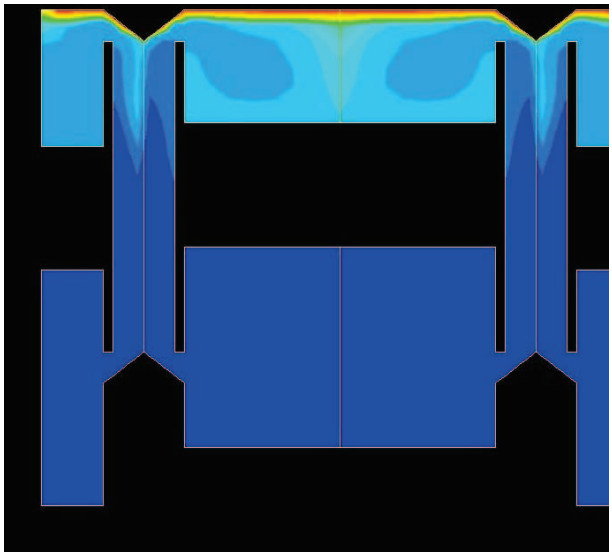


FIGURE 5.15 : Champ des températures dans le FPC0.1 à l'instant avec partageur actif de t=0,245 s. L'asymétrie du profil des températures montre la fonction de partage et donc le bien fondé du concept de partageur.

5.6.5 Bilan des simulations

On a utilisé des paramètres de fonctionnement du moteur identiques sur 2 calculs, un réalisé sous Matlab avec le modèle d'Organ modifié et l'autre sous Fluent.

Avec Matlab on a pu calculer les rendements avec et sans la fonction de partage : ils sont respectivement de 39,37% et de 38,62% : l'effet positif de la fonction de partage est évident même s'il est modeste.

Sous Fluent le calcul a nécessité la programmation en langage C d'une **U**ser **D**efined **F**unction (UDF). Les UDF permettent, entre autre, d'imposer à Fluent de réaliser certains calculs selon un modèle défini par l'utilisateur. Cette démarche est délicate car elle nécessite de valider le calcul imposé à Fluent et c'est pour cette raison qu'on a choisi de ne pas utiliser de matériaux poreux dans notre modèle, car la physique dans les écoulements non établis oscillants est délicate et les modèles d'échange sont sujets à caution (Ibrahim, 2012, [59]).

L'UDF programmée au LMEE ne fait que récupérer dans la mémoire de l'ordinateur, à chaque pas de temps de calcul (et non pas à chaque itération) les résultats de Fluent dans les éléments qui nous intéressent. L'UDF permet d'obtenir les puissances thermiques échangées à la frontière de chaque élément du maillage. En sommant sur tous les éléments d'une zone on a réalisé un bilan de puissance sur les parois d'échange : la tête chaude, la tête froide, la surface de partage, la surface de régénération. L'UDF permet également de calculer le travail que le gaz échange avec la surface supérieure du piston de travail.

Avec les bilans de l'UDF on peut calculer le rendement du moteur et ainsi directement comparer les résultats avec ceux réalisés sous Matlab. Les résultats des calculs réalisés sous fluent sont présentés sur la figure 5.16 et le tableau 5.2. Ces résultats sous Fluent montrent bien l'effet du partage et confirment ceux réalisés sous Matlab :

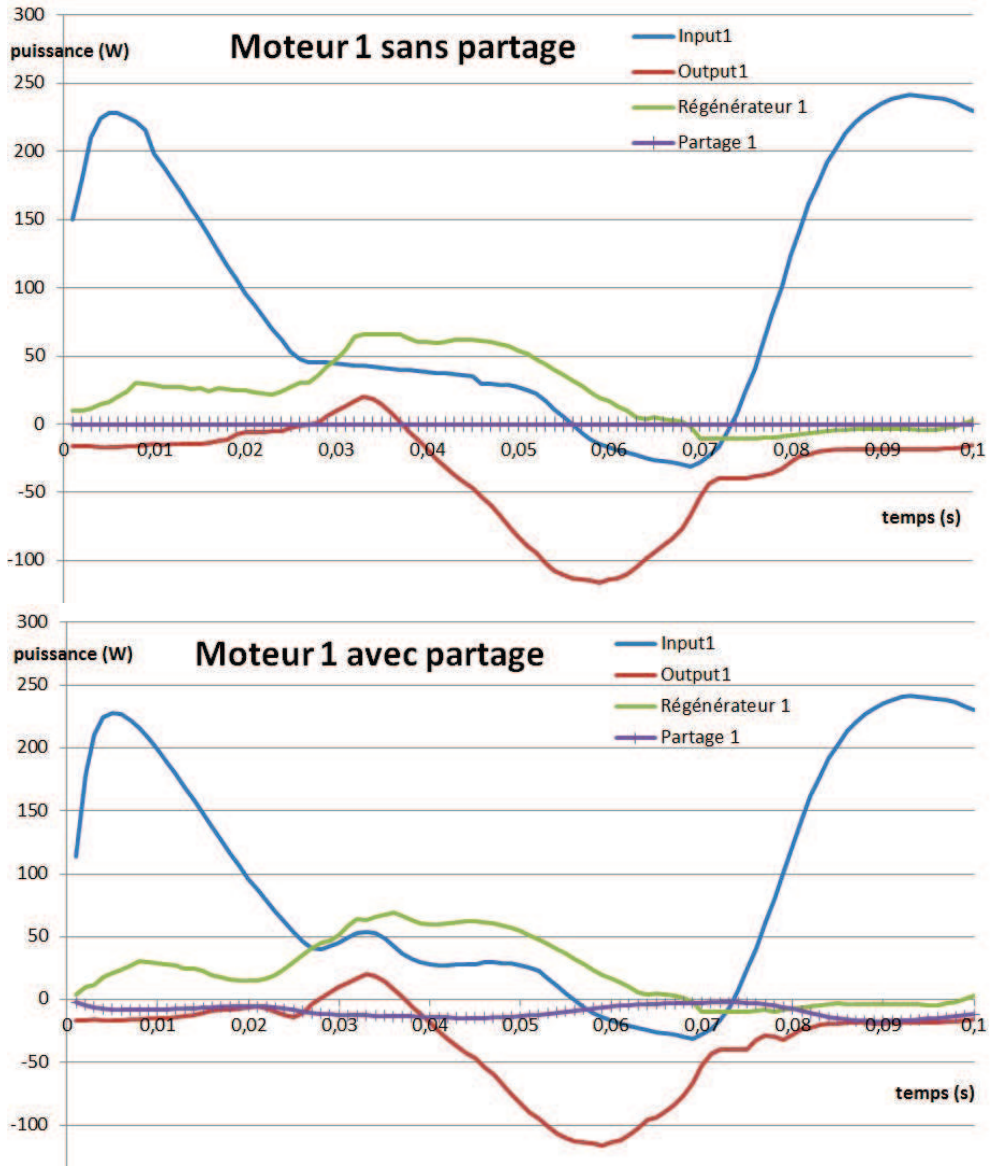


FIGURE 5.16 : Evolution dans le temps des puissances échangées aux surfaces de la tête froide, de la tête chaude, de la zone de partage et de régénération. Sur la figure du dessus on constate bien qu'il n'y a pas d'échange entre les moteurs car on a configuré la paroi comme étant adiabatique. Sur la figure du bas on peut voir que le partage de chaleur entre les moteurs n'est pas nul. L'intervalle de temps total, 0,1 s, correspond à 1 rotation de vilebrequin.

On peut voir sur le bas de la figure 5.16 la fonction de partage en action entre les moteurs. Ce partage a pour effet d'améliorer le rendement du moteur comme on le voit dans le tableau 5.2.

Moteur sans partage		
Puissance moyenne d'échange en tête chaude sur un cycle	93,72	W
Puissance moyenne d'échange en tête froide sur un cycle	-34,72	W
Puissance moyenne d'échange en zone de partage sur un cycle	0	W
Puissance moyenne d'échange en zone régénérative sur un cycle	21,85	W
Puissance moyenne d'échange entre le gaz et le piston de travail un cycle	-22,17	W
Rendement du moteur	23,66	%

Moteur avec partage		
Puissance moyenne d'échange en tête chaude sur un cycle	92,72	W
Puissance moyenne d'échange en tête froide sur un cycle	-34,56	W
Puissance moyenne d'échange en zone de partage sur un cycle	-9,54	W
Puissance moyenne d'échange en zone régénérative sur un cycle	21,89	W
Puissance moyenne d'échange entre le gaz et le piston de travail un cycle	-22,71	W
Rendement du moteur	24,49	%

TABLE 5.2 : Bilan des échanges dans le moteur sous Fluent. Moyenne des puissances sur 0,1 s = 1 cycle (Pas de temps : 0,001 s)

Les calculs présentés sur la figure 5.16 et le tableau 5.2 ont été réalisés avec le FPC0.2 présenté au paragraphe 4.3 mais auquel on n'avait pas encore ajouté les « anneaux »métalliques participants à la fonction régénérative du partageur ni les parois internes des têtes chaude et froide.

Ces résultats permettent de tirer la même conclusion que celle faite avec les calculs sous Matlab : la fonction de partage a bien un effet d'amélioration du rendement de la machine. Il faut toutefois accompagner ses résultats de remarques importantes :

- Le dessin abouti à une fonction de partage déséquilibrée : un partage non nul devrait permettre d'obtenir une puissance de partage moyenne nulle. Ce n'est pas le cas ici et le moteur n°1 sert de source chaude secondaire au moteur n°2 car la puissance moyenne échangée avec ce dernier est négative. En fait, si on regarde la courbe du bas de la figure 5.16 la puissance est toujours nulle ou négative.

- Il n'est pas interdit de penser qu'un partage encore plus déséquilibré pourrait avoir un effet négatif sur les performances de la machine thermique.

- La géométrie du régénérateur du FPC0.2 donne à la fonction régénérative un performance très médiocre : avec un bon dessin de moteur, Organ [77], on obtient en général, pour un cycle, un transfert d'énergie 5 à 7 fois supérieur entre le régénérateur et le gaz qu'entre la tête chaude et ce même gaz de travail. Ce n'est pas le cas ici.

En conclusion on n'a bien montré le même effet bénéfique de l'utilisation d'un partageur sur le rendement d'un moteur Stirling. Toutefois les résultats sous Fluent montrent qu'une amélioration importante de la géométrie serait à réaliser, avec une recherche d'optima des puissances de transfert des 3 échangeurs, ce qui n'est pas l'objet de ce travail.
Sur la figure 5.17 les intervalles de temps pendant lesquels la tête froide fournit de l'énergie au gaz au

lieu de lui en prélever, correspondent aux moments où, pendant la détente du gaz, la température de ce dernier descend en dessous de la température de paroi de la tête froide.

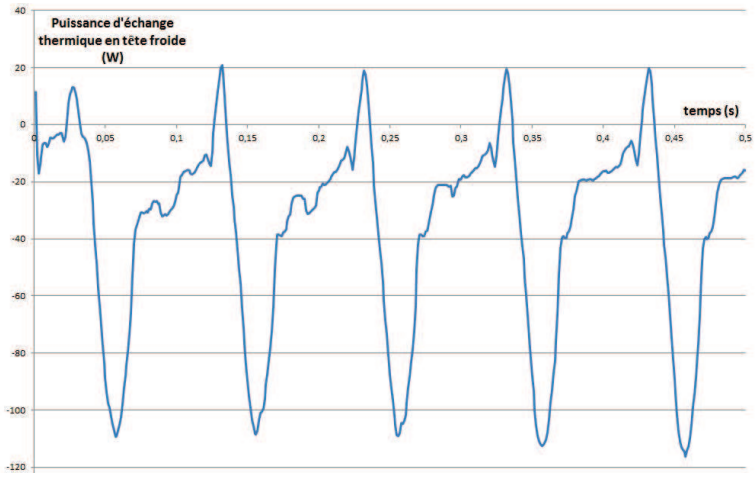


FIGURE 5.17 : Evolution dans le temps de la puissance thermique prélevée par la surface de la tête froide au gaz de travail sur un intervalle correspondant à 5 rotations de vilebrequin.

La figure 5.17 montre également qu'il y a peu de différence d'échange pendant le 4^{ième} et le 5^{ième} cycle effectué par le moteur : le moteur est en régime stabilisé. On a donc initialisé les calculs présentés ci-dessous, concernant le partage, au moyen des données obtenues au bout de ces 5 cycles de calcul. Le partage en phase de démarrage n'est donc pas abordé ici et ne présente pas d'intérêt concernant le rendement du moteur si ce dernier doit fonctionner à régime constant.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives.

6.1 Bilan des travaux et des résultats

On a montré que le partageur, régénérateur particulier imaginé au LMEE, apportait une amélioration sur le rendement du moteur Stirling. Pour cela on a utilisé le modèle d'Urieli auquel on a apporté des modifications pour montrer cet effet du partageur :

- On a ajouté un modèle de gaz réel ;
- On a intégré une modélisation de charge variable et réaliste sur l'arbre de sortie du moteur avec un modèle de générateur électrique. Pour cela il a fallu convertir le modèle d'Urieli du moteur Stirling en format Simulink ;
- On a intégré le modèle d'Organ du régénérateur et on l'a adapté au partageur pour en évaluer l'effet.

Mais le dessin du LMEE concernant le prototype du projet BATIMAC n'apporte pas qu'une solution concernant le régénérateur :

- Il propose un embiellage innovant qui réduit les charges latérales des pistons sur les cylindres ;
- Il propose une liaison innovante dite liaison-FPC entre le piston de travail et le déplaceur qui a pour effet de « Carnotiser » le cycle (augmentation de la surface dans le diagramme de Clapeyron) ;
- Il propose une architecture de tête froide pour réduire de façon notable les volumes morts nuisibles à la performance du moteur.

Une étude complémentaire sous Fluent est venue confirmer les calculs faits sous Matlab.

Les outils développés permettraient de faire un grand nombre d'études paramétriques afin d'optimiser le dessin du moteur.

L'effet du partageur est positif et l'avoir évalué permet de dire que l'objectif principal est atteint. Il resterait alors à valider ce travail de façon expérimentale.

Toutefois l'effet du partageur n'est que de l'ordre de 1% à 2% sur le rendement du moteur. De plus l'amélioration de cet effet va avec l'augmentation du différentiel de température. Ceci remet en cause le bien fondé de l'idée de partageur si on souhaite réaliser un moteur basse température ($T_{ch} < 250°C$). Il est nécessaire de tempérer cette dernière conclusion à cause du fait suivant qui n'a pas été quantifié : en général le régénérateur est source de fuites thermiques à l'extérieur. Avec l'architecture de moteur proposée dans ce document, la fuite, au lieu d'être une perte pure, bénéficie au moteur voisin. Car on rappelle que l'architecture intègre en fait deux moteurs coaxiaux, chaque moteur servant d'isolant à l'autre.

Donc par effet géométrique une perte devient un bénéfice et la fonction de partage aurait un effet double de celui qui a été calculé, pour le moteur proposé.

A la lumière de la remarque précédente on peut considérer le partage comme un couple « tête chaude - tête froide »supplémentaire aux échangeurs déjà présents qui ont le même nom.

6.2 Perspective : Amélioration de la fonction « partage » du partageur

Au delà des résultats numériques, cette thèse montre qu'un sujet largement étudié comme le moteur Stirling n'est toujours pas épuisé. En effet, on a vu qu'un choix architectural particulier de la mécanique pouvait impacter sur l'efficacité du régénérateur. Le résultat obtenu, en terme d'amélioration de l'efficacité ; est modeste en comparaison de l'efficacité du régénérateur de base du brevet de Stirling. Et cela est parfaitement cohérent avec les principes de la thermique lorsqu'on compare les surfaces d'échange de la fonction partage avec les surfaces d'échange de la fonction régénération. Pour résumer : tout est dans la surface d'échange des échangeurs dans notre problématique.

L'enjeu est donc l'obtention d'échangeurs dit « compacts » pour le partageur. Ce problème est également valable pour les têtes chaude et froide de tout moteur Stirling mais est encore plus crucial dans le cas du partageur.

La technique de frittage laser 3D de poudre métallique pourraient permettre d'envisager des surfaces d'échanges de la fonction partage plus élevées tout en ne touchant pas à la surface d'échange de la fonction régénérative. Une optimisation serait en ce sens une étude complémentaire à réaliser. Toutefois les résultats obtenus ici restent significatifs : si on prend en compte l'ensemble des machines thermiques fonctionnant à base de produits pétroliers et si on augmente de 1% le rendement de ce parc mondial cela représente une économie non négligeable d'hydrocarbure. L'amélioration est toutefois supérieure au résultat calculé car l'architecture du FPC proposé dans ce travail permet en plus d'isoler thermiquement le régénérateur comparativement aux moteurs de la littérature : le bilan global, sans avoir été calculé, est forcément meilleur.

Il est impossible par usinage conventionnel d'obtenir la compacité nécessaire à un Stirling en ce qui concerne les trois échangeurs thermiques qu'il comporte. Par rapport à un projet industriel, actuellement, seule la technique du frittage laser est raisonnablement envisageable. Il existe d'autres moyens testés par la NASA, usinage par faisceau d'électrons, avec des résultats thermiquement intéressants mais le coût des procédés employés exclut une exploitation à l'échelle industrielle aujourd'hui.

6.3 Perspective : les mélanges gazeux

Dans l'annexe J on explique pourquoi on ne peut pas utiliser l'hydrogène comme gaz de travail malgré les performances qu'il permettrait d'atteindre avec un moteur Stirling. Le second meilleur choix est l'hélium, c'est avec ce gaz que nous avons réalisé les calculs. Mais nous n'avons pas trouvé de données concernant les mélanges gazeux tels que : 5% H_2 et 95% He.

Un tel mélange réunirait, peut-être, un peu des performances de l'hydrogène tout en préservant les propriétés des matériaux constituants le moteur.

Une interpolation entre les propriétés des 2 gaz est hasardeuse et seul l'accès à des données expérimentales sur le type de mélange proposé permettrait d'éclaircir la question.

De plus, avec l'arrivée des nouveaux matériaux, certaines réalisations « Stirling » sont peut être envisageables alors qu'elles étaient impensables hier. A titre d'exemple, même si les conditions d'utilisation dans un Stirling sont différentes, on voit arriver sur le marché des réservoirs à hydrogène pouvant atteindre 800 bars pour l'automobile de demain.

6.4 Perspective : le Stirling double action

Dans une recherche de performance la meilleure évolution du modèle développé dans cette thèse serait de l'adapter au Stirling double action.

Cette architecture a juste été évoquée dans le paragraphe 1.4 à propos du moteur de Whispergen.

Le piston à double action, on dit aussi double effet, n'est pas propre au moteur Stirling et est présent dans un grand nombre d'applications de vérins hydrauliques et pneumatiques comme l'illustre la figure 6.1.

Dans le cas du moteur Stirling double action, chaque piston joue à la fois le double rôle de déplaceur et de piston de travail.

Il y a alors 2 fois plus d'échange de travail entre le piston à double action et le gaz par rotation de vilebrequin : il y a alors 2 phases motrices par tour.

Il existe plusieurs variantes de moteur Stirling à double action : avec deux cylindres distincts dans lesquels évoluent les 2 « pistons travail-déplaceur ». D'autres réalisations comportent 4 cylindres et 4 régénérateurs en série. Le volume du cylindre est partagé en 2 parties par le piston : le volume chaud est connecté au travers d'un régénérateur au volume froid du cylindre suivant comme on peut le voir sur la figure 6.2.

FIGURE 6.1 : Exemple de vérins double action et schéma de principe

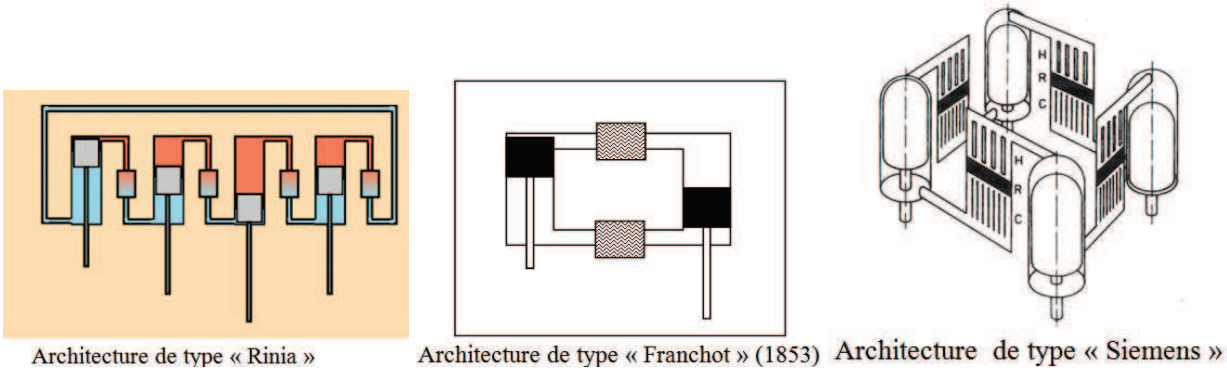


FIGURE 6.2 : 3 architectures de Stirling double action

Charles Siemens a inventé la configuration carrée présentée sur la figure 6.2 de moteur Stirling en 1863 qui est tombée dans l'oubli. Cette configuration a été réinventée dans les années 1940 par Ir. van Weeman dans le cadre du programme de recherche de la société Philips (voir [101]). C'est une configuration classique lorsqu'on cherche à obtenir des moteurs Stirling de plus de 100 chevaux de puissance.
A priori l'adaptation du modèle développé dans ce document au Stirling à double action ne devrait pas poser de problème majeur.

6.5 Perspective : considération sur la formule de Carnot

En thermodynamique on constate souvent que le rendement de la machine sur laquelle on travaille est bien inférieur à 100% et même il dépasse rarement 50%. Or dans les autres domaines technologiques, par exemple en électromagnétisme, les moteurs électriques modernes peuvent avoir un rendement dépassant 95%.

Vient alors la question : qu'est ce qui différencie la thermodynamique au point qu'il n'est pas possible d'avoir une machine thermique avec un rendement tel que 95% ? En fait cela est possible mais on n'en trouve pas la démonstration dans la littérature. Ainsi le principe de Carnot ne l'interdit pas pourtant on ne rencontre pas de telles machines dans le commerce. Pourquoi ? Evidemment la réponse ne réside pas dans l'impossibilité d'augmenter infiniment la température de la source chaude.

La formule de Carnot permet de calculer le rendement théorique maximal que les machines thermiques peuvent atteindre. Toutefois ce rendement dit de Carnot n'est applicable qu'aux machines qui suivent un cycle de Carnot ou un cycle de Stirling.

Malgré sa simplicité : $\eta_{th} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$, le rendement théorique est une fonction de 2 variables indépendantes T_{fr} et T_{ch}. C'est donc une variété à 2 dimensions plongée dans un espace à 3 dimensions ou plus vulgairement « une surface non plane ».

Sur la figure 6.3 on trouvera une représentation de cette variété $\eta_{th}(T_{ch}, T_{fr})$. La possibilité de réaliser une machine thermique ayant un rendement proche de 100% est contenu dans cette équation et donc dans sa représentation. Mais une analyse d'une variété en trois dimensions est difficile, en l'état. Exploiter la richesse de cette variété nécessite une subtilité pour permettre une analyse en 2 dimensions.

On créé une famille de courbes obtenues par intersection de plans d'équations $T_{ch} - T_{fr} = constante$ avec la surface correspondant à l'équation de η_{th}. L'ensemble des courbes est représenté sur la figure 6.4.

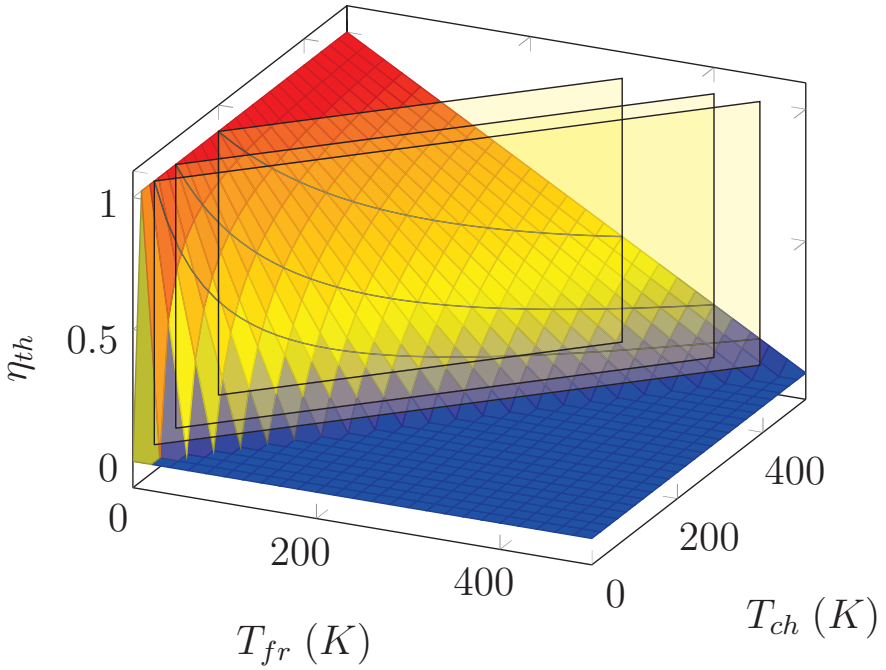


FIGURE 6.3 : Rendement de Carnot des machines thermiques.

Chaque courbe de la figure 6.4 est l'intersection d'un plan avec la surface de rendement de la figure 6.3. La figure 6.4 nous apprend que :

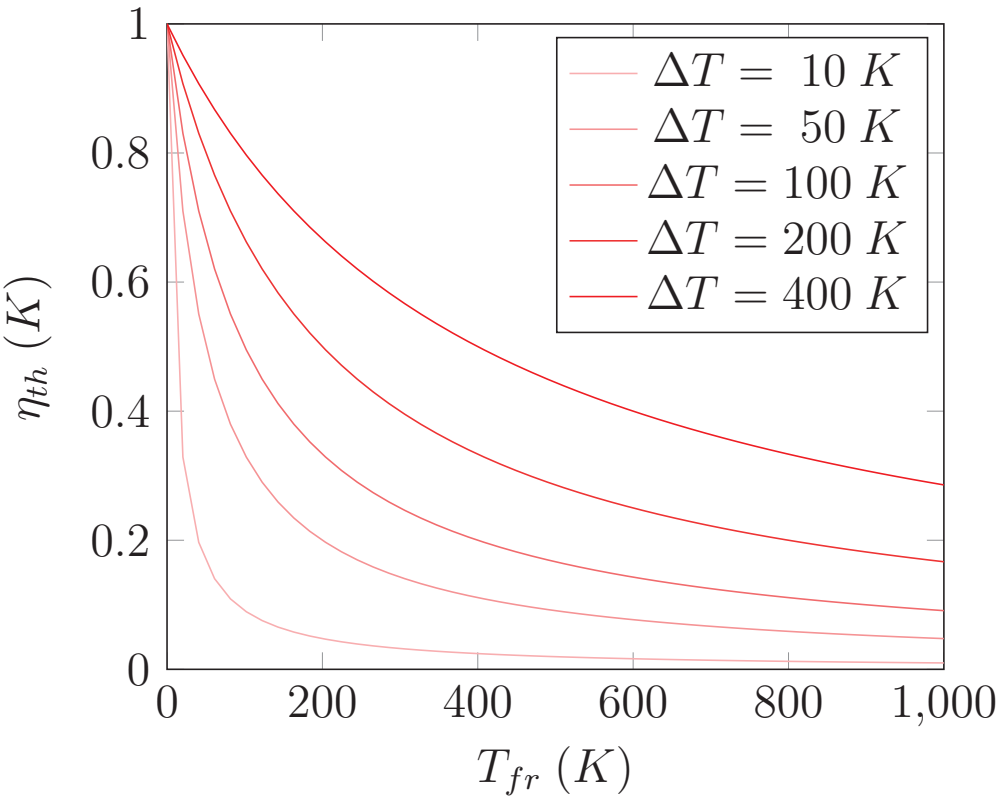


FIGURE 6.4 : Famille de Carnot à $\Delta T = T_{ch} - T_{fr}$ constant.

1. toutes les machines thermiques, quel que soit leur différentiel de température, ont un rendement proche de 1 si leur source froide est proche du zéro absolu.

2. Pour atteindre un rendement donné il n'est pas indispensable d'atteindre un différentiel minimal, il suffit d'avoir une source froide suffisamment froide. Cette remarque va à l'encontre du lieu commun : « avoir du rendement c'est avoir une bonne différence de température ». Dit autrement, pour un ΔT fixé, plus la source froide sera froide, plus le rendement sera élevé. Chaque courbe correspond à un ΔT donné.

3. les limites observées encore aujourd'hui, concernant le rendement des machines thermiques ne sont pas un obstacle infranchissable : si le rendement d'un convertisseur électrique peut atteindre 99 % il peut en être de même pour la machine thermique. Il fallait pour cela prendre conscience de l'échelle de température absolue présente dans la formule de Carnot.

Une validation expérimentale serait très intéressante pour plus d'une raison, car elle pourrait ouvrir de nouveaux horizons tout en nous surprenant. En effet, l'aspect théorique succinct précédemment exposé ne donne pas tous les aspects expérimentaux que cela peut prendre. Si nous choisissons par exemple une source froide de l'ordre de 5 K, alors la puissance thermique à évacuer serait très faible : en effet si le rendement est proche de 1, la quasi-totalité de la puissance thermique injectée en tête chaude du moteur serait convertie en puissance mécanique. La tête froide n'aurait plus que la fonction de maintien en température et non plus celle d'évacuer la puissance thermique non convertie. Il n'y aurait plus non plus à sur dimensionner la source chaude par rapport à l'objectif de puissance mécanique recherché.

Annexe A

Notation-Unités-Conventions

A.1 Quelques constantes

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \simeq \frac{1}{800000}\ H \cdot m^{-1}$
Constante de Boltzman : $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$
Constante universelle des gaz parfaits : $R = k \cdot \mathcal{N} = 8,3144621\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ avec $\mathcal{N}$ le nombre d'Avogadro : $\mathcal{N} \simeq 6,02214129 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$

A.2 Éléments d'analyse dimensionnelle

- M : la masse. Son unité est le **kilogramme** (kg)
- L : la longueur. Son unité est le **mètre** (m)
- T : le temps. Son unité est la **seconde** (s)
- I : l'intensité électrique. Son unité est l'**Ampère** (A)
- F : la température thermodynamique. Son unité est le **Kelvin** (K)
- J : l'intensité lumineuse. Son unité est le **Candela** (cd)
- N : la quantité de matière. Son unité est la **mole** (mol). (nom de l'unité : mole, symbole de l'unité : mol)

A.3 Les notations

Symbole	Description	dimension	Unité dans le SI
u	Vitesse	$L \cdot T^{-1}$	$m \cdot s^{-1}$
ω	Vitesse de rotation	T^{-1}	$rad \cdot s^{-1}$
a	Accélération	$L \cdot T^{-2}$	$m \cdot s^{-2}$
F	Force	$M \cdot L \cdot T^{-2}$	N (Newton)
ρ	Masse volumique	$M \cdot L^{-3}$	$kg \cdot m^{-3}$
v	Volume massique	$L^3 \cdot M^{-1}$	$m^3 \cdot kg^{-1}$
$\bar{v}$	Volume molaire	$L^3 \cdot N^{-1}$	$m^3 \cdot mol^{-1}$

Symbole	Description	dimension	Unité dans le SI
E, W, Q	Énergie, travail, chaleur	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	J (Joule)
$\mathcal{P}$	Puissance	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	W (Watt)
P	Pression	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	Pa (Pascal)
μ	Coefficient de viscosité dynamique	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$	Pl (Poiseuille)$= Pa \cdot s$ et $1\ Pl\ =\ 10\ Po$ (Poise)
λ	Coefficient de conductivité	$M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot F^{-1}$	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
D	Coefficient de diffusion	$L^2 \cdot T^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-1}$
h	Coefficient d'échange thermique ou coefficient de convection	$M \cdot T^{-3} \cdot F^{-1}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
C_x	Chaleur spécifique = capacité thermique = capacité calorifique	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1}$	$J \cdot K^{-1}$
C_V	Capacité calorifique du système étudié à volume constant	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1}$	$J \cdot K^{-1}$
C_P	Capacité calorifique du système étudié à pression constante	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1}$	$J \cdot K^{-1}$
c_V	Capacité calorifique massique d'un corps à volume constante	$L^2 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
c_P	Capacité calorifique massique d'un corps à pression constante	$L^2 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1}$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
$\bar{c}_V$	Capacité calorifique molaire d'un corps à volume constante	$N^{-1} \cdot M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1}$	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
$\bar{c}_P$	Capacité calorifique molaire d'un corps à pression constante	$N^{-1} M L^2 T^{-2} F^{-1}$	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
C	Capacité ou capacitance		F (Farad) $1\ F\ =\ 1\ A \cdot V^{-1}$
q	Charge électrique	$I \cdot T$	C (Coulomb)
	Conductance, admittance, susceptance		S (Siemens)
B	Densité de flux magnétique ou induction magnétique		T (Tesla)
φ	Flux magnétique ou flux d'induction magnétique		Wb (Weber)
FMM	Force magnétomotrice	I	A
L	Inductance, perméance		H (Henry)
	Reluctance		H^{-1}
R	Résistance, impédance, réactance		Ω (Ohm)
$\vec{H}$	Champ magnétique	$I \cdot L^{-1}$	$A \cdot m^{-1}$
$\mathcal{R}$	Réluctance		$A \cdot m^{-1}$
μ	Perméabilité magnétique		$H \cdot m^{-1}$
U	Tension ou potentiel électrique		V (Volt) = $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
ρ	Résistivité		$\Omega \cdot m$
σ	Conductivité électrique		$S \cdot m^{-1}$
E	Champ électrique		$V \cdot m^{-1}$
J	Moment d'inertie	$M \cdot L^2$	$kg \cdot m^2$
σ	Moment cinétique	$M \cdot L^2 \cdot T^{-1}$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$
$\mathcal{M}$, $\mathcal{C}$	Moment mécanique et couple	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = N \cdot m$

A.4 Les notations propres au Stirling

Symbole	Description	Unité dans le SI	Remarque
V_{cm}	volume mort dans l'espace de compression	m^3	Constante
V_{dm}	volume mort dans l'espace de détente	m^3	Constante
V_{cbal}	volume balayé dans l'espace de compression	m^3	Constante
V_{dbal}	volume balayé dans l'espace de détente	m^3	Constante
V_{ch}	volume dans la tête chaude	m^3	Constante
V_{fr}	volume dans la tête froide	m^3	Constante
V_r	volume dans le régénérateur	m^3	Constante
T_c	Température du gaz dans l'espace de compression	K	Variable
T_d	Température du gaz dans l'espace de détente	K	Variable
T_{gch}	Température du gaz dans la tête chaude	K	Variable
T_{gfr}	Température du gaz dans la tête froide	K	Variable
T_r	Température du gaz dans le régénérateur	K	Constante
$T_{pch} \equiv T_{ch}$	Température de la paroi de la tête chaude	K	Constante
$T_{pfr} \equiv T_{fr}$	Température de la paroi de la tête froide	K	Constante
V_d	Volume de l'espace de détente	m^3	Variable
V_c	Volume de l'espace de compression	m^3	Variable
P	Pression dans le moteur	Pa	Variable
m	Masse de gaz dans le moteur	kg	Constante
N	Régime du moteur	$tour \cdot s^{-1}$	Constante
f	Régime du moteur	$tour \cdot s^{-1} = Hz$	Constante
ω	Vitesse de rotation du moteur	$rad \cdot s^{-1}$	Constante

Annexe B

Lexique Français-Anglais spécifique à l'étude du Stirling

Français	**Anglais**
Tête chaude	Heater Head
Vilebrequin	Crankshaft
Tige de piston ou bielle	Piston rod, linkage arm
Segment de piston	Piston ring
Joints d'étanchéité	Seal
Course	Stroke
Roulement	Rolling
Équipement	Rig
Équipement, installation	Plant
Absorption, adsorption	Sorption
Palier	Bearing
Atténuation, amortissement	Damping
Amortisseur, ressort	Spring
Rebond	Bounce
Résistance à la déformation	Creep resistance
Souder	Braze
Rhombique (losange)	Rhombic
Fente, rainure	Slot
Essence	Gasoline
Enroulement, bobinage	Winding

TABLE B.1 : Lexique Français - Anglais

Français	**Anglais**
Fuite	Leakage
Épanchement	Fringing
Cisaillement	Shear
Conduite	Duct
Couronne de Heylandt	Heylandt crown
Usure, user, s'user	Wear
Carter	Crankcase
Alternatif	Reciprocating
Raideur	Stiffness
Carter, boîtier	Housing
Acier	Steel
Inoxydable	Stainless
4 temps	Four-stroke
Volume mort	Clearance volume
Volume balayé	Swept volume
Embiellage à levier coudé	Bell-crank
Pignon = engrenage = engrenage à denture droite = roue dentée	(Spur) Gear
Engrenage hélicoïdale = engrenage à denture hélicoïdale	Helical gear
Engrenage à denture en chevron = Engrenage à denture en V	Double helical gear
Engrenage conique	Bevel gear
Pignon (le plus petit engrenage dans une paire d'engrenages)	Pinion
Crémaillère	Rack
Ressort plan	Planar spring
Plateau oscillant	Swash plate
Plateau basculant	Wobble plate

TABLE B.2 : Lexique Français - Anglais (suite)

Annexe C

Repères historiques complémentaires sur le Stirling

On donne ici quelques repères historiques complémentaires concernant les avancées techniques et théoriques sur le moteur Stirling.

1816 (27 septembre) : Robert Stirling dépose son brevet pour un moteur. Les deux intérêts qui font la différence dans son brevet : le moteur est à cycle fermé et il utilise un régénérateur.

1818 : le moteur en question est construit afin de pomper l'eau dans une usine. Faute d'entretien la partie chaude du moteur s'est fissurée et le moteur a été abandonné.

1824 : Carnot publie son principe.

1849 : théorie de la chaleur de Joule.

1871 : Gustav Schmidt décrit mathématiquement le cycle de Stirling.

1830-1920 : plusieurs dizaines de milliers de moteur à air chaud sont produits dans le monde. Ils développent du 10ième de cheval à plusieurs dizaines de chevaux.

Fin des années 20 : première analyse mathématique du régénérateur par Hausen. Comme l'écoulement du fluide dans un moteur Stirling est oscillant le modèle de régénérateur d'Hausen ne lui est pas applicable [76].

1930-1980 : la société Philips produira une centaine de prototypes de machines à cycle de Stirling que ce soit des moteurs ou des machines frigorifiques.

1938 : Philips fabrique un moteur Stirling de plus de 200 chevaux dont le rendement était supérieur à 30 %.

1960 : Finkelstein met au point l'analyse adiabatique du moteur Stirling.

1997 : Organ publie la première analyse du régénérateur applicable au moteur Stirling.

Annexe D

Définitions

D.1 Le nombre de Beale

Une loi empirique, la loi de Beale, permet de déduire de façon simplifiée la puissance du moteur à partir de certains paramètres de fonctionnement de celui-ci. Le « nombre de Beale » est alors le rapport entre ces paramètres et la puissance obtenue :

$$\mathcal{P}_{tot} = B_n \cdot P_{moy} \cdot V_{dbal} \cdot f \qquad \text{[D.1]}$$

Avec :

$\mathbf{P_{tot}}$: La puissance de sortie du moteur (W)

$\mathbf{B_n}$: Le nombre de Beale (sans dimension). Ce nombre vaut normalement entre 0,11 et 0,15 pour un moteur à grand ΔT. L'une des premières publications qui a fait référence à cette loi est une publication de Bangkok pour un moteur à faible δT et où il était annoncé que B_n=0,0025 pour le moteur dont il était question.

$\mathbf{P_{moy}}$: La pression moyenne dans le moteur (Pa).

$\mathbf{V_{dbal}}$: Volume balayé par le piston déplaceur dans l'espace de détente (zone chaude du moteur) au cours de son déplacement (m^3)

f : est le régime du moteur exprimé ici en Hertz (Hz)

La loi de Beale est une loi où la puissance est une fonction linéaire du régime du moteur. Cette loi est une approximation valable aux régimes faibles. Meme si sont domaine de validité est ainsi limité elle est utilisée car elle présente l'avantage d'évaluer très simplement la puissance pour une certaine plage de régime et de comparer des moteurs.

Les pertes de charge sont inhérentes au fonctionnement du moteur même si elles sont négligeables aux faibles régimes. Mais elles croissent avec ce dernier et au delà d'une certaine valeur du régime, propre a chaque moteur, elles croissent si rapidement qu'elles gênèrent des pertes d'énergie supérieures à ce qu'on peut gagner par augmentation du régime ce qui a pour conséquence une baisse de performance du moteur malgré l'augmentation de sa vitesse de rotation. On peut constater cela sur la figure D.1 avec la partie décroissante de la courbe bleue.

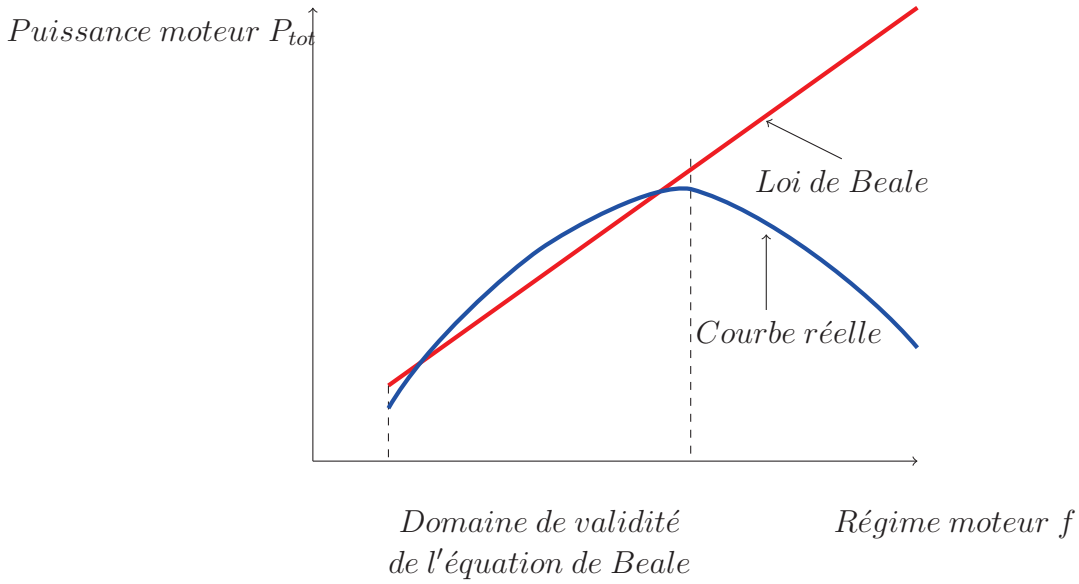


FIGURE D.1 : Loi de Beale et son domaine de validité

Sur la figure D.2 on a ajouté le couple du moteur (échelle de droite) pour voir son évolution avec le régime. Le couple d'un moteur Stirling est maximal au démarrage et aux plus bas régimes. Ceci est une spécificité rare qu'a le Stirling, ce qui lui autorise des utilisations où souvent, les autres moteurs ne se comportent pas ainsi.

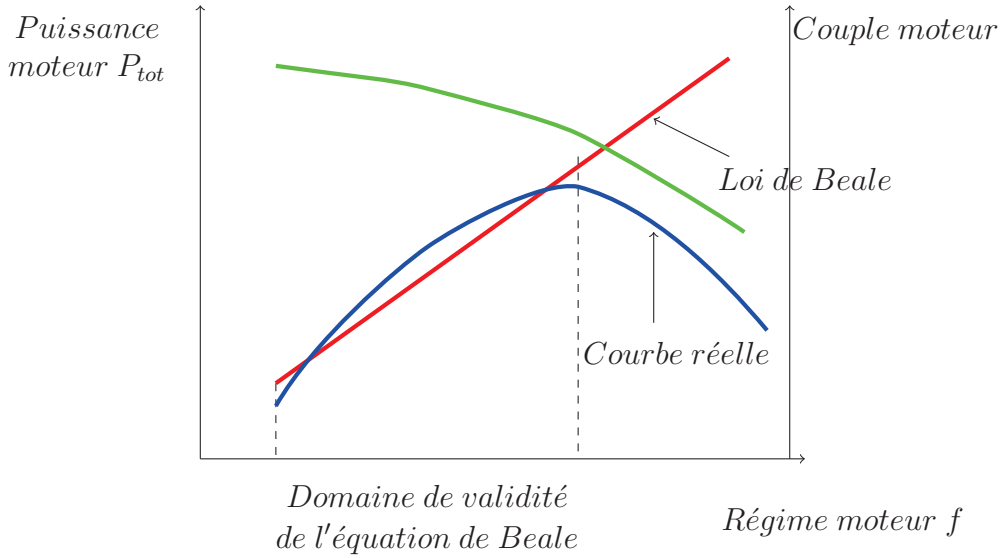


FIGURE D.2 : Loi de Beale et couple moteur

La loi de Beale fait intervenir la pression moyenne. Avec l'analyse de Schmidt on sait que cette pression moyenne dépend de la température de la source chaude et de la température de la source froide. Donc lorsqu'on donne un nombre de Beale pour un moteur donné c'est aussi pour des températures de fonctionnement données de ce moteur. Si on change T_{ch} et/ou T_{fr} alors B_n change. Il est intéressant de noté dans quelles proportions pour pouvoir continuer à évaluer facilement la puissance du moteur

en fonction du régime :
Soit un moteur pour lequel on donne un nombre de Beale B_{n1} associé aux températures T_{ch1} et T_{fr1}. Quel est alors B_{n2} si on change les températures en T_{ch2} et T_{fr2} ?
On a la relation : $B_{n2} = \dfrac{\eta_2}{\eta_1 \cdot B_{n1}}$ où η_1 et η_2 sont les rendements de Carnot : $\eta_1 = 1 - \dfrac{T_{fr1}}{T_{ch1}}$ et $\eta_2 = 1 - \dfrac{T_{fr2}}{T_{ch2}}$. (Les températures sont en Kelvin)

D.2 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds , Re, est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il caractérise le type d'un écoulement : laminaire, transitoire ou turbulent. Il est le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses présentent au sein de l'écoulement :

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{uL}{\nu} \qquad \text{[D.2]}$$

u est la vitesse du fluide ($m \cdot s^{-1}$).

L est la dimension caractéristique du système (m)

$\boldsymbol{\nu}$ est la viscosité cinématique du fluide ($m^2 \cdot s^{-1}$).

$\boldsymbol{\rho}$ est la masse volumique du fluide ($kg \cdot m^{-3}$).

$\boldsymbol{\mu}$ est la viscosité dynamique du fluide ($Pa \cdot s$) ou Poiseuille (Pl).

On peut changer de système d'unité car un nombre sans dimension a la même valeur dans tout système d'unité cohérent.
Le nombre de Reynolds représente également le rapport du transfert par convection par le transfert par diffusion de la quantité de mouvement. En magnétohydrodynamique il est aussi possible de définir un nombre de Reynolds : le nombre de Reynolds magnétique.

Nombre de Reynolds et régimes d'écoulement : en fonction du nombre de Reynolds croissant on distingue quatre régimes principaux, le régime de Stokes, le régime laminaire, le régime transitoire et le régime turbulent. L'écoulement de Stokes correspond aux très faibles valeurs du Reynolds (inférieures à 1). Dans ce cas les forces d'inertie liées aux vitesses étant négligeables, les forces visqueuses et les forces de pression s'équilibrent. Cette notion correspond au domaine de la micro-fluidique. Pour des valeurs plus élevées, les forces d'inertie entrent en jeu : c'est le domaine de la dynamique des fluides. On observe d'abord un écoulement laminaire avec des lignes de courant bien identifiées. Dans ce type d'écoulement l'effet de la viscosité s'atténue à mesure que l'on s'éloigne des parois, les vitesses du fluide tendant à s'homogénéiser. On considère alors que l'approximation du fluide parfait (non visqueux) est suffisante hors d'une zone proche d'une paroi, appelée couche limite. Cette dernière concentre les effets visqueux qui peuvent y être modélisés sous une forme simplifiée. À partir d'un certain Reynolds se produit une transition qui fait apparaître des instabilités dues à l'amplification des perturbations. La valeur du Reynolds de transition et la nature des instabilités dépendent essentiellement du type d'écoulement considéré. Ensuite, les instabilités augmentent au point de donner naissance à un phénomène chaotique dans lequel il est difficile de voir une organisation : c'est la turbulence.

Exemples :

- Dans une conduite à section circulaire, la dimension caractéristique est le diamètre. L'écoulement est laminaire lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à une valeur critique pour laquelle se produit une transition assez brutale vers le turbulent. 2300 est la valeur généralement retenue pour cette transition mais, dans des conditions soignées (paroi particulièrement lisse, stabilité de la vitesse), la transition peut se produire pour une valeur plus élevée. On considère souvent que la transition peut se produire entre 2000 et 3000.

- Sur un cylindre à section circulaire placé dans un écoulement, la dimension caractéristique est le diamètre. On obtient un écoulement proprement laminaire qui s'ajuste parfaitement à l'obstacle jusqu'à un nombre de Reynolds de l'ordre de 1 ; un sillage turbulent apparaît à l'aval aux environs de 105. Entre les deux, la transition se fait à travers diverses formes de sillages tourbillonnants.

- Avec une plaque plane située dans le lit de l'écoulement, la dimension caractéristique est la distance d'un point au bord d'attaque. Ce paramètre permet de décrire l'évolution de la couche limite. Si le bord d'attaque présente une arête émoussée, la couche limite est turbulente dès le début. Dans le cas d'un bord effilé, la couche limite est laminaire sur une certaine longueur, puis devient turbulente ensuite. Cette laminarité se maintient jusqu'à une distance qui correspond au Reynolds critique de l'ordre de $5 \cdot 10^5$ marquant la transition du type d'écoulement, la zone située au-delà développant une couche limite turbulente.

- Lorsque la plaque plane est remplacée par un profil d'aile, la distribution d'épaisseur le long de la corde (et le gradient de pression négative associé) de certains profils dits « laminaires »stabilise la laminarité et permet de reculer le point de transition bien au-delà de $5 \cdot 10^5$: des valeurs de $7 \cdot 10^6$ sont possibles dans des conditions aérologiques non turbulentes (difficiles à obtenir en soufflerie) sur une surface parfaitement lisse (ailes de planeurs).

- Un corps profilé comme le fuselage « Piaggio P180 Avanti »de la figure D.3 peut avoir une transition reculée jusqu'à $50 \cdot 10^6$ dans des conditions idéales.

FIGURE D.3 : Avion d'affaire bimoteurs italien « Piaggio P180 Avanti » (Source : [4])

D.3 Nombre de Womersley

Le nombre de Womersley , Wo, est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser un écoulement visqueux pulsé. Ainsi ce nombre a des applications en biomécanique

pour modéliser le flux sanguin dans les artères puisque ce dernier accélère et ralentit cycliquement. la définition générale est

$$Wo = L_c \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \qquad \text{[D.3]}$$

Dans l'équation [D.3] on a :

$\mathbf{L_c}$ est la longueur caractéristique du système étudié.

$\boldsymbol{\omega}$ est la pulsation du fluide ($rad \cdot s^{-1}$).

$\boldsymbol{\nu}$ est la viscosité cinématique du fluide.

Ce nombre utilise le nom du mathématicien anglais John Ronald Womersley (1907-1958). Il faut aussi noter la relation entre le nombre de Womersley et le nombre de Valensi : $Wo = \sqrt{Va}$

D.4 Le nombre de Schmidt

Le nombre de Schmidt, Sc, est un nombre sans dimension qui représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement ν ou viscosité cinématique) et la diffusivité massique. Il est utilisé pour caractériser les écoulements de fluides dans lesquels interviennent simultanément viscosité et transfert de matière. On le définit de la manière suivante :

$$Sc = \frac{\nu}{D} \qquad \text{[D.4]}$$

Avec

$\boldsymbol{\nu}$ est la viscosité cinématique en $m^2 \cdot s^{-1}$.

$\mathbf{D}$ est le coefficient de diffusion massique en $m^2 \cdot s^{-1}$

D.5 Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl, Pr, est un nombre sans dimension. Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement qui est la viscosité cinématique, ν, et la diffusivité thermique :

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_P}{\lambda} = \frac{\mu}{\frac{\lambda}{c_P}} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho \cdot c_P}} = \frac{\nu}{D} \qquad \text{[D.5]}$$

Avec :

$\boldsymbol{\nu}$ la viscosité cinématique en $m^2 \cdot s^{-1}$

$\boldsymbol{\rho}$ la masse volumique en $kg \cdot m^{-3}$

$\mathbf{D}$ la diffusivité thermique en $m^2 \cdot s^{-1}$

$\boldsymbol{\mu}$ la viscosité dynamique en $N \cdot m^{-2} \cdot s$

$\mathbf{c_P}$ la capacité thermique massique en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

$\boldsymbol{\lambda}$ la conductivité thermique en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un Prandtl élevé indique que le profile de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profile de vitesse a peu d'effet sur le profile de température.

A retenir : La chaleur spécifique des liquides c_P est 3 à 4 fois plus importante que celle des gaz : $c_P(eau, 20C) = 4180\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ et $c_P(air, 20C) = 1006\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$. Il en résulte que pour les liquides le nombre de Prandtl peut varier de 0,01 (métaux liquides) à 100 (glycérine). Pour les gaz il reste d'ordre 1 dans une large gamme de température (Pr=0,72 pour l'air à 20°C).

D.6 Le nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt, Nu, est un nombre adimensionnel utilisé dans les problèmes de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique par convection et le transfert thermique par conduction. Si la conduction et la convection sont du même ordre de grandeur le nombre de Nusselt sera de l'ordre de l'unité. Une prédominance de la convection (due par exemple au mélange qui a lieu en régime turbulent) aura pour conséquence de faire tendre le nombre de Nusselt vers de grandes valeurs et il tendra vers 0 si au contraire la conduction domine. On le définit de la manière suivante :

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{\lambda} \qquad \text{[D.6]}$$

Avec :

h est le coefficient de transfert thermique convectif ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$)

$\mathbf{L_c}$ est la longueur caractéristique (m)

$\boldsymbol{\lambda}$ est la conductivité thermique du fluide $[\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

La longueur caractéristique dépend de la géométrie du système étudié. Dans le cas d'un écoulement dans une conduite, on prendra le diamètre de la canalisation, ou le diamètre hydraulique si la conduite n'a pas une section circulaire. Dans le cas d'une plaque plane, on prendra la longueur de la plaque, ou l'abscisse à compter du bord d'attaque de la plaque. Comme tout nombre sans dimension, la valeur du nombre de Nusselt dépend fortement des grandeurs de référence que l'on choisit, et de la signification physique que l'on entend lui donner, locale ou globale par exemple. Quand on utilise une corrélation, il faut savoir si le coefficient de convection h a été défini par rapport à une température de référence fixe, ou à une température de mélange locale.

Le nombre de Nusselt local est égal au gradient de température adimensionné à la paroi. En posant $y^+ = \frac{y}{D_h}$ et $T^+ = \frac{T - T_S}{T_\infty - T_S}$ on obtient à partir de l'équation de définition du coefficient de transfert : $Nu = \left.\frac{\partial T^+}{\partial y^+}\right|_{paroi}$

L'application du théorème de Buckingham à un problème de convection forcée fait apparaître trois groupements ou nombres sans dimension en relation sous la forme : $Nu = \sum C \cdot Re^{\alpha} \cdot Pr^{\beta}$ Donc globalement $Nu = f(Re, Pr)$ et cette fonction somme ne peut être déterminée qu'expérimentalement. Et l'expérience montre qu'une fonction monôme est adéquate. L'objectif est de calculer le Nusselt afin d'en déduire le coefficient de transfert thermique h.

Par exemple pour la convection forcée dans une conduite, ce qui est le cas qui nous concerne dans le moteur :

1. si le régime est laminaire :
   (a) Si le tube est long ($\frac{L}{D} > 0,1 \cdot Re \cdot Pr$) :
      i. si la température de la paroi est uniforme : $Nu = 3,66$
      ii. si le flux de chaleur pariétal est uniforme : $Nu = 4,36$
   (b) Si le tube est court, le régime thermique n'est pas établi :
      i. corrélation de Sider et Tates :

$$Nu = 1,86(\frac{RePrD}{L})^{0,33}(\frac{\mu}{\mu_p})^{0,14} \quad \text{[D.7]}$$

valable pour $\frac{L}{D} < 0,1 \cdot Re \cdot Pr$, $100 < Re < 2100$ *et* $0,6 < Pr < 100$

2. si le régime est turbulent :
   (a) si la conduite est lisse et $Re > 10000$: on utilise la corrélation de Dittus-Boelter soit

$$Nu = 0,0243 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{n} \quad \text{[D.8]}$$

   ou n=0,4 pour un réchauffement et n=0,3 pour un refroidissement.
   (b) si $\frac{L}{D} > 60$, $10^4 < Re < 1,2 \cdot 10^5$ *et* $0,7 < Pr < 120$
   on utilise la corrélation de Colburn :

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{1/3} \quad \text{[D.9]}$$

   .
   Ici la viscosité est évaluée à la température du film et nécessite un calcul itératif.

D.7 Le nombre de Stanton

Le nombre de Stanton, St, est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert thermique et massique. Il est donc indispensable dans l'étude d'un échangeur thermique. Il représente le rapport entre le transport total de chaleur présent dans le fluide et le transfert par convection. Si la convection est seule responsable du transfert, alors le nombre de Stanton vaudra 1. Plus la convection est important face à la chaleur présente dans le fluide plus St sera élevé. Ce nombre porte le nom de Thomas Edward Stanton, un ingénieur britannique. On le définit de la manière suivante :

$$St = \frac{h}{u \cdot \rho \cdot c_P} \quad \text{[D.10]}$$

Avec :

h est le coefficient de transfert thermique à la paroi, exprimé en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

u est la vitesse du fluide ($m \cdot s^{-1}$)

ρ est a masse volumique du fluide ($kg \cdot m^{-3}$)

c_P est la capacité calorifique du fluide (J/kg/K)

Le nombre de Stanton peut également être défini à partir d'autres nombres adimensionnés :

$$St = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} \qquad \text{[D.11]}$$

D.8 Le nombre de Péclet

Le nombre de Péclet, Pe, est un nombre sans dimension utilisé en transfert thermique, Pe_{th} et en transfert massique Pe_m.
Pe_{th} représente le rapport entre le transfert par convection et le transfert par conduction. Il est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl :

$$Pe_{th} = \frac{L_c \cdot u}{D} = \frac{L_c \cdot u \cdot c_P \cdot \rho}{\lambda} = \frac{L_c^2 \cdot c_P \cdot \rho}{\lambda \cdot t_c} = Re \cdot Pr \qquad \text{[D.12]}$$

avec :

D est la diffusivité thermique de fluide ($m^2 \cdot s^{-1}$)

λ est la conductivité thermique du fluide ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)

ρ est la masse volumique du fluide ($kg \cdot m^{-3}$)

c_P est la capacité calorifique du fluide (J/kg/K)

L_c est la longueur caractéristique du système (m)

t_c est le temps caractéristique (s)

u est la vitesse du fluide ($m \cdot s^{-1}$)

Re est le nombre de Reynolds

Pr est le nombre de Prandtl

D.9 Relation et constante de Sutherland

La variation de la viscosité d'un gaz avec la température est décrite de façon approchée par la relation de Sutherland :

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right) \qquad \text{[D.13]}$$

Avec :

μ_0 est la viscosité du gaz à la température T_0

S est la constante de Sutherland propre à chaque gaz. Par exemple S=111K pour l'air. On obtient avec cette relation une précision à $\pm 2\ \%$ par rapport aux données expérimentales sur une plage allant de 170 à 1900 K.

Si, pour un gaz, l'augmentation de la viscosité avec la température est due à l'augmentation des interactions entre molécules qu'entraîne une plus grande agitation thermique, ce n'est pas le cas pour les liquides. Pour ces derniers, la viscosité est principalement due aux forces de cohésion entre les molécules ; forces dont l'intensité décroît lorsque la température augmente (tout comme pour les solides). La relation entre viscosité et température est alors approchée par une relation du type :

$$\mu = C \cdot e^{b/T} \qquad \text{[D.14]}$$

où C et b sont deux constantes propres à chaque liquide.

D.10 Le nombre de Fourier

Le nombre de Fourier, Fo, est un nombre sans dimension utilisé couramment en transfert thermique. Il est défini selon :

$$Fo = \frac{\alpha \cdot t}{L_c^2} \qquad \text{[D.15]}$$

avec :

$\boldsymbol{\alpha}$ est la diffusivité thermique ($m^2 \cdot s^{-1}$).

t est le temps auquel on veut calculer le nombre de Fourier (s).

$\mathbf{L_c}$ est la longueur caractéristique.

La longueur caractéristique est calculée selon :

$$L_c = \frac{V}{S} \qquad \text{[D.16]}$$

avec :

V est le volume du corps étudié (m^3).

S est la surface d'échange (m^2).

Le nombre de Fourier est utilisé si on étudie un corps placé dans un milieu de température différente. Il caractérise la part du flux de chaleur qui est transmise au corps à un instant donné (au temps t) par rapport à la chaleur stockée par ce corps.

Physiquement, plus le nombre de Fourier est grand, plus la chaleur pénètre profondément à l'intérieur du corps en un temps donné.

D.11 Phénomène de transfert

Un phénomène de transfert, on dit aussi « phénomène de transport », est un processus au cours duquel une grandeur physique est transportée par le biais de molécules. Tous les phénomènes de transport ont pour origine l'inhomogénéité d'une grandeur intensive. Le transport est issu de la tendance spontanée des systèmes physiques et chimiques à rendre uniformes cette grandeur. Le phénomène de transport est un phénomène irréversible. Le transport se traduit en certaines propriétés selon le domaine étudié :

- la viscosité est le transfert de mouvement dû à une inhomogénéité de vitesse,
- la diffusion moléculaire est le transfert de particules (on dit aussi transfert de masse) dû à une inhomogénéité de densité particulaire,
- la diffusion thermique est un transfert de chaleur si la température n'est pas uniforme,
- la conductivité électrique est un transfert de charge électrique en cas de différence de potentiel.

Ainsi un transfert est caractérisé par une densité de flux de la grandeur transférée selon la relation : $densitdeflux = constante \times gradient$ où le gradient est le gradient de la grandeur transférée. On obtient le flux en multipliant la densité de flux par la surface au travers de laquelle s'effectue le transfert.

La constante sert à inclure les caractéristiques du système dans lequel a lieu le transfert (diffusion, radiation) ainsi que celles liées aux forces agissantes sur le système (convection).
Le phénomène de transport se produit grace à :

- la diffusion :
  - Diffusion de la quantité de mouvement : $\tau_{yx} = -\nu \dfrac{d(\rho v_x)}{dy}$ ($[\tau] = N \cdot m^{-2}$)la loi de Newton pour les fluides mise sous cette forme fait apparaître la diffusivité de la quantité de mouvement ν, plus connue sous l'appellation « viscosité cinématique ».
  - Diffusion massique formalisée par la loi de Fick : $j_a = -D_{ab} \cdot \dfrac{dC_a}{dx}$ ($[j_a] = mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$) où D_{ab} est le coefficient de diffusion de l'espèce a dans le milieu b.
  - La diffusion thermique est formalisée par la loi de Fourier $q = -k \cdot \dfrac{dT}{dx}$ ($[q] = W \cdot m^{-2}$) qui fait apparaître k, la conduction thermique, et qu'on réécrit sous la forme qui fait apparaître α la diffusivité thermique :
    $q = -\alpha \cdot \dfrac{dT_r hoc_P}{dx}$ et donc $\alpha = \dfrac{k}{\rho c_P}$.
  - La diffusion de charge formalisée par la loi d'Ohm : $J = -\sigma \cdot \dfrac{d\Phi}{dx}$ ($[J] = A \cdot m^{-2}$) ou σ est la conductivité électrique. Mais on réécrit la loi d'Ohm sous la forme qui fait apparaître la diffusivité électrique, $D_{\pm}$, selon : $J = -D_{\pm} \cdot \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{(Fz_e)^2\Phi}{RT}\right)$ avec $D = \left(\dfrac{RT}{(Fz_e)^2}\right) \cdot \sigma$
- La convection : La convection se différencie de la diffusion dans sa façon de produire le transfert. Pour la diffusion, « la force motrice » est un gradient. Pour la convection, l'origine du transport est une force externe. Par exemple, la convection thermique implique un déplacement de matière qui permet à l'énergie thermique d'être transférée. Pour la matière, le transfert convectif d'un composé est dû à un déplacement du milieu qui le contient.

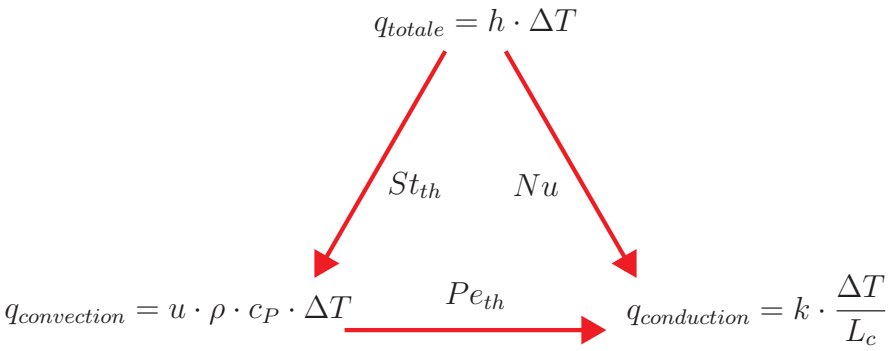
  - la convection naturelle, aussi appelée convection gravitationnelle, est due à la gravité et implique des différences de densité (ces dernières pouvant être causées par une différence de température ou une différence de concentration) dans un milieu homogène.
  - Le transfert est dû à une force externe d'origine mécanique le plus souvent (pompe, différence de niveau,...) et est plus rapide que la convection naturelle.

- Le rayonnement, transport d'énergie, se fait à l'aide d'onde électromagnétique et est de ce fait réservé au transfert thermique. Dans ce dernier cas, le rayonnement est principalement dépendant de la température du corps chaud et n'est plus influencé par un quelconque gradient.

D.11.1 Transport et nombres adimensionnels

Les nombres adimensionnels sont le résultat du produit ou du rapport de grandeurs ayant des dimensions telles que le rapport ou le produit des unités équivaut à un. Ces nombres sont utilisés dans l'étude des phénomènes de transport pour décrire le rapport entre 2 transports et pouvoir ainsi caractériser le transport de manière indépendante des conditions dans lesquelles ce dernier a lieu. Ainsi il devient possible de comparer 2 situations avec des éléments différents et des conditions différentes.

D.11.2 Nombres adimensionnels et transport de chaleur



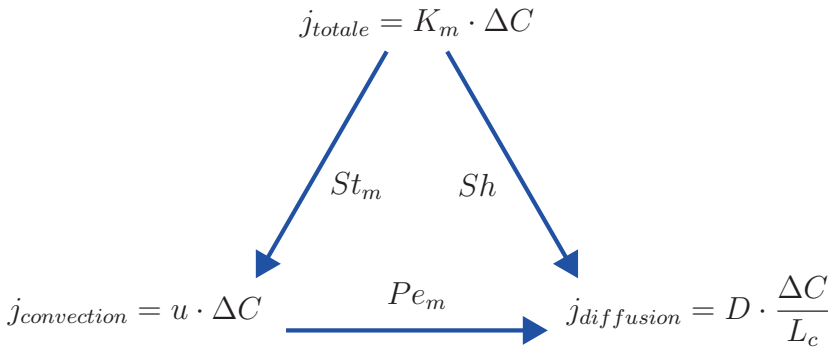
- Le nombre de Nusselt $Nu = \dfrac{q_{totale}}{q_{conduction}} = \dfrac{h \cdot L_c}{k}$ correspond au rapport entre le transfert thermique total et le transfert thermique par conduction.

- Le nombre de Péclet thermique $Pe_{thermique} = \dfrac{q_{convection}}{q_{conduction}} = \dfrac{u \cdot L_c}{\alpha}$ correspond au rapport entre le transfert thermique par convection et le transfert thermique par conduction.

- Le nombre de Stanton thermique $St_{thermique} = \dfrac{q_{totale}}{q_{convection}} = \dfrac{h}{u \cdot \rho \cdot c_P}$ correspond au rapport entre le transfert thermique total et le transfert thermique par convection.

Avec h le coefficient de transfert thermique, L_c la longueur caractéristique, k la conductivité thermique, α la diffusivité thermique et u la vitesse.

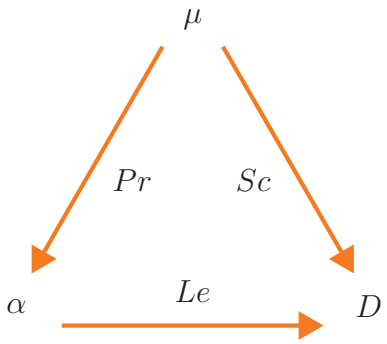
D.11.3 Nombres adimensionnels et transfert de masse



- Le nombre de Sherwood $Sh = \frac{j_{totale}}{j_{diffusion}} = \frac{K_m \cdot L_c}{D}$ correspond au rapport entre le transfert massique total et le transfert de masse par diffusion.
- Le nombre de Péclet massique $Pe_{massique} = \frac{j_{convection}}{j_{diffusion}} = \frac{L_c \cdot u}{D}$ correspond au rapport entre le transfert massique par convection et le transfert de masse par diffusion.
- Le nombre de Stanton massique $St_{massique} = \frac{j_{totale}}{j_{convection}} = \frac{K_m}{u}$ correspond au rapport entre le transfert massique total et le transfert de masse par convection.

Avec K_m le coefficient de transfert de masse, L_c la longueur caractéristique, D le coefficient de diffusion massique et u la vitesse.

D.11.4 Nombres adimensionnels et transferts simultanées



Il s'agit de transferts mixtes : chaleur-masse, chaleur-quantité de mouvement, masse-quantité de mouvement.

- Le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ caractérise le transfert simultané de chaleur et de quantité de mouvement.
- Le nombre de Schmidt $Sc = \frac{\alpha}{D}$ donne l'importance relative du transfert de masse et de quantité de mouvement.
- Le nombre Lewis $Le = \frac{\alpha}{D}$ caractérise le transfert combiné de chaleur et de masse.

Avec D le coefficient de diffusion, α la diffusivité thermique et ν la viscosité cinématique.

Mais il faut faire attention au fait le NTU, même s'il est adimensionné, n'est pas un paramètre adimensionnel au sens ou on l'entend habituellement comme le nombre de Stanton. Le NTU dépend du type de l'échangeur mais aussi de ses dimensions. Il dépend en effet de la section hydraulique.

D.12 NUT : Nombre d'Unités de Transfert

NTU : **N**umber of **T**ransfer **U**nits pour les anglo-saxons. Le NUT permet d'évaluer l'efficacité d'un échangeur de chaleur, c'est donc un paramètre caractéristique des échangeurs. C'est un paramètre adimensionné mais non adimensionnel. Les paramètres adimensionnels sont ce que les anglo-saxon appellent « scale parameters » ou paramètres d'échelle. Donc le NUT n'a pas d'unité de par sa définition mais ce n'est pas un paramètre d'échelle contrairement au nombre de Stanton comme on le verra plus loin. Le NUT est défini selon :

$$NTU = \frac{h \cdot S_h}{c_P \cdot \dot{m}} \qquad \text{[D.17]}$$

Avec :

$\mathbf{h}$ est le coefficient d'échange thermique entre la paroi et le gaz ($W/m^2/K$) ;

$\mathbf{S_h}$ est la section hydraulique de l'échangeur (m) ;

$\mathbf{c_P}$ est la capacité calorifique du gaz traversant l'échangeur (J/kg/K) ;

$\dot{\mathbf{m}}$ est le débit massique de gaz dans l'échangeur (kg/s).

Avec cette définition du NUT on a la relation suivante entre le NUT et l'efficacité d'un régénérateur (e) :

$$e = \frac{NTU}{1 + NTU} \qquad \text{[D.18]}$$

Comme il a été précisé plus haut, le NUT dépend du type de l'échangeur mais aussi de ses dimensions. Il dépend en effet de la section hydraulique et de sa longueur, ce qui n'est pas le cas du nombre de Stanton. Pour un régénérateur, qui est un échangeur thermique particulier on a la relation

$$NUT = \frac{St \cdot l_r}{rh_r} \qquad \text{[D.19]}$$

$\mathbf{St}$ est le nombre de Stanton ;

$\mathbf{l_r}$ est la longueur du régénérateur (m) ;

$\mathbf{rh_r}$ est le rayon hydraulique du régénérateur (m).

Rappel sur le diamètre hydraulique, le rayon hydraulique et la section hydraulique : Le diamètre hydraulique D_h et le rayon hydraulique R_h sont utilisés pour le calcul des écoulements dans une conduite hydraulique de section quelconque. En utilisant ces paramètres on peut faire des calculs assimilables à ceux réalisés dans un tube de section circulaire. Ces grandeurs sont homogènes à une longueur.

Le diamètre hydraulique est $D_h = \frac{4A}{P}$ ou A est la section de passage du tube et P est le périmètre mouillé de cette section. Par exemple :

- Pour un tube circulaire de diamètre D : $D_h = \frac{4\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = D$;
- Pour un tube de section carrée et de coté a, on a $D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$.

Le rayon hydraulique est le rapport de la surface mouillée ou section droite de passage du fluide A, encore appelée section hydraulique, sur le périmètre mouillé P c'est à dire le périmètre de la conduite en contact avec le fluide : $R_h = \frac{A}{P}$.

Le rayon hydraulique est le quart du diamètre hydraulique alors que le rayon est la moitié du diamètre.

Par exemple pour une conduite circulaire en charge $R_h = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2}$.

D.13 Nombre de Cameron et Nombre de Graetz

Le nombre de Graetz, Gz, est un nombre sans dimension utilisé en transfert thermique. Il est le rapport entre la capacité thermique d'un fluide et la chaleur qui lui est transmise par conduction. Ainsi :

$$Gz = \frac{\dot{m} \cdot c_P}{\lambda \cdot L_c} \qquad \text{[D.20]}$$

avec :

$\boldsymbol{\lambda}$ est la conductivité thermique ($[\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$).

$\mathbf{L_c}$ est la longueur caractéristique dans lequel circule le fluide (m) (Exemple : le diamètre du tube, le rayon hydraulique d'un conduit de section quelconque).

$\mathbf{c_P}$ est la capacité calorifique du fluide ($J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$).

$\dot{\mathbf{m}}$ est le débit massique ($kg \cdot s^{-1}$).

Le nombre de Cameron, Ca, définit l'efficacité d'un système de régulation de température sur l'écoulement d'un fluide. Et en fait le nombre de Cameron est l'inverse du nombre de Graetz : $Ca = \frac{1}{Gz} = \frac{\alpha \cdot L_c}{u \cdot h^3}$
Avec :

$\boldsymbol{\alpha}$ la diffusivité thermique ($m^2 \cdot s^{-1}$) : $\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_P}$

$\boldsymbol{\rho c_P}$ est la capacité thermique volumique ($J \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$)

$\mathbf{u}$ est la vitesse du fluide ($m \cdot s^{-1}$).

$\mathbf{L_c}$ est la longueur caractéristique de l'écoulement (m).

$\mathbf{\Delta P}$ est la perte de charge (Pa).

Ce nombre est pratique car :

- Si $Ca < 0,01$ le régime thermique est adiabatique, la régulation n'a aucune influence sur l'écoulement. Dans ce cas, on estime l'ordre de grandeur de l'échauffement par $\Delta T = \dfrac{\Delta P}{\rho \cdot c_P}$.
- Si $Ca > 0,01$ le régime est transitoire et la conduction thermique depuis les parois est efficace.

D.14 Nombre de Stirling

$$Sg = \frac{P_{ref}}{\omega \cdot \mu_{ref}}$$

$\mathbf{P_{ref}}$ pression de référence (Pa)

$\boldsymbol{\omega}$ vitesse de rotation du moteur ($rad \cdot s^{-1}$)

$\boldsymbol{\mu_{ref}}$ valeur de μ à la température T_{ref} ($Pa \cdot s$)

Le nombre de Sommelfeld, S, est l'inverse du nombre de Stirling, donc S est le rapport des forces visqueuses sur les forces de pression.

D.15 Nombre de Biot

Le nombre de Biot, Bi, est un nombre sans dimension utilisé dans les calculs de transfert thermique en phase transitoire. Il permet de comparer les résistances au transfert thermique à l'intérieur et à la surface d'un corps.

$$Bi = \frac{hL}{\lambda} \qquad \text{[D.21]}$$

Avec :

$\mathbf{h}$ coefficient global de transfert thermique entre le corps et l'extérieur du corps ($W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}$) ;

$\mathbf{L}$ est la longueur caractéristique (m) ;

$\boldsymbol{\lambda}$ est la conductivité thermique ou conductibilité thermique du corps ($W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}$) (On note cette grandeur k dans les pays anglo-saxons).

La longueur caractéristique est habituellement définie par le rapport du volume du corps et de sa surface : $L = \dfrac{V_{corps}}{S_{corps}}$

Si Bi=0 la surface d'échange avec l'extérieur est adiabatique. Une valeur du nombre de Biot supérieure à 1 signifie que la conduction de la chaleur à l'intérieur du corps est plus lente qu'à sa surface, et que les gradients de température sont non-négligeables au sein du corps. Si le nombre de Biot d'un système est petit devant 1 (comme Bi<0,1), cela signifie que la résistance interne est négligeable, et donc que la température peut être considérée comme uniforme à l'intérieur du corps.

D.16 Nombre de Dean

Le nombre de Dean, De, est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser l'écoulement dans les tubes courbés. Le nombre de Dean est donc un nombre de Reynolds corrigé par un facteur : $De = Re \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot R}}$

Re nombre de Reynolds de l'écoulement calculé à partir de la même longueur caractéristique ci dessous, c'est à dire, pour un tube, son diamètre ;

L Longueur caractéristique (m) ;

R rayon de courbure du tube (m).

Ce nombre apparait dans les équations de Dean qui sont une approximation des équations de Navier-Stokes pour un écoulement de fluide newtonien dans un tube torique. Il permet d'évaluer l'effet de la courbure sur la stabilité issue de la viscosité du fluide.

D.17 Nombre de Euler

Le nombre d'Euler, Eu, est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides, il est le rapport des forces de pression et des forces d'inertie et sert à caractériser les pertes d'énergie dans un fluide en mouvement. On a : $Eu = \frac{\Delta P}{\rho \cdot v^2}$

ΔP perte de charge (Pa)

ρ masse volumique du fluide ($kg \cdot m^{-3}$)

v vitesse du fluide ($m \cdot s^{-1}$)

Les pertes énergétiques se traduisent par une chute de pression dans le conduit.

D.18 Nombre de Valensi

Le nombre de Valensi, Va, est un nombre sans dimension qui est le rapport entre le temps de diffusion de l'impulsion et le temps d'un cylce moteur

$Va = \frac{\omega d_h^2}{4v}$

ω vitesse angulaire ($rad \cdot s^{-1}$)

d_h diamètre hydraulique (m)

v vitesse ($m \cdot s^{-1}$)

D.19 Nombre de Finkelstein

Le nombre de Finkelstein, F, est un nombre sans dimension, c'est la puissance d'un moteur calculé par rapport a une puissance de référence de la forme PV.

$F = \frac{\mathcal{P}_{calculé}}{P_{réf} V_{balayé}}$

Annexe E

Le Stirling expliqué autrement

On propose ici une description peu formelle du principe de fonctionnement du moteur Stirling. Mais avec la figure E.1 et l'explication qui suit, il est possible de comprendre et d'apprendre le principe de fonctionnement de ce moteur de façon très efficace. Je remercie ici M. Lyonnet qui m'a donné cette explication et qui m'en a même fait la démonstration ; car après plus de 3 ans passé à étudier ce moteur je pense que son explication est la meilleure pour s'approprier le principe de fonctionnement de ce moteur : si on s'arrête vraiment sur l'explication ci-dessous on touchera vraiment du doigt la subtilité et la simplicité de l'invention de M. Stirling.

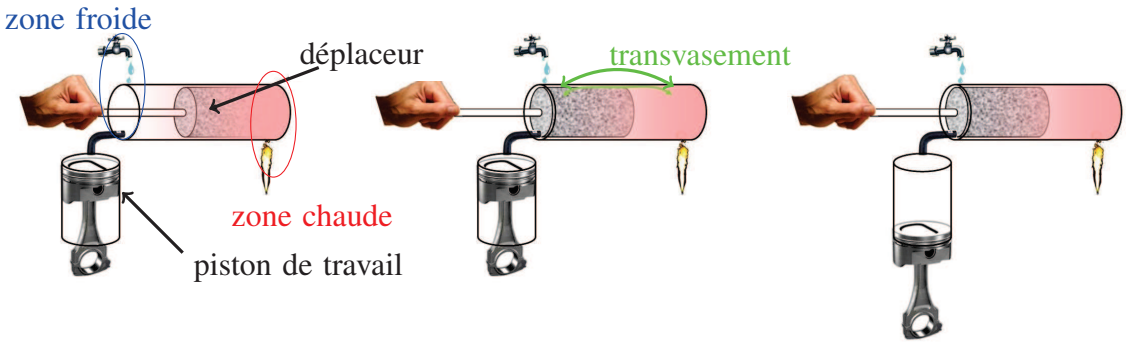


FIGURE E.1 : Principe de fonctionnement d'un moteur Stirling

Ce qui se passe dans un moteur Stirling peut être décomposé en 3 temps :

1. Présentation et mise en température : Au niveau du cylindre du déplaceur il y a une zone chaude et une zone froide. Initialement le déplaceur est dans la zone chaude ce qui contraint la majorité du gaz contenue dans le moteur de se trouver dans la zone froide.

2. Action de l'expérimentateur : un opérateur symbolisé par la main tire sur la bielle du déplaceur qui place alors ce dernier dans la zone froide, contraignant ainsi le gaz à un transvasement qui se retrouver donc dans la zone chaude.

3. Travail du gaz : l'opération précédente a pour conséquence d'augmenter la pression dans le moteur. L'opérateur n'a exercé qu'une faible force sur la bielle puisque la pression de part et d'autre du déplaceur est la même à tout instant. Par contre la forte pression obtenue dans le moteur va pousser le piston de travail vers le bas : le gaz exerce un certain travail que l'on va collecter au moyen d'un mécanisme idoine.

M. Lyonnet a un site internet [1] montrant certaines des réalisations qu'il a fabriquées depuis plus de 20 ans qu'il travaille sur ce sujet. M. Lyonnet conclu sa démonstration en disant que réaliser un Stirling consiste alors à relier par le mécanisme de votre choix les bielles du déplaceur et du piston de travail afin de collecter le travail de la machine.

Annexe F

Modèles semi-analytiques

F.1 Le modèle de Schmidt

Le but ici est de calculer la puissance $\mathcal{P}$ et le rendement ρ. Cette analyse porte sur un moteur de type α.

Le lien mécanique des pistons au vilebrequin par l'intermédiaire de bielles est à l'origine d'une variation sinusoïdale des volumes de détente et de compression avec l'angle de rotation θ du vilebrequin : $V_c(\theta) = V_{cm} + \frac{1}{2}V_{cbal}(1 + cos\theta)$ et $V_d(\theta) = V_{dm} + \frac{1}{2}V_{dbal}(1 + cos(\theta + \delta))$.

δ, appelé déphasage, est le décalage angulaire qui correspond à la rotation qu'il faut réaliser sur le vilebrequin pour passer du maximum de volume de détente au maximum de volume de compression.

A tout moment chaque zone contient une masse de gaz et la masse totale de gaz dans le moteur, dite aussi masse de remplissage, vaut : $m = m_{ch} + m_{fr} + m_d + m_c + m_r$. C'est évidemment une constante car cette équation correspond à la conservation de la masse.

. Dans les zones chaude, froide, de détente et de compression on suppose une température homogène, ainsi pour des gaz parfaits on à : $m_{ch} = \frac{PV_{ch}}{rT_{ch}}$, $m_{fr} = \frac{PV_f r}{rT_{fr}}$, $m_d = \frac{PV_d}{rT_{ch}}$ et $m_c = \frac{PV_c}{rT_f r}$.

On rappelle la définition de la constante spécifique du gaz : $r = \frac{R}{M}$ (R constante des gaz parfait et M masse molaire du gaz).

On suppose une température homogène dans chaque zone, on se place donc sous l'hypothèse que le fonctionnement du moteur est piloté par la thermique, c'est à dire que l'échelle de temps caractérisant les échanges thermiques est suffisamment petite pour qu'à tout instant, malgré le régime du moteur, et donc la vitesse des écoulements, l'ensemble du gaz dans le moteur est à l'équilibre thermique avec son environnement. C'est une hypothèse qui limite la validité de l'analyse de Schmidt.

De plus, dans les équations de masse ci dessus, qu'on considère que la pression est la même partout dans le moteur. Cela implique qu'on suppose que les pertes de charge dans le régénérateur sont suffisamment faibles pour laisser le modèle suffisamment précis dans sa description de la réalité. En fait, dés que l'on cherche un peu de précision de la part du modèle comparativement aux données expérimentales il est nécessaire d'apporter des corrections du modèle sur ce point.

Les transferts de chaleur permettent de supposer une distribution de température linéaire dans le régénérateur, ainsi on calcul la température moyenne dans le régénérateur et par la loi des gaz parfaits on en déduit la masse de gaz dans le régénérateur : $m_r = \dfrac{PV_r ln\frac{T_{ch}}{T_{fr}}}{r(T_{ch} - T_{fr})}$.

Enfin on défini un volume de référence, par exemple le volume maximale de l'espace de détente $V_{dmax} = V_{dm} + V_{dbal}$ (voir annexe A.4 pour ces notations), qu'on note V_0 afin de rendre adimensionnées les 3 constantes suivantes qui vont servir dans la suite :

- $d = \dfrac{1}{2}\dfrac{V_{dbal}}{V_0}$
- $c = \dfrac{1}{2}\dfrac{V_{cbal}}{V_0}\dfrac{T_{ch}}{T_{fr}}$
- $e = \dfrac{1}{V_0}\left[(V_{ch} + V_{dm}) + \dfrac{T_{ch}}{T_{fr}}(V_{fr} + V_{cm}) + V_r\dfrac{T_{ch}}{T_{ch} - T_{fr}} ln\left(\dfrac{T_{ch}}{T_{fr}}\right)\right]$

Les bases sont posées pour maintenant exprimer la pression au sein du moteur en fonction de θ :

$$P(\theta) = \frac{mrT_{ch}}{V_0}\frac{1}{(c + d + e) + c \cdot cos(\theta) + d \cdot cos(\theta + \delta)} \qquad \text{[F.1]}$$

Si on pose les constantes supplémentaires :

- $B = c + d + e$
- $C = \sqrt{d^2 + 2cd \cdot cos(\delta) + c^2}$
- β est un angle défini par : $\begin{cases} sin\beta = \dfrac{d}{C} sin(\delta) \\ cos\beta = \dfrac{c + d \cdot sin(\delta)}{C} \end{cases}$

On peut calculer la puissance moyenne dans le moteur sur une rotation de vilebrequin : $P_{moy} = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} P d\theta = \frac{mrT_{ch}}{V_0}\frac{1}{\sqrt{B^2 - C^2}}$

m, B, C et V_0 étant fixé à la conception et au remplissage du moteur, le seul paramètre de réglage qui influence la pression moyenne dans le moteur est la température de la source chaude et cela de façon linéaire.

On peut aussi calculer le travail de l'espace de détente et de l'espace de compression, W_d et W_c pour enfin obtenir le travail produit par le moteur sur une rotation de vilebrequin :

$$\boxed{W = W_d + W_c = mr(T_{ch} - T_{fr})\left(\frac{2\pi dc}{C^2}\right)\left[\frac{B}{\sqrt{B^2 - C^2}} - 1\right] sin(\delta)} \qquad \text{[F.2]}$$

Avec cette équation on constate que :

- Le travail fourni dépend en particulier du terme « mr ». Si on ne considère que la masse (coefficient m) on voit que plus on injecte de gaz au remplissage plus le travail obtenu par cycle sera important, d'où l'intérêt, si on cherche de la puissance, à concevoir un moteur capable de fonctionner sous forte pression ;

- En ne considérant que le terme « r » on peut faire l'erreur qui consiste à croire qu'en choisissant un gaz correspondant à un r élevé on augmentera la puissance du moteur. On rappelle que $r = \frac{R}{M}$, on aura donc tendance à prendre des gaz ou M est petit pour avoir un r élevé. La difficulté est que cela est juste mais pour une fausse raison. En fait il y a intérêt à choisir un gaz de masse molaire la plus petite qui soit, mais pour des raisons qui relève de la thermique (voir annexe I), et pas parce que r apparaît dans l'équation F.2 au numérateur.

La puissance du moteur est calculée avec le régime qui peut être choisi de façon quelconque puisque les échanges thermique sont supposés parfait : $\mathcal{P} = \frac{N \cdot W}{60}$

Enfin on peut calculer le rendement du moteur : $\eta = \frac{W}{Q_{ch} + Q_{fr}}$.

$Q_{ch} + Q_d$ est la puissance injectée dans le moteur. Or par définition on a $Q_d = W_d$ et $Q_{ch} = 0$ (le travail dans les zones froide, chaudes et du régénérateur sont nuls car ce sont des volumes constants $dV = 0$ dans $\int PdV$). Ainsi sans surprise on obtient : $\eta = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$ qui est le rendement de Carnot.

Remarque : Ceci n'apparaît pas dans la description du modèle de Schmidt présentée ci-dessus mais cette analyse est basée sur le calcul de 3 intégrales parfaitement définies mais dont la résolution est trop longue pour être présentée ici.

On peut réécrire la formule du travail F.2 au moyen de la pression moyenne dans le moteur : $W = \left(1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}\right) P_{moy} V_0 \left(\frac{2\pi dc}{C^2}\right) \left[B - \sqrt{B^2 - C^2}\right] sin(\delta)$

Ainsi, si on fixe P_{moy} et V_0 (T_{ch} et T_{fr} étant déjà fixées) on peut étudier l'influence des sous éléments constitutifs du moteur.

Au travers de B, C et c ce sont les volumes morts froid et chaud (V_cm et V_{dm}) les volumes de la zone de chauffage, de refroidissement et de régénération (V_{ch}, V_{fr} et V_r) qui impactent sur la puissance du moteur : il est souhaitable de réduire ces volumes morts et le volume mort froid à un impact négatif plus important sur la puissance du moteur.

Une étude paramétrique montre que le déphasage δ à une influence sur le rendement du moteur. On calcule pour l'analyse de Schmidt que δ_{optim}, la valeur du déphasage pour laquelle ont obtient le meilleur rendement du moteur, est de 90°. Ceci signifie que lorsque le piston de travail commence la compression le déplaceur n'est qu'a mis course de son amplitude de mouvement avant d'avoir réduit le volume de détente à son minimum.

F.2 Analyse adiabatique

L'analyse qui suit est basée, comme celle de Schmidt, sur la conservation de la masse mais l'évolution dans le temps est plus complexe car on prend en compte les échauffements dans les volumes variables V_d et V_c notés T_d et T_c. Ces températures avaient été supposées constantes et valant respectivement T_{ch} et T_{fr}. Ceci a alors une conséquence sur la quantité de matière contenue dans les volumes d'après

l'équation de variation de la masse volumique pour une transformation d'un gaz parfait :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T} = \frac{1}{\gamma}\frac{dP}{P} \qquad \text{[F.3]}$$

Le caractère différentiel des équations déduites à partir de l'équation F.3 implique alors une intégration numérique comme celle de Runge et Kutta (annexe K) qu'on a utilisé comme le fait Urieli dans son code de calcul. Tous les détails sur ces équations sont donnés sur le site de l'université de l'Ohio (site web [28]).

Annexe G

La porosité

La porosité est l'ensemble des interstices d'un matériau pouvant contenir du fluide. On note la porosité n et : $0 < n < 1$. La porosité c'est-à-dire l'importance des interstices est évaluée en faisant le rapport du volume des cavités vide dans le matériau divisé par le volume total. Selon cette définition plus n est grand plus le matériau est poreux c'est à dire qu'il peut accueillir plus de fluide en son sein.
On définit alors :

- V_a le volume de gaz c'est à dire le volume dans le matériau où il n'y a pas de matière solide constituant le matériau ;
- V_m le volume effectivement occupé par la matière constitutive du matériau ;
- V_g est le volume géométrique occupé par le matériau.

Donc $n = \dfrac{V_a}{V_g}$ et $0 \leqslant n \leqslant 1$

On a également : $V_g \equiv V_a + V_m$
Soit un matériau poreux de porosité n et de volume $V_g = L_x L_y L_z$. Le calcul est fait pour un régénérateur de forme parallélépipèdique mais cela n'enlève rien à la généralité de la définition qui suit. On souhaite définir, au sein du matériaux, la section d'écoulement libre, noté A_{ff} (La notation s'inspire de la terminologie anglo-saxonnes : free flow area).

Le volume du matériaux qu'occupe la matière constitutive du régénérateur est $V_m = (1-n)L_x L_y L_z$

Le volume de gaz est donc $V_a = L_x L_y L_z = (n^{1/3} L_x)(n^{1/3} L_y)(n^{1/3} L_z)$

Remarque : Cette notation est utile dans l'hypothèse où la porosité est anisotrope.

En effet A_{ff}, la section équivalente par laquelle le gaz peut passer librement en traversant le régénérateur est : $A_{ff} = n^{2/3} L_x L_y$

Il faut noter qu'on distingue en deux catégories de porosité ; la porosité de fissures et la porosité de pores.

- Une fissure est un espace vide dont deux dimensions sont nettement supérieures à la troisième. L'apparition de fissures est liée à des contraintes mécaniques ou thermiques. Donc la porosité de

fissure peut dépendre de ces contraires. Elle est comprise dans le calcul de la porosité qui peut donc ne pas être une constante ;

- La taille des pores varie beaucoup moins avec les contraintes évoquées ci-dessus.

Mais il y a d'autres façons de distinguer les porosités :

1. La porosité fermée : constituées des pores non accessibles par l'extérieur (aussi appelé occlusions) ;
2. Porosité libre : par opposition à la porosité fermée ;
3. Porosité piégée : c'est une porosité libre ne permettant pas la récupération des fluides piégés ;
4. Porosité utile : c'est la porosité qui permet la récupération de la phase piégée ($= porosité\ libre - porosité\ piégée$) ;
5. Porosité totale : c'est la somme de la porosité libre et de la porosité fermée.

La porosité peut résulter d'une condensation de lacunes dans un matériau cristallin. Il s'agit en général de pores fermés, situés au sein d'un cristal ou aux interfaces (joint de grain, interface métal/oxyde).

Annexe H

Thermodynamique

H.1 Le rendement

L'efficacité d'une machine thermique, η, est le rapport de l'énergie utile qu'on obtient de la machine par l'énergie qui lui a été fournie pour qu'elle produise cette énergie utile.
Le rendement, r, est l'efficacité rapporté à l'efficacité maximale.
Souvent, par abus de langage on parle de « rendement »lorsqu'on utilise η, ce qu'on fait dans ce document.

* Pour un moteur : $\eta = -\dfrac{W}{Q_{ch}} = 1 + \dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}}$
  au moyen du bilan entropique : $\dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}} = -\dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} - T_{fr}\dfrac{S^{produit}}{Q_{ch}}$ (rappel : $Q_{ch} > 0$ et $S^{produit} > 0$)
  on obtient : $\eta = 1 - \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} - T_{fr}\dfrac{S^{produit}}{Q_{ch}} \leq 1 - \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} = \eta_{max}$ soit pour le rendement : $r = \dfrac{\eta}{\eta_{max}} = 1 - \dfrac{T_{fr}S^{produit}}{Q_{ch}(1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}})}$

* Pour les réfrigérateurs et les pompes à chaleur : $W > 0$, $Q_{ch} < 0$ et $Q_{fr} > 0$
  on parle de réfrigérateur quand on s'intéresse à la chaleur Q_{fr} qu'on enlève à la source froide et on parle de pompe à chaleur quand on s'intéresse à la chaleur $|Q_{ch}|$ qu'on fournit à la source chaude.

  - Réfrigérateur : $\eta = \dfrac{Q_{fr}}{W} = \dfrac{Q_{fr}}{-Q_{ch} - Q_{fr}} = \dfrac{1}{-1 - \frac{Q_{ch}}{Q_{fr}}}$ Le bilan entropique donne : $\dfrac{Q_{ch}}{Q_{fr}} = -\dfrac{T_{ch}}{T_{fr}} - T_{ch} \cdot \dfrac{S^{produit}}{Q_{fr}}$ avec $Q_{fr} > 0$ et $S^{produit} > 0$ on obtient $\eta = \dfrac{1}{\frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1 + T_{ch}\frac{S^{produit}}{Q_{fr}}} \leq \dfrac{1}{\frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1} = \eta_{max}$
  - Pompe à chaleur : $\eta = -\dfrac{Q_{ch}}{W} = \dfrac{-Q_{ch}}{-Q_{ch} - Q_{fr}} = \dfrac{1}{1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}}}$ Le bilan entropique donne $\dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}} = -\dfrac{T_{fr}}{T_{ch}} - T_{fr}\dfrac{S^{produit}}{Q_{ch}}$ soit $\eta = \dfrac{1}{1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} - T_{fr}\frac{S^{produit}}{Q_{ch}}} \leq \dfrac{1}{1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}} = \eta_{max}$

Cette limitation supérieure ne dépend que des températures des deux sources. Par exemple : $T_{ch} = 293\ K$ et $T_{fr} = 263\ K$ alors $\eta \leqslant 9,77$. La pompe à chaleur est donc plus intéressante que le chauffage électrique pour lequel toute la puissance électrique est transformée en chaleur, ici pour une même puissance électrique consommée l'apport de chaleur à la source chaude est 9,77 fois plus grande. L'efficacité ici est plus grande que 1 par contre le rendement reste inférieur à 1 :

- Pour un réfrigérateur : $r = \dfrac{\eta}{\eta_{max}} = \dfrac{\frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1}{\frac{T_{ch}}{T_{fr}} - 1 + T_{ch}\frac{S^{produit}}{Q_{fr}}}$

- Pour une pompe à chaleur : $r = \dfrac{\eta}{\eta_{max}} = \dfrac{1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}}{1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} - T_{fr}\frac{S^{produit}}{Q_{ch}}}$

Pour les pompes à chaleur et les réfrigérateurs l'efficacité est aujourd'hui appelé COP. Le COP ou coefficient de performance d'une pompe à chaleur (ou d'un climatiseur) est le rapport entre la puissance thermique transférée de la tête chaude à la tête froide et la consommation électrique nécessaire pour réaliser ce transfert. Le COP est donc supérieur à 1.

Quelques ordres de grandeur :

Le COP est de l'ordre de 5 sur les modèles de pompe à chaleur géothermiques installés actuellement : pour 1 kWh d'électricité consommée, la maison recevra 5 kWh de chaleur.

Les systèmes les plus performants ont des COP de 7. Les systèmes à air, moins performants, ont des COP variant de 2 à 5,20.

Le COP est dépendant de plusieurs facteurs dont le facteur essentiel est la température de fonctionnement. En effet, le rendement d'une pompe à chaleur ou d'un climatiseur décroît avec l'écart de température qu'il doit fournir. Le COP est toujours indiqué pour sa valeur maximale à une température donnée (site web **??**).

H.2 Les gaz réels

L'équation du viriel ,issue d'une approche théorique dans le cadre de la thermodynamique statistique est de la forme :

$$P = \frac{rT}{v} + \frac{a(T)}{v^2} + \frac{b(T)}{v^3} + \frac{c(T)}{v^4} + \frac{d(T)}{v^5} + \dots$$

où a,b,c,d,... sont les coefficients du viriel qui tendent vers 0 lorsque P tend vers 0, on retrouve alors la loi des gaz parfaits. Quelques définitions complémentaires sont nécessaires pour la suite :

- $v = \dfrac{V}{m} = \dfrac{1}{\rho}$ est le volume massique. $[v] = m^3 \cdot kg{-}1$;

- $r = \dfrac{R}{M}$ est la constante du gaz $[r] = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$;

- $R = 8,314472\ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} = 8,314472\ kJ \cdot kmol^{-1} \cdot K^{-1}$ est la constante universelle des gaz ;
- $\bar{v} = Mv$ est le volume molaire. $[\bar{v}] = m^3 \cdot kmol^{-1}$.

L'équation ou plutôt les équations de type viriel sont les conséquences d'une méthode pour généraliser l'équation des gaz parfait et ainsi obtenir une équation de gaz réel.

Une autre méthode permet d'aboutir à une seconde famille d'équation des gaz réels et est due à Van der Waals (1783). Elle aboutit à l'équation de Van der Waals de la forme :
$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = rT$
avec $a = \frac{27r^2T_{cr}^2}{64P_{cr}}$ et $b = \frac{rT_{cr}}{8P_{cr}}$
a est la pression de cohésion et b le covolume, $[a] = Pa \cdot m^6 \cdot kg^{-2}$ et $[b] = m^3 \cdot kg{-}1$. Ces unités sont celles du tableau H.1 qui donne la valeur de a et b pour certains gaz.

Gaz	**a**	**b**
Air, (80% de N_2 et 20% de O_2)	$5,528 \cdot 10^{-8}$	$9,487 \cdot 10^{-8}$
Argon, Ar	$2,175 \cdot 10^{-4}$	$1,286 \cdot 10^{-6}$
Azote, N_2	$1,105 \cdot 10^{-4}$	$1,095 \cdot 10^{-6}$
Dioxyde de carbone, CO_2	$7,044 \cdot 10^{-4}$	$1,399 \cdot 10^{-6}$
Hélium, He	$5,527 \cdot 10^{-8}$	$9,486 \cdot 10^{-8}$
Hydrogène, H_2	$1,004 \cdot 10^{-7}$	$5,362 \cdot 10^{-8}$
Oxygène, O_2	$1,411 \cdot 10^{-4}$	$1,017 \cdot 10^{-6}$
Méthane, CH_4	$5,79 \cdot 10^{-5}$	$6,866 \cdot 10^{-7}$
Néon, Ne	$8,674 \cdot 10^{-6}$	$3,451 \cdot 10^{-7}$
Eau, H_2O	$1,809 \cdot 10^{-4}$	$5,585 \cdot 10^{-7}$
Chlore, Cl_2	$3,305 \cdot 10^{-3}$	$3,985 \cdot 10^{-6}$
Ammoniac, NH_3	$1,225 \cdot 10^{-4}$	$6,318 \cdot 10^{-7}$
Benzène, C_6H_6	$3,218 \cdot 10^{-2}$	$2,377 \cdot 10^{-5}$
Décane, $C_{10}H_{22}$	$7,668 \cdot 10^{-2}$	$3,378 \cdot 10^{-5}$
Octane, C_8H_{18}	$2,456 \cdot 10^{-2}$	$1,363 \cdot 10^{-5}$

TABLE H.1 : Coefficients de Van der Waals.

Mais comme on va le voir l'équation de Van der Waals a ses limites, d'où l'intérêt d'étudier en détail certains models de type viriel :

➽ L'Equation de Beattie-Bridgeman (1928) : C'est une équation à 5 constantes, dont le domaine de validité est $\rho \leqslant 0,8\rho_{cr}$

$$P = \frac{RT}{\bar{v}^2}\left(1 - \frac{c}{\bar{v}T^3}\right)\left(\bar{v} + B_0\left(1 - \frac{b}{\bar{v}}\right)\right) - \frac{A_0}{\bar{v}^2}\left(1 - \frac{a}{\bar{v}}\right)$$

Dans cette équation on utilise le volume molaire $\bar{v}$ qui a pour unité $[\bar{v}] = m^{-3} \cdot kmol$ et elle donne la pression en kPa. On peut trouver la valeur des coefficients qui y apparaissent pour certains gaz dans le tableau H.2.

Gaz	$\mathbf{A_0}$	**a**	$\mathbf{B_0}$	**b**	**c**
Air, (80% de N_2 et 20% de O_2)	131,8441	0,01931	0,04611	-0,001101	$4,34 \cdot 10^4$
Argon, Ar	130,7802	0,02328	0,03931	0	$5,99 \cdot 10^4$
Azote, N_2	136,2315	0,02617	0,05046	-0,00691	$4,2 \cdot 10^4$
Dioxyde de carbone, CO_2	507,2836	0,07132	0,10476	0,07235	$6,6 \cdot 10^5$
Hélium, He	2,1886	0,05984	0,01400	0	40
Hydrogène, H_2	20,0117	-0,00506	0,02096	-0,04359	504
Oxygène, O_2	151,0857	0,02562	0,04624	0,004208	$4,80 \cdot 10^4$

TABLE H.2 : Coefficients pour l'équation de Beattie-Bridgeman.

➽ Equation de Benedict-Webb-Rubbin (1940) :

$$P = \frac{nRT}{V} + f(V,T) = \rho RT + f(\rho,T)$$

$$P = \frac{RT}{\bar{v}} + \left(B_0 RT - A_0 - \frac{C_0}{T^2}\right)\frac{1}{\bar{v}^2} + \frac{bRT - a}{\bar{v}^3} + \frac{a\alpha}{\bar{v}^6} + \frac{c}{\bar{v}^3 T^2}\left(1 + \frac{\gamma}{\bar{v}^2}\right)e^{-\gamma/\bar{v}^2}$$

C'est une équation à 8 constantes $A_0,\ B_0,\ C_0,\ a,\ b,\ c,\ \alpha\ et\ \gamma$ que l'on trouvera dans le tableau H.3 pour certains gaz. Elle est utilisé si $\rho \leqslant 2,5\rho_{cr}$

Dans cette équation on utilise le volume molaire $\bar{v}$, qui a pour unité $[\bar{v}] = m^3 \cdot kmol^{-1}$ et elle donne la pression en kPa.

Gaz	**a**	$\mathbf{A_0}$	**b**	$\mathbf{B_0}$	$\mathbf{C_0}$	**c**	α	γ
Azote, N_2	2,54	106,73	0,002328	0,04074	$7,379 \cdot 10^4$	$8,164 \cdot 10^5$	$1,272 \cdot 10^{-4}$	0,0053
n-Butane, C_4H_{10}	190,68	1021,6	0,039998	0,12436	$3,205 \cdot 10^7$	$1,006 \cdot 10^8$	$1,101 \cdot 10^{-3}$	0,03040
Dioxyde de carbone, CO_2	13,86	277,30	0,007210	0,04991	$1,115 \cdot 10^6$	$1,404 \cdot 10^7$	$8,470 \cdot 10^{-5}$	0,00539
Méthane, CH_4	5,00	187,91	0,003380	0,04260	$2,578 \cdot 10^5$	$2,286 \cdot 10^6$	$1,244 \cdot 10^{-4}$	0,0060
Monoxyde de carbone, CO	3,71	135,87	0,002632	0,05454	$1,054 \cdot 10^5$	$8,673 \cdot 10^5$	$1,350 \cdot 10^{-4}$	0,0060

TABLE H.3 : Coefficients pour l'équation de Benedict-Webb-Rubbin.

➽ Il y a l'équation DWRS (Starling), obtenue par modification de la précédente :

$$P = RT\rho + \left(B_0 RT - A_0 - \frac{C_0}{T^2} + \frac{D_0}{T^3} - \frac{E_0}{T^4}\right)\rho^2 + \left(BRT - a - \frac{d}{T}\right)\rho^3 + \alpha\left(a + \frac{d}{T}\right)\rho^6 + \frac{c\rho^3}{T^2}\left(\beta + \gamma\rho^2\right)e^{-\gamma\rho^2}$$

Ici ρ est la densité molaire. $[\rho] = mol \cdot m^{-3}$

Il y a également l'équation de Strobridge qu'on ne fait qu'évoquer, c'est une relation à 16 coefficients déterminés expérimentalement. Cette dernière est dite pratique pour les calculs par ordinateur.

Il existe d'autres modèles et d'autres équations. On ne choisira aucun de c'est modèle pour réaliser un modèle de moteur Stirling à gaz réel comme cela est expliqué dans le paragraphe 3.2.2. Ceci vient du fait qu'il ne faut pas seulement trouver une équation d'état plus précise que l'équation des gaz parfaits, il faut également trouver une loi pour diverses caractéristiques du gaz de travail dans le moteur comme la viscosité μ, la conductivité λ, la capacité calorifique C_p qui décrivent leurs variations avec la température et la pression. Contraint par cela on a décidé d'utiliser une méthode unique pour trouver une loi en puissance de la température T et de la pression P pour l'équation d'état et les caractéristiques physiques.

On va montrer ici la limite des équations d'état présentée ci dessus. A la lumière de la comparaison qui suit on comprend pourquoi il faut éviter beaucoup de ces modèles. Mais le prix a payer est une non intégrabilité analytique qui sera compensée par un modèle numérique.

Soit un volume d'azote gazeux, à $T = 175\ K$ et $v = 0,00375\ m^3 \cdot kg^{-1}$. On mesure expérimentalement $P = 10\ Mpa$. Voyons que que les modèles prédisent pour la pression :

- Avec l'équation des gaz parfaits on calcule $P = 13,851\ MPa$ soit 38,5 % d'erreur par rapport à la pression mesurée expérimentalement.
- Avec l'équation de Van der Waals on calcule $P = 9,471\ MPa$ soit 5,3 % d'erreur.
  (On utilise pour les calculs : $a = 0,175\ m^6 \cdot kPa \cdot kg^{-2}$ et $b = 0,00138\ m^3 \cdot kg^{-1}$)
- Avec l'équation de Beattie-Bridgeman on calcule $P = 10,110\ MPa$ soit 1,1 % d'erreur.
  ($\bar{v} = Mv = 0,10505\ m^3 \cdot kmol^{-1}$)
- Avec l'équation de Benedict-Webb-Rubin on calcule $P = 10,009\ MPa$ soit 0,09 % d'erreur.

On voit qu'il est important de trouver un modèle plus élaboré que celui des gaz parfaits pour évaluer les performances thermodynamiques d'un moteur, on présente notre modèle dans le paragraphe 3.2.2.

H.3 Les 3 coefficients élastiques d'un corps.

La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définit comme étant sa variation de volume sous l'effet d'une variation de pression. C'est une valeur très grande pour les gaz, faible pour les liquides et très faible pour les solides usuels. Elle se définit comme suit : $\chi = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}$ où V est le volime du corps et P la pression à laquelle il est soumis. $[\chi] = Pa^{-1}$

La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition, avec un signe moins, rend la compressibilité χ positive. Mais au cours d'une compression, en général, les corps ont tendance à s'échauffer. On définit alors une compressibilité isotherme c'est-à-dire une compressibilité pour un corps qui reste à température constante pendant la compression : $\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ le T en indice de la dérivée indiquant que la dérivée est prise à température constante.

Le coefficient de compressibilité χ_T est l'inverse du module d'élasticité isostatique du milieu, noté K,

ce dernier étant appelé module de compressibilité. $\chi_T = \frac{1}{K}$

χ_T est une variable intensive toujours positive, le volume du corps ne pouvant diminuer que lorsqu'on augmente la pression.

Cas des gaz parfait : pour un gaz parfait l'équation d'état est PV=nRT

On fixe T et n, donc PV est est constant. En dérivant cette constante comme un produit, on obtient : $PdV + VdP = 0$
Ce qui donne : $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{V}{P}$ et donc : $\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{P}$

Ce résultat ne traduit pas le fait que pour les gaz réels la compressibilité dépend aussi de T : $\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = f(T)$

Ainsi il y a deux autres coefficients élastiques définit pour un corps :

- *Le coefficient de dilatation isobare* α_P définit par : $\alpha_P = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$;
- *Le coefficient d'augmentation de pression* β_V définit par : $\beta_V = -\frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

Le coefficient de dilatation mesure l'augmentation relative de volume d'un système lorsque l'on ne fait varier qu'un seul paramètre, la température, mais il en existe plusieurs car on pourrait également faire varier la concentration. Le coefficient de dilatation isobare α_P donne l'augmentation relative de volume en fonction de l'augmentation de la température lorsque la pression reste constante comme définit ci-dessus. Dans un contexte ou on n'oublie pas que ce coefficient est définit à pression constante on le note plus simplement « α ».

Sous cette forme il s'introduit naturellement dans la forme différentielle : $dV = \alpha V dT - \chi_T V dP$

Avec :

P est la pression.

T est la température.

V est le volume.

$\boldsymbol{\chi_T}$ est le coefficient de compressibilité isotherme.

H.4 Détente, effet et coefficient de Joule-Thomson.

L'effet Joule-Thomson est le fait que la température d'un gaz diminue lorsque le gaz subit une détente adiabatique Attention ce n'est pas pour autant l'inverse du coefficient de dilatation α_T. Thomson à établit l'existence de cet effet en 1852 en poursuivant les travaux de Joule sur la détente dite de « Joule »au cours de laquelle le gaz subit une détente à énergie interne constante. En générale quand un

gaz subit une détente adiabatique la température peut augmenter, diminuer ou rester constante. Cela dépend de la température et de la pression à laquelle le gaz se trouve initialement. Ainsi si on définit le coefficient de Joule-Thomson : $\mu = \dfrac{\Delta T}{\Delta P}$
On doit retenir que ce coefficient a une valeur qui dépend de P et T. Et en générale μ est positif c'est-à-dire que la température décroît lorsque le gaz subit une détente adiabatique ($\Delta P < 0 et \Delta T < 0$).

Or pour une pression donnée il y a une valeur de T, la température d'inversion de Joule-Thomson, T_i, à partir de laquelle μ change de signe. Par exemple, pour l'hélium, à P=1 atm la température d'inversion de Joule-Thomson est de 40K. Le seul autre gaz qui a une température d'inversion de Joule-Thomson à la pression atmosphérique est l'hydrogène : sous une atmosphère en dessous de $T_i = 193\ K$, l'hydrogène s'échauffe au lieu de se refroidir au cours d'une détente adiabatique. Au sein d'un gaz, pendant les collisions des atomes ou molécules, l'énergie cinétique est temporairement transformée en énergie potentielle. Si un gaz subit une détente il y a diminution de la densité donc diminution du nombre de collisions par unité de temps, donc une diminution de l'énergie potentielle moyenne. Comme il y a conservation de l'énergie totale on déduit qu'il y a une augmentation moyenne de l'énergie cinétique et donc de la température. Cette effet de Joule-Thomson est utilisé dans le procédé de réfrigération de Carl von Linde qui permet d'obtenir des gaz liquéfié : si la pression est suffisante, au cours de la compression d'un gaz ce dernier subit un refroidissement, la température descend alors jusqu'à la liquéfaction du gaz.

H.5 Indice , transformation polytropique,polytrope

Un polytrope est un fluide dont l'équation d'état ne dépend que de deux paramètres, la masse volumique ρ et la pression P. Ces deux paramètre sont alors lié par la relation $P = \kappa \cdot \rho_\gamma$ ou κ est une constante positive propre au fluide et γ un nombre appelé indice adiabatique. En pratique plutôt que d'utiliser γ on préfère utiliser une quantité dérivée, l'indice polytropique k défini par $\gamma = 1 + \dfrac{1}{k}$.
Donc $P = \kappa \cdot \rho^{1+\frac{1}{k}}$

Un fluide barotrope est un fluide dont les lignes d'égale pression sont parallèles à celles d'égale densité (isopycne). Pour un fluide barotrope idéale la variation de la pression se fait seulement avec la variation de la densité : $P = P(\rho) \propto P(T)$. Cela signifie :

- que la température T est égale partout à un niveau de pression P.
- qu'un flux à un niveau de pression donné ne change pas la température à ce niveau. Il est donc fortement contraint.
- qu'une perturbation barotrope est une perturbation dans le flux provenant du cisaillement horizontal de l'écoulement de base, et non de la conversion de l'énergie potentielle en énergie cinétique.

Ainsi Un fluide polytrope est un cas particulier de fluide barotrope.
Plusieurs formes de matière réalistes correspondent à différentes valeurs de l'indice polytropique. En particulier :

- Un gaz parfait isotherme correspond à $\gamma = 1$, soit $k = +\infty$. Ceci est une conséquence directe de l'équation d'état des gaz parfaits, en prenant la température constante.

- la matière dégénérée, c'est-à-dire suffisamment dense pour que les effets quantiques dus au principe d'exclusion de Pauli se fasse sentir, elle a un indice polytropique $k = \frac{3}{2}$ ($\gamma = \frac{5}{3}$) si elle est non relativiste et $k = 3$ ($\gamma = \frac{4}{3}$) si elle est relativiste.
- Un milieu incompressible est de densité constante quelle que soit la pression. En inversant la relation on a $\rho \propto P^{\frac{1}{\gamma}}$. Pour que la densité soit indépendante de la pression, il faut que l'exposant $\frac{1}{\gamma}$ soit nul c'est à dire $\gamma = +\infty$ ou encore $k = 0$.

En thermodynamique, on associe à un polytrope le concept de transformation polytropique, en particulier pour un gaz parfait, au sens d'une transformation durant laquelle la pression et la densité sont reliées par une relation du type ci-dessus. Ce type de fluide joue un rôle important en astrophysique où il permet de modéliser la structure interne d'objets célestes divers. Dans ce contexte est étudiée la structure d'un fluide polytropique soumis à son propre champ de gravité.

Plus l'indice polytropique k est faible, plus la matière considérée est « dure », ou « rigide ». Ceci s'obtient en calculant la variation relative de pression en fonction de la variation relative de densité, soit $\frac{\delta P}{p} = \left(1 + \frac{1}{k}\right) \frac{\delta \rho}{\rho}$

Un matériau est dit dur s'il est difficile de faire varier son volume pour une variation de pression donnée, c'est-à-dire si la quantité $\frac{\delta P}{P} \frac{\rho}{\delta \rho}$ est grande. Cette dernière quantité est égale à l'indice adiabatique γ.

La limite $\gamma = +\infty$, soit $k = 0$, représente le cas d'un fluide incompressible.

Autre conséquence de ceci, la vitesse du son dans le fluide, dont le carré est donné par le rapport des fluctuations de pression aux fluctuations de masse volumique, est alors lié à lindice adiabatique selon $c_s = \sqrt{\frac{\delta P}{\delta \rho}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$
Pour une pression et une densité données, la vitesse du son est d'autant plus grande que l'indice polytropique est faible, conséquence de la rigidité du milieu.

Une transformation polytropique est une modification de l'état thermodynamique d'un système avec un échange thermique partiel entre ce dernier et son environnement. Un état polytropique se classe donc entre le cas isotherme et le cas adiabatique. En génie des procédés, un réacteur est dit polytropique quand une partie de la chaleur dégagée par la réaction est enlevée par le système de refroidissement tandis que le reste de la chaleur est accumulé dans le réacteur.

En thermodynamique, une transformation polytropique appliquée à un gaz (en général considéré comme un gaz parfait) est une transformation durant laquelle la pression P et le volume V du gaz considéré leur relation est de la forme : $PV^k = constante$. La quantité k est a priori arbitraire. Le nom de transformation polytropique vient de ce qu'au lieu du volume du gaz, on peut considérer sa masse volumique ρ, proportionnelle à l'inverse du volume, et que dans ce cas la transformation se fait selon la loi : $P = \kappa \rho^\gamma$, équation décrivant ce que l'on appelle un polytrope. Un polytrope diffère cependant d'une transformation polytropique : dans une transformation polytropique, l'équation d'état du gaz est arbitraire, et on suppose que la transformation se fait suivant la loi donnée ci-dessus. Dans le cas d'un polytrope on suppose que la relation liant P à ρ décrit l'équation d'état de la matière

considérée. Cas particuliers : dans l'hypothèse où l'on a un gaz parfait, plusieurs valeurs de l'exposant k correspondent à des cas particuliers simplement interprétables.

- k=1, l'équation d'état des gaz parfait étant $PV = nRT$, avec $k = 1$ on obtient $nRT = constante$, c'est-à-dire une transformation isotherme.

- k=0, l'équation devient P=constante, c'est une transformation isobare.

- $k = +\infty$, ce cas correspond à $P^{\frac{1}{k}}V = constante^{\frac{1}{k}}$, soit, en faisant tendre k vers l'infini, $V = constant$: c'est une transformation isochore (à volume constant).

- $k = \gamma$: quand k est égal à l'indice adiabatique γ, défini par le rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constant, alors on montre que la transformation s'effectue sans transfert de chaleur, c'est-à-dire en conservant l'entropie. Une telle transformation est appelée adiabatique, nom qui justifie l'appellation d'indice adiabatique pour la quantité γ.

L'expression polytropique est donc utilisée pour caractériser les opérations avec des échanges thermiques partielles notamment les réactions où une partie de la chaleur produite ou absorbée par la est échangée avec le système de contrôle de température. La conduite polytropique d'un réacteur permet ainsi de diminuer la puissance de refroidissement de l'installation. Cela se traduit dans le cas d'une réaction exothermique par une évacuation partielle de la chaleur de réaction et d'une élévation de la température au sein du réacteur. Ce genre de procédé demande une bonne connaissance de la chimie de la réaction, car une élévation de la température peut conduire à un emballement de réaction.

H.6 Efficacité du régénérateur

Par définition un régénérateur est un élément technique qui intervient dans un processus cyclique. Pendant une première partie du cycle le gaz chaud traverse le régénréateur depuis la tête chaude pour aller dans la tête froide. Au cours de ce trajet le gaz cède une partie de sa chaleur à la matrice du régénérateur. Plus tard au cours du cycle, dans une seconde partie de celui-ci, le gaz froid traverse le régénérateur en sens inverse de la première partie et absorbe la chaleur qu'il avait initialement cèdé à la matrice.

Ainsi le bilan de transfert de chaleur entre matrice et gaz au cours d'un cycle est nul dans le cas idéal.

Une question se pose alors : quelle est la proportion entre la chaleur apportée par le régénérateur et celle apportée par la tête chaude au gaz de travail contenu dans le moteur au cours d'un cycle. Ainsi réchauffé le gaz de travail produira le travail du moteur pendant la phase de détente. Ce ratio est de l'ordre de 6 pour certains moteurs : Le régénérateur apporte alors 6 fois plus de chaleur que la tête chaude au cours d'un cycle. Ceci permet de comprendre toute la pertinence de l'invention de Monsieur Stirling.

Dans la réalité le régénérateur n'est pas parfait : il ne transfert pas au gaz toute la chaleur qu'il avait recueilli au cours du cycle précédent car il subit des fuites thermiques.

Pour quantifier cela on introduit la notion d'efficacité du régénérateur noté « e », ce paramètre se définit

comme suit dans un Stirling :

$$e = \frac{chaleur\ transférée\ de\ la\ matrice\ au\ gaz}{chaleur\ transférée\ de\ la\ matrice\ au\ gaz\ dansun\ cycle\ idéal}$$

Comme on le voit sur la figure H.1 peut s'écrire algébriquement $e = \dfrac{T_{C'} - T_B}{T_C - T_B}$

On voit également sur la figure H.1, le régénérateur imparfait ne fait passer le gaz de travail que de l'état B à l'état C' au lieu de C. La chaleur nécessaire pour faire passer le gaz de l'état C' à l'état C sera alors apportée par la tête chaude.

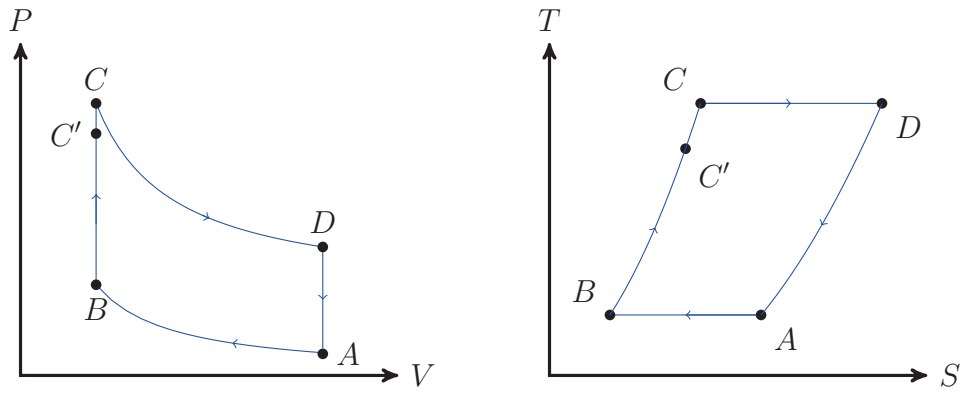


FIGURE H.1 : Cylce de Stirling et effet d'un régénérateur imparfait

Dans le cadre d'une analyse adiabatique on obtient une relation entre cette efficacité et le rendement η du moteur selon :

$$\eta = \frac{\tau(\kappa^{\gamma-1} - 1) + (\kappa^{1-\gamma} - 1)}{(1-\tau)(1-e) + (1-\kappa^{1-\gamma})} \qquad \text{[H.1]}$$

Dans cette équation le rendementη, adimensionné et compris entre 0 et 1 dépend de trois paramètres également adimensionnés : $\eta(\kappa, \tau, \gamma)$, qui sont :

- κ est le rapport volumétrique du moteur : $\kappa = \dfrac{V_{max}}{V_{min}}$. On a évidemment $\kappa \geqslant 1$
- τ est l'inverse du coefficient d'échauffement : $\tau = \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}}$. Ici $\tau < 1$
- γ est le coefficient de Laplace du gaz de travail utilisé dans le moteur. Par exemple, pour l'hélium on a $\gamma = 1,6$

Annexe I

Exemple de limite de validité de l'analyse de Schmidt

I.1 Phénomène de conduction et loi de Fourier.

Que se soit un fluide ou un matériau solide, tous les corps sont conducteurs de chaleur. On défini $\vec{q}$ le vecteur densité de flux de chaleur. Si on a pris un vecteur c'est pour pouvoir traiter les problèmes où la conductivité est anisotrope.
De la même façon qu'on a admis que la tension était proportionnelles aux gradients de vitesse (loi de Newton : $\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$) on admet que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de température : c'est la loi de Fourier, ainsi : $\vec{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \vec{r}}$.
Le signe moins précise que le gain de chaleur est dans le sens des températures décroissantes. λ est appelée la conductivité thermique, c'est une caractéristique du matériaux (solide, fluide ou gaz) au même titre que la viscosité μ. $[\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}$

L'expèrience nous montre que :

- La conductivité des liquides diminue avec la température.
- $\lambda_{eau}(20C, 1bar) = 0,6\ Wm^{-1}K^{-1}$
- La conductivité est très élevée pour les métaux liquides : plusieurs centaine de $Wm^{-1}K^{-1}$.
- La conductivité est beaucoup plus faible pour les gaz que pour les liquides.
- La conductivité des gaz augmente avec la température comme $\sqrt{T}$.
- La conductivité des gaz est pratiquement indépendante de la pression.
-

$T = 20C$	$\lambda\ (Wm^{-1}K^{-1})$
Air	0,024
Argon	0,016
Gaz carbonique	0,142

I.2 L'inertie thermique dans les échangeurs.

L'analyse de Schmidt donne la puissance du moteur en fonction des températures des têtes chaudes et froides, elle fait l'hypothèse d'un régénérateur parfait, mais elle a ses limites car elle ne peut répondre aux 2 questions suivantes :

1. Comment la nature du gaz impacte sur le rendement et sur la puissance du moteur ? En effet on a bien remarqué au cours du développement de l'analyse qu'elle n'intervenait pas.
2. Pourquoi le régime du moteur agit sur son rendement ? A priori on pourrait s'attendre à une formule du genre : $\mathcal{P}_{rgimemoteur} = régime\ moteur \cdot \mathcal{P}_{untourmoteur}$.

On répond aux deux questions avec la figure I.1.

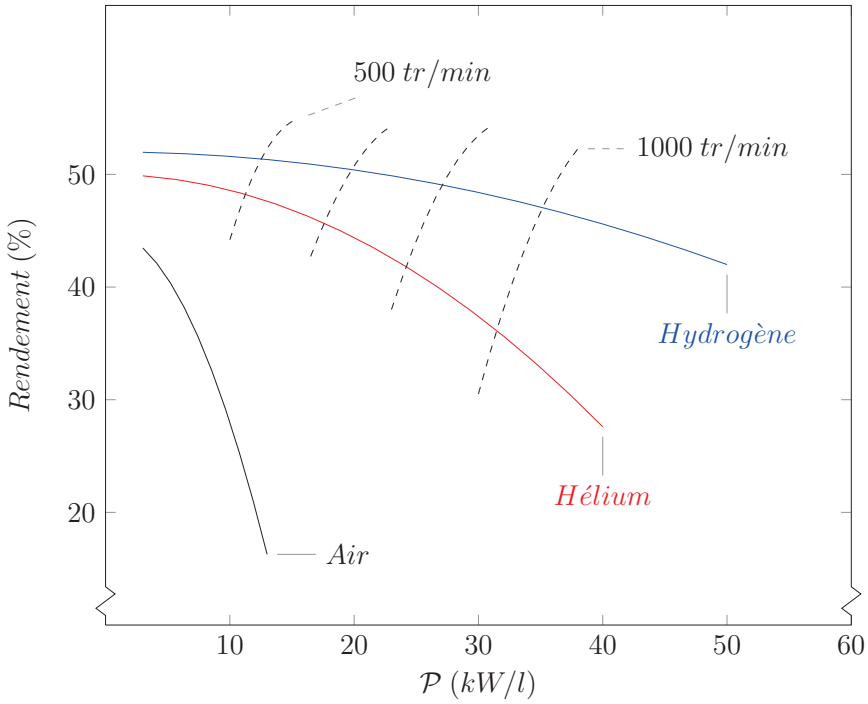


FIGURE I.1 : Corrélation « Rendement moteur / Régime moteur / nature du gaz / Puissance moteur » par litre de cylindrée du moteur.

La figure I.1 correspond à un moteur Stirling ayant une source chaude de $T_{ch} = 700\ K$ et fonctionnant avec un gaz sous 70 bars de pression. Ce moteur produisait une puissance mécanique de 92 kW.

L'impossibilité du modèle de Schmidt à décrire cette figure I.1 vient de l'hypothèse de « gaz parfait » et « d'échange thermique parfait ».

En effet, pour un régime donné du moteur, comme c'est une machine thermique, les échanges de chaleur entre les parois et le gaz interne au moteur sont établis. Si on impose un second régime au

moteur, on impose de ce fait une circulation du fluide de travail plus ou moins rapide par rapport au régime initial, donc on modifie les échanges thermiques au sein du moteur et par la même on modifie son rendement. Si le gaz va trop vite dans la zone chaude parce que le moteur tourne trop vite, il n'aura pas atteint la température maximale possible dans la zone de détente : il ne fournira donc pas la détente optimale donc le travail optimal qu'on pourrait obtenir autrement.

En ce qui concerne l'influence de la nature du gaz de travail sur les performances du moteur un peu de physique statistique ainsi que l'équation de la chaleur sont nécessaires : Pour un gaz parfait on sait que $\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle$ où m est la masse de la molécule constitutive du gaz.

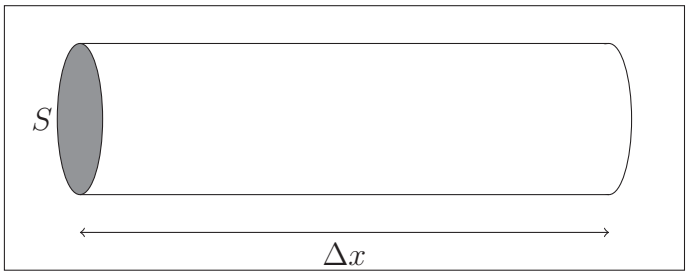
Cette équation signifie que l'énergie cinétique des molécules dans un gaz est proportionnelle à la température. Or on a : $\sqrt{\langle v^2\rangle} \approx \langle v\rangle$ qui est la vitesse moyenne des molécules dans le gaz associé à l'agitation thermique. Or la conductivité thermique d'un gaz est proportionnelle à la vitesse d'agitation thermique des molécules, dit autrement, la conduction de la chaleur dans un gaz se fera à une vitesse ayant une valeur voisine de cette vitesse d'agitation thermique. Mais si on reformule l'équation selon : $\langle v\rangle \cong \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ soit pour simplifier : $\langle v\rangle \sim \frac{1}{\sqrt{m}}$

Avec ce qui a été précisé précédemment, cette dernière équation signifie que plus les molécules d'un gaz sont légères et plus sa conductivité thermique sera élevée pour une température donnée. La conductivité, le transfert de la chaleur dans le gaz de travail pour une machine thermique étant essentielle, on comprend alors pourquoi on préfère utiliser l'hydrogène ou l'hélium plutôt que l'air dans un moteur Stirling.

Il est temps maintenant de chiffrer cela. La vitesse du son dans l'air est de $340\ m \cdot s^{-1}$. Cette valeur élevée justifie pleinement l'hypothèse simplificatrice qui consiste à considérer la pression comme étant la même dans tout le moteur à chaque instant. La seule erreur commise avec cette hypothèse vient des pertes de charge au passage à travers le régénérateur qui, si elles sont intégrées dans le modèle, donne de très bons résultats et conforte ainsi l'hypothèse de la pression uniforme.

Mais si la propagation de la pression est élevée il n'en est pas de même de la vitesse de propagation de la chaleur dans un gaz en comparaison aux vitesses de changement de température qu'on souhaite imposer à ce gaz de travail dans un moteur Stirling.

On cherche à calculer la vitesse de propagation de la chaleur dans un gaz. Soit un tube de gaz de section S et de longueur Δx :



La variation de quantité de chaleur δQ dans le volume $S \cdot \Delta x$ est donnée par :
$\delta Q = \lambda S \left[\frac{\delta T(x+\Delta x,t)}{\delta x} - \frac{\delta T(x,t)}{\delta x}\right] \delta t$

C'est un bilan car le premier terme dans le membre de droite représente la chaleur qui sort du volume et le second terme est la chaleur qui y entre.

- Le volume est exprimé en m^3
- δQ la quantité de chaleur est en Joule (J)
- δT est la variation de température (K)
- δx est l'incrément d'espace pris dans le sens de l'écoulement de la chaleur
- λ est la conductivité thermique du milieu c'est-à-dire sa capacité à conduire la chaleur.

Ce qu'on cherche à calculer est $\frac{\delta T}{\delta t}$ c'est-à-dire la vitesse à laquelle la température évolue en un point donné du volume considéré. Cette vitesse est le reflet de la vitesse d'écoulement de la chaleur dans le milieu.

Or la quantité de chaleur qui pénètre dans le volume va générer une augmentation de température δT qui est donnée par : $\delta Q = \rho \cdot C \cdot \delta T \cdot S\Delta x$
ρ est la masse volumique du gaz ($kg \cdot m^{-3}$)
C est la chaleur spécifique du gaz ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

On fait ici un apport de chaleur à volume constant donc ici C représente la capacité calorifique à volume constant C_V. L'égalisation des deux équations précédentes conduit à l'équation de la chaleur :

$$\frac{\delta T}{\delta t} = \frac{\lambda}{\rho C}\left(\frac{\delta^2 T}{\delta x^2}\right) \qquad \text{[I.1]}$$

Si on impose deux températures différentes aux extrémités du volume considéré cette équation de la chaleur, après sa résolution, souvent numérique mais qui ici peut être obtenu analytiquement avec les séries harmonique de Fourier, va fournir deux éléments importants :

(1) Le profil de température dans le volume généré par le différentiel imposé aux extrémités,

(2) L'évolution dans le temps de ce profil jusqu'à l'établissement d'un profil constant.

Cela est résumé dans le graphique suivant :

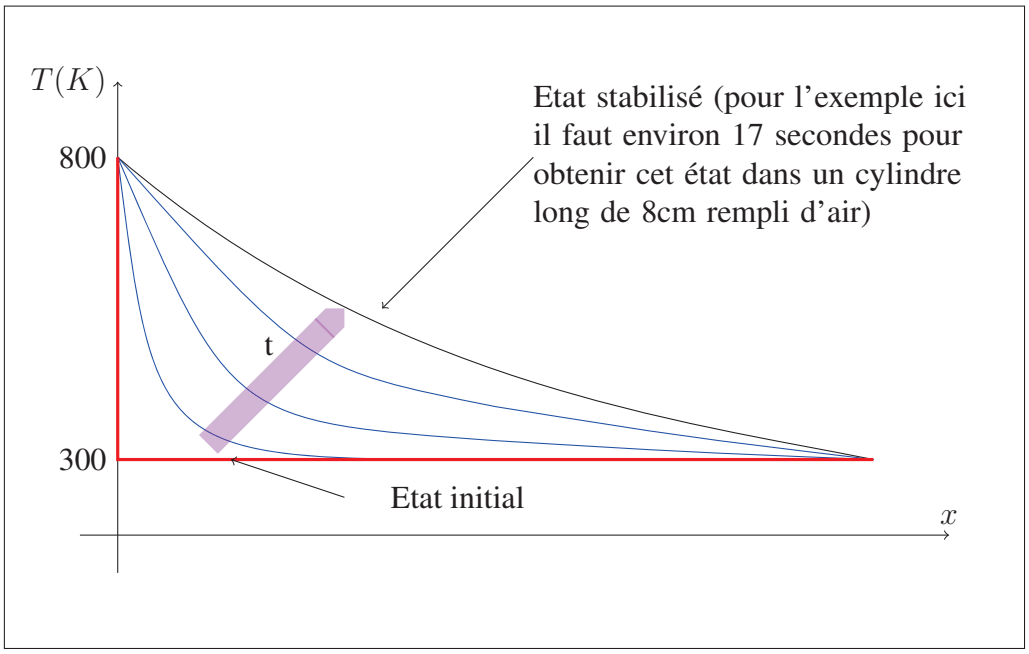


FIGURE I.2 : Profil de température dans le volume gazeux et son évolution dans le temps.

On constate donc que $\frac{\delta T}{\delta t}$ et donc la vitesse à laquelle s'écoule la chaleur dans un matériau est proportionnelle au rapport $\frac{\lambda}{\rho C}$. En réunissant les données nécessaires on peut établir le tableau suivant :
(On rappelle que $[\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$, $[\rho] = kg \cdot m^{-3}$, $[C] = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ et $\left[\frac{\lambda}{\rho C}\right] = m^2 \cdot s^{-1}$)

Matériau	$\frac{\lambda}{\rho C}$ $(m^2 \cdot s^{-1})$	commentaire
Air	0,000027	
Hélium	0,00027	10 fois mieux que l'air
Dihydrogène	0,00021	8 fois mieux que l'air
Diazote	0,00003	Comme l'air
Cuivre	0,00012	4,4 fois mieux que l'air
Acier	0,0000227	Un peu moins bien que l'air

TABLE I.1 : Tableau comparatif de « l'inertie thermique »de différents matériaux.

Plus vite la chaleur diffuse dans le gaz plus vite on peut faire tourner le moteur et gagner en puissance et en rendement. La résolution numérique qui a donné le graphique ci-dessus permet de calculer que la vitesse de diffusion $\frac{\delta T}{\delta t}$ chute rapidement à moins de 3 mm/s soit une valeur de plus de 100 000 fois plus lente que la vitesse du son et donc de la propagation de la pression. C'est ainsi majoritairement le facteur limitant à étudier de près quand on veut maximiser le rendement et la puissance d'un moteur Stirling. Mais la vitesse de propagation de la chaleur dans le gaz n'est pas le seul facteur entrant en ligne de compte dans le rendement et la vitesse de rotation optimale d'un moteur Stirling. En effet le transfert de chaleur entre les parois de l'échangeur et le gaz est tout aussi fondamental. La

vitesse de transfert est proportionnelle à la différence de température et à la surface de l'échangeur. Le coefficient d'échange entrant en ligne de compte est proportionnel à la densité du gaz. De cette analyse il ressort qu'encore une fois l'hydrogène et l'hélium présentent des avantages sur l'air et l'azote.

D'après ce graphique on peut remarquer que si le moteur ne tourne pas trop vite et que les échangeurs sont efficaces (sans trop de perte de charge) le gaz a le temps de s'échauffer et de se refroidir dans toute sa masse durant le cycle. On peut alors se passer de l'hélium ou de l'hydrogène au profit de l'air ou de l'azote, moins chers, puisque les différences entre les gaz s'estompent. Mais alors la seule façon d'augmenter la puissance du moteur sans changer sa configuration ou sa vitesse est d'augmenter la pression du gaz interne au Stirling. Si on utilise de l'air à haute pression on peut provoquer l'explosion du moteur par effet diesel, du à la présence de vapeur d'huile pour la lubrification du moteur. C'est ainsi que des ingénieurs de la société Philips ont trouvé la mort en étudiant le Stirling à air. On conseil de ne pas dépasser 10 bars dans un tel moteur. Au-delà, l'utilisation d'un gaz neutre comme l'azote est fortement recommandée. (Si l'achat d'hélium n'est pas justifié)

Annexe J

Fragilisation par l'hydrogène

L'hydrogène est sans aucun doute le meilleur gaz de travail possible pour un moteur Stirling : avec une diffusivité thermique plus élevée que chez les autres gaz, il permet d'obtenir la puissance la plus élevée possible pour une pression donnée. Mais l'hydrogène comme on va le voir dans ce qui suit présente un inconvénient de poids.

L'hydrogène est un élément qui peut se diffuser facilement dans les métaux et altérer leurs propriétés mécaniques. Même si ce phénomène peut conduire à des applications pratiques intéressantes avec les aciers ; décapage, soudure, dépôt galvanique, utilisation en milieu humide, dans notre cas c'est un inconvénient majeur puisqu'il conduit à des ruptures immédiates ou différées. Il y a 3 types de fragilisations principales par l'hydrogène :

La fragilisation par décarburation, survient à partir de 200°C et s'accompagne de formation de méthane. Pour s'en prémunir il faut utiliser des aciers alliés pour que le carbone soit engagé dans des carbures plus stables que les cémentites. Il ne faut pas oublier qu'une installation fonctionnant à plus de 200°C passe par les températures ambiantes lors de l'arrêt et est donc susceptible de subir les autres types de fragilisation.

La formation de soufflures pouvant conduire à une fissuration en gradin. Ce phénomène est du a la recombinaison de l'hydrogène qui a pénétré dans le métal sous forme atomique. Cette recombinaison conduit a la formation d'hydrogène moléculaire susceptible d'établir des pressions très élevées dans des poches à l'intérieur du métal. Ces poches peuvent communiquer conduisant ainsi à un dédoublement de la tôle. Pour se prémunir de cet effet on réalise une addition de Calcium dans la composition de l'acier ($\sim 0.3\%$) pour globuliser les précipités surtout lorsqu'on utilise ces aciers en ambiance H_2S. Il est souhaitable également d'utiliser des aciers contenant peu de petites inclusions réparties uniformément.

La fragilisation de pièce sous contrainte par de l'hydrogène dissous. C'est de loin la fragilisation la plus dangereuse car sa propagation est très rapide. De plus c'est la plus complexe car on ne peut pas définir de cause mais seulement des facteurs de risque. C'est le phénomène le moins bien connu car même si beaucoup de théories existent, aucune n'est capable d'expliquer le tout. Tous les aciers sont atteints à des degrés divers. Toutes les propriétés mécaniques sont altérées à l'exception de la résilience sur l'état recuit.

La fragilisation peu se traduire par une rupture immédiate pour une contrainte très inférieure à la limite d'élasticité du métal exempt d'hydrogène. Elle peut intervenir au bout d'un certain temps, c'est la rupture différée. Les contraintes appliquées, celles provenant d'écrouissage, de changement de phase

etc., peuvent être à l'origine de la rupture. Les facteurs de risque sont la teneur en H_2, la structure et la composition de l'acier, sa limite d'élasticité, sa mise en œuvre. Pour luter contre la fragilisation on doit limiter les possibilités de pénétration de l'hydrogène, utiliser des structures cristallines stables et peu sensibles comme les structures martensitiques. Les aciers à haute limite d'élasticité ont tendance à être plus altérés par l'hydrogène que les aciers à faible limite d'élasticité.

Les difficultés que pose l'utilisation de l'hydrogène sont telles que très peu de modèles de moteur Stirling utilisent ce gaz, en fait, à notre connaissance il n'y a qu'un seul modèle expérimental développé par la NASA. Ainsi, dans notre perspective d'industrialisation on sait naturellement tourné vers l'utilisation de l'hélium, second gaz après l'hydrogène en termes de performance.

Annexe K

Algorithme de Runge-Kutta

C'est un algorithme proposé au début du 20ième siècle pour intégrer numériquement les équations différentielles non-linéaires. Soit y une fonction de x : $y = y(x)$
Une équation différentielle d'ordre n : $f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots, \frac{d^n y}{dx^n}\right) = 0$ peut être transformée en n équations de premier ordre. Notre problème revient donc à résoudre des équations du premier ordre de type : $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ avec une condition initiale du type $y_0 = y(x_0)$. L'algorithme de Runge-Kutta, d'ordre 4, pour résoudre cette équation différentielle s'écrit :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}\left(k_{n1} + 2k_{n2} + 2k_{n3} + k_{n4}\right)$$

avec :

$$k_{n1} = f(x_n, y_n)$$
$$k_{n2} = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n1})$$
$$k_{n3} = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n2})$$
$$k_{n4} = f(x_n + h, y_n + hk_{n3})$$

et où $h = x_{n+1} - x_n$ est le pas d'intégration.

Remarques

- On peut démontrer que la méthode de Runge-Kutta est équivalente à un développement de Taylor jusqu'au 5ième terme soit : $y_{n+1} = y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2!}y''_n + \frac{h^3}{3!}y'''_n + \frac{h^4}{4!}y^{(4)}_n$ de sorte que l'erreur de troncature est d'ordre h^5
- D'autres algorithmes de Runge-Kutta existent dans la littérature comme celui proposé par Gill, aussi d'ordre 4 mais où les constantes ont été choisies afin de réduire le stockage temporaire dans la mémoire : $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}\left[k_{n1} + 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)k_{n2} + 2\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)k_{n3} + k_{n4}\right]$
  $k_{n1} = f(x_n, y_n)$
  $k_{n2} = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n1}\right)$
  $k_{n3} = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)hk_{n1} + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)hk_{n2}\right)$
  $k_{n4} = f\left(x_n + h, y_n - \frac{1}{\sqrt{2}}hk_{n2} + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)hk_{n3}\right)$

Annexe L

Courbe caractéristique et méthode des caractéristiques

Dans l'étude des équations aux dérivées partielles un des outils originaux est la méthode des courbes caractéristiques (on dit souvent de façon plus concise « méthodes des caractéristiques »). Elle donne en effet la possibilité de rechercher les solutions présentant des discontinuités. Toutefois il faut savoir qu'une étude par éléments finis exclusivement basée sur cette méthode est difficile à implémenter et coûteuse en temps de calcul [52].
Cette méthode est basée sur le fait que la solution est constante le long de courbes caractéristiques de l'équation aux dérivées partielles.

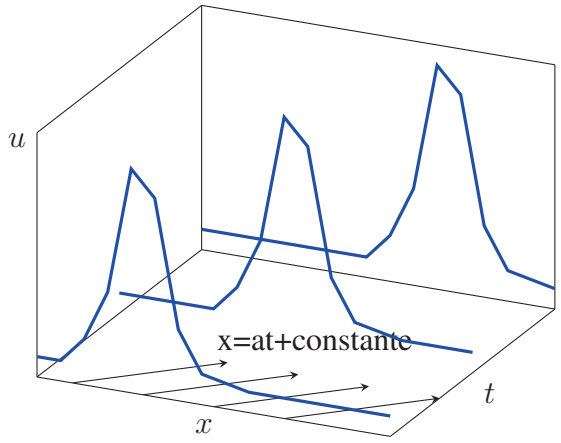


FIGURE L.1 : Transport du profil le long de la courbe caractéristique.

La méthode des caractéristiques est basée sur une propriété de certaines équations aux dérivées partielle décrite ici : Soit une équation aux dérivées partielle du premier ordre et linéaire :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Soit également une courbe dont l'équation est, en abscisse curviligne : $(x(s), t(s))$
La dérivée de u, solution de l'équation différentielle, le long de cette courbe s'écrit :

$$\frac{d}{ds}u(x(s), t(s)) = \frac{dx(s)}{ds}\frac{\partial u}{\partial x}(x(s), t(s)) + \frac{dt(s)}{ds}\frac{\partial u}{\partial t}(x(s), t(s))$$

Alors si on impose : $\frac{dt}{ds} = 1$ et $\frac{dx}{ds} = c$ on obtient :

$$\frac{du}{ds} = \frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

c'est a dire que l'on obtient une équation différentielle ordinaire qui remplace l'équation aux dérivées partielle et qui signifie de plus que la solution u est constante le long de la courbe puisque sa différentielle est nulle. C'est sur cette propriété qu'est basée la méthode des caractéristiques (sur la figure L.1 la courbe recherchée est une des droites de l'ensemble de droites parallèles représentées).

Annexe M

Histoire de Whispergen

En 1816, le pasteur inventeur Robert Stirling (1790-1878) améliore le fonctionnement des moteurs à air chaud en ajoutant un régénérateur. C'est ainsi qu'aujourd'hui ces moteurs à air chaud s'appellent des moteurs à cycle de Stirling. Mais il a failli en être autrement. En effet son grand-père été héritier du clan McGregor car il avait été adopté donc avait obtenu ce nom de McGregor. Mais du fait que les anglais avait proscrit tous les McGregor il y eu changement de nom et le grand père prit celui du duc de Stirling. Ainsi ce type de moteur à failli s'appeler « moteurs à cycle de McGregor ». Beaucoup penseront que « Stirling »sonne mieux.

Robert Stirling, par une vie exemplaire de sobriété obtint le titre officiel de « Père de l'église de l'Ecosse ». Un de ses fils, James, est devenu ingénieur, un autre, ministre des finances de la nation d'Hawaï, indépendante à l'époque. En tout Robert Stirling eu 7 enfants.

Les moteurs à air existaient bien avant Robert Stirling, par exemple George Cayley plus connu comme étant le père « d'engin volant plus lourd que l'air » à également proposé un moteur similaire avant 1800.
Les moteurs Stirling ont séduit des générations d'ingénieurs par la promesse théorique de rendements élevés. Des milliards de dollars ont été investi autour de cet espoir, mais les efforts humains et financiers ce sont épuisés au cours des 2 siècles passé depuis le travail de Cayley.

Ainsi, les bilans qui sont fait actuellement sur le Stirling sont souvent pessimiste ([77], chapitre 1) car les résultats obtenu sont médiocres comparés à ce qui est annoncé et cela, malgré des efforts de développement importants qui y ont été consacrés depuis deux siècles.

Pourtant l'histoire qui suit montre qu'il faut garder espoir pour le Stirling car avec la cogénération il semble bien etre sur le point d'entrer en phase d'industrialisation.

Voici donc l'histoire d'une étonnante brique supplémentaire apportée à l'édifice des travaux sur le Stirling : En 1961, alors âgé de 15 ans, pendant une journée « portes ouvertes »à l'université de Canterbury, Peter Lynn tombe amoureux du moteur Stirling fabriqué par Phillips, le moteur Stirling 102C.

Le programme de développement de moteur Stirling de chez Phillips, à Eindhoven, a commencé dans les années 30 et ne s'est pas terminé avec des conclusions satisfaisantes malgré les millions d'euros dépensés fin des années 80.

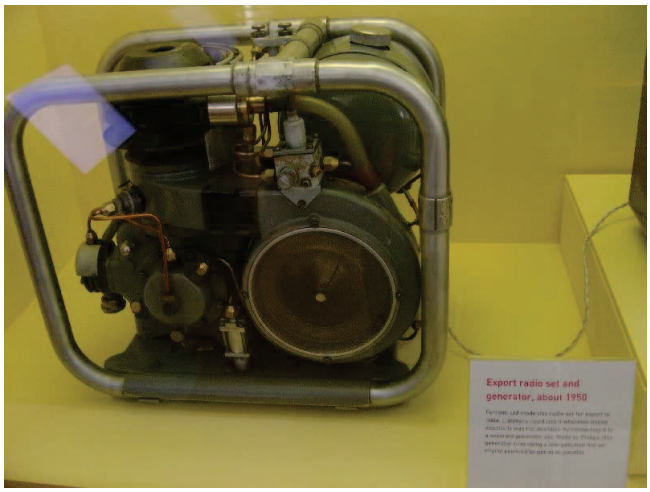


FIGURE M.1 : Moteur Stirling Phillips 102C (Source : [5])

Malgré la connaissance de cette triste histoire, Peter Lynn et le fils de son voisin, Don Clucas, avec qui il était ami, ont démarré « un programme de développement » de moteur de Stirling avec leurs propres moyens en 1988. Cette histoire se passe à Ashburton en Nouvelle Zélande.

Don, n'été pas considéré comme académiquement acceptable, par contre il savait se débrouiller avec une machine-outil. Peter était très proche de lui depuis l'âge de 13 ans et Don avait déjà consacré beaucoup de temps dans le développement d'une invention portative de scierie de Peter. Malgré l'opinion du corps enseignement au sujet de Don, il pu commencer une thèse et il choisit le champ des moteurs Stirling dont il avait aussi attrapé la maladie plusieurs années auparavant.

Le développement du « programme »c'est poursuivi avec la création d'une société « Stirling Research Ltd ». Au début des années 90 malgré les progrès encourageant réalisés, Peter se tourna vers le développement d'un kit de buggy et d'un cerf-volant (kit de navigation) et abandonna son activité et donc son association avec Don. Don a alors déplacé le projet à l'université de Canterbury (80km au nord-est de Ashburton) et a par la suite obtenu une aide financière d'un détaillant en l'électricité qui a ainsi contribué, par l'achat d'action à la hauteur de plusieurs millions de dollars, à la création de *WhisperTech Ltd*, une société qu'ils ont créée pour continuer le développement de Don. Par la suite tout fut déplacé et il ne reste que quelques traces de cette activité à Ashburton, ce qui pourra intéresser les historiens de l'industrie.

En 2003, après une autre décennie du développement et d'essai, WhisperTech à réalisé des essais sur site en Europe de leur produit principale, un système domestique de production combinée de chaleur et électricité de la taille et de la forme d'un lave vaisselle. Il utilise le gaz naturel comme source d'énergie, le moteur est un Stirling alpha 4 cylindres à attelage oscillant (le mécanisme d'embiellage breveté par Don) produisant un peu moins de 1kW d'électricité et la chaleur rejetée est utilisée pour le chauffage d'eau. Puis WhisperTech est devenu Whispergen.

La production de Whispergen a ensuite été déplacée en Espagne, quand le fabricant d'appareil Mondragon a acheté 51 % des parts. Ce dernier ayant constaté qu'économiquement le marché des **C**ombined **H**eat and **P**ower (CHP) est beaucoup plus important en Europe : de nombreux ménages ont accès au gaz naturel réticulé, le prix de l'électricité étant plus élevé (par rapport au prix du gaz). Ils ont par ailleurs la possibilité de bénéficier de subventions « énergie verte »destinées à soutenir ce type de projet.

Le département « recherche et développement »été demeuré à Christchurch jusqu'à ce que des tremblements de terre aient contraint la direction à déménager ce département également en Espagne en 2011.

Après 200 ans, cette histoire, si elle reste un succès par la suite en ce qui concerne Whispergen, est tout simplement enfin celle du succès industriel pour le moteur Stirling [6].

Mais le Stirling en production décentralisé cogénératif et solaire reste à faire...

Annexe N

Liste des acronymes

MCI **M**oteur à **C**ombustion **I**nterne 15

FPSE **F**ree **P**iston **S**tirling **E**ngine
= Moteur Stirling à Piston Libre

LTDS **L**ow **T**emperature **D**ifference **S**tirling 12
= Moteur Stirling à Faible Différentiel de Température

LMEE **L**aboratoire de **M**écanique et d'**É**nergétique d'**E**vry xv

GRSAP **G**énérateur **R**otatif **S**ynchrones à **A**imants **P**ermanents 82

GSAP **G**énérateurs **S**ynchrones à **A**imant **P**ermanents 82

SSCD **S**tirling **S**olaire **C**ogénératif **D**écentralisé 29

ASC **A**dvanced **S**tirling **C**onvertor 18
= Convertisseur Stirling Avancé

FPSC **F**ree **P**iston **S**tirling **C**onvertor
= Convertisseur à base de Moteur Stirling à Piston Libre

UEVE **U**niversité d'**E**vry-**V**al d'**E**ssonne 65

BATIMAC **BAT**iment autonome par **I**ntégration d'un **M**oteur à **A**ir **C**haud xv

ENS2R **E**nergies **N**ouvelles **S**olaires **R**enouvelables et **R**écupérables xv

CHP **C**ombined **H**eat and **P**ower 178
= Production combinée de chaleur et d'électricité = Cogénération

NIST **N**ational **I**nstitute of **S**tandards and **T**echnology 71
= Institut national des normes et de la technologie

COP **C**oefficient **O**f **P**erformance 23
= Coefficient de Performance

PDG **P**résident-**d**irecteur **G**énéral
= « President » en anglais

d.d.p. **d**ifférence **d**e **p**otentiel 80

UDF **U**ser **D**efined **F**unction 112

NUT **N**ombre d'**U**nités de **T**ransfert
= **NTU** en anglais pour **N**umber of **T**ransfer **U**nits

Bibliographie

[1] http ://www.moteur-stirling.com/.

[2] http ://energierinnovabili.forumcommunity.net/ ?t=12320162.

[3] http ://fr.wikipedia.org/wiki/moteur_stirling.

[4] http ://fr.wikipedia.org/wiki/piaggio_p180_avanti.

[5] http ://peterlynnhimself.com/stirling_engines_damn_them.php.

[6] http ://peterlynnhimself.com/stirling_engines_damn_them.php.

[7] http ://prixdubaril.com/.

[8] http ://stirlingultracold.com/who-we-are.

[9] http ://sunpowerinc.com/engineering-services/applications/space-asc/.

[10] https ://www.youtube.com/watch ?v=b9ue52pamtw.

[11] https ://www.youtube.com/watch ?v=b9ue52pamtw.

[12] http ://thecarnotengine.blogspot.fr/.

[13] http ://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/.

[14] http ://www.aim-ir.com/en/main/products/cryocoolers.html.

[15] http ://www.athensnews.com/ohio/article-35573-fracking-just-hastens-our-appointment-with-oblivion.html.

[16] http ://www.bloooo.fr/forums/viewtopic.php ?f=31&t=2833.

[17] http ://www.challenges.fr/entreprise/20120913.cha0772/gaz-de-schiste-le-grand-bond-en-avant-des-etats-unis.html.

[18] http ://www.douglas-self.com/museum/power/unusualiceng/axial-iceng/axial-ic.htm.

[19] http ://www.earth-house.com/html/solar_-_wind.html.

[20] http ://www.environmental-expert.com/companies/.

[21] http ://www.id-environnement.fr/votre-installation/sunmachine.html.

[22] http ://www.id-environnement.fr/votre-installation/sunmachine.html.

[23] http ://www.ivokolin.com/.

[24] http ://www.lemonde.fr/planete/.

[25] http ://www.les-crises.fr/meteo-petroliere/.

[26] http ://www.lesechos.fr/entreprises-secteurs/energie-environnement/.

[27] http ://www.mab-entreprise.com/index.php.

[28] http ://www.ohio.edu/mechanical/stirling/.

[29] http ://www.rgpsystems.com/.

[30] http ://www.transitionquebeccentreville.org/ ?p=950.

[31] http ://www.usinages.com/fraisage/fabrication-ressort-plan-t25035.html.

[32] http ://www.whispergen-europe.com/productspec_fr.php.

[33] http ://www.whispergen.com/productspec_en.php ?fm=whispergen&fp=product specs.

[34] ”un doublement des cours du pétrole durant la prochaine décennie apparait probable”.

[35] M. Geng J.G. Schreiber A. Shah, I. Korovaichuk. Reliability of radioisotope stirling convertor linear alternator. Technical Report NASA-TM-2006-213636, National Aeronautics and Space Administration, 2006.

[36] M.B. Abbott. *An introduction to the method of characteristics*. Thames and Hudson, 1966.

[37] R. Abdessemed. *Modélisation et simulation des machines électriques*. Ellipses, 2011.

[38] Ö.E. Ataer. Numerical analysis of regenerators of free-piston type stirling engines using lagrangian formulation. *International Journal of Refrigeration*, 25 :640–652, 2002.

[39] I. Batmaz and S. Üstün. Design and manufacturing of a v-type stirling engine with double heaters. *Applied Energy*, 85 :1041–1049, 2008.

[40] S. Bhattacharyya. Creep-rupture and fractographic analysis of candidate stirling engine superalloys tested in air. *Journal of materials for energy systems*, 5(4) :188–204, March 1984.

[41] S. Bhattacharyya, Jr. E.J. Vesely, and V.L. HILL. High pressure/high temperature hydrogen permeability in candidate stirling engine alloys. *Journal of materials for energy systems*, 3(4) :12–21, March 1982.

[42] I. Boldea and S.A.Nasar. *Linear electric actuators and generators*. Cambridge university press, 1997.

[43] J. Boucher, F. Lanzetta, and P. Nika. Optimization of a dual free piston stirling engine. *Applied Thermal Engineering*, 27 :802–811, 2007.

[44] J.-B. Bouvenot, B. Andlauer, P. Stabat, D. Marchio, B. Flament, B. Latour, and M. Siroux. Gas stirling engine micro chp boiler experimental data driven model for building energy simulation. *Energy and building*, August 2014.

[45] A. Cacabelos, P. Eguía, J.L. Míguez, G. Rey, and M.E. Arce. Development of an improved dynamic model of a stirling engine and a performance analysis of a cogeneration plant. *Applied Thermal Engineering*, 73 :606–619, 2014.

[46] E. Cardozo, C. Erlich, A. Malmquist, and L. Alejo. Integration of a wood pellet burner and a stirling engine to produce residential heat and power. *Applied Thermal Engineering*, 73 :669–678, 2014.

[47] N.C.J. Chen and F.P. Griffin. A review of stirling engine mathematical models. Technical Report ORNL/CON-135, Oak Ridge National Laboratory, 1983.

[48] C. Cinar, S. Yucesu, T. Topgul, and M. Okur. Beta-type stirling engine operating at atmospheric pressure. *Applied Energy*, 81 :351–357, 2005.

[49] P.A. Cornell, D.L. Krause, G. Davis, M.G. Robbie, and D.A. Gubics. Lateral load testing of the advanced stirling convertor (asc-e2) heater head. Technical Report NASA-TM-2011-217103, National Aeronautics and Space Administration, 2011.

[50] M. Craun and B. Bamieh. Optimal periodic control of an ideal stirling engine model. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Sept 2014.

[51] F.L. Curzon and B. Ahlborn. Efficiency of a carnot engine at maximum power output. *American Journal of Physics*, 43 :22–24, January 1975.

[52] J. Donea and A. Huerta. *Finite element methods for flow problems*. Wiley, 2003.

[53] L.B. Erbay and H. Yavuz. Analysis of the stirling heat engine at maximum power conditions. *Energy*, 22(7) :645–650, 1997.

[54] T. Finkelstein and A.J. Organ. *Air engines*. ASME Press, 2001.

[55] R. Gicquel. *Systèmes énergétiques - Tome 2*. Presses des mines, 2009.

[56] J. Guilh. Révolution pour l'habitat autonome. *Energie plus*, page 46, mai 2007.

[57] C. Çinar F Aksoy H. Karabulut, H. Serdar Yücesu. An experimental study on the development of a β-type stirling engine for low and moderate temperature heat sources. *Applied Energy*, 86 :68–73, 2009.

[58] C.M. Hargreaves. *The Philips Stirling Engine*. Elsevier Science, 1991.

[59] M.B. Ibrahim and R.C. Tew. *Stirling convertor regenerators*. CRC Press, 2012.

[60] C.M. Invernizzi. Stirling engines using working fluids with strong real gas effects. *Applied Thermal Engineering*, 30 :1703–1710, 2010.

[61] A. Buffalino W.A. Wong P. Frye D. Matejczyk L.B. Penswick J.G. Wood, K. Wilson. Continued development of the advanced stirling convertor (asc). Technical Report NASA-TM-2008-215021, National Aeronautics and Space Administration, 2008.

[62] D.L. Johnson, B.C. Carroll, and R.S. Leland. MSL/CheMin cryocooler system requirements and characterization tests. In *Cryocoolers 15*, Long Beach, California, USA, June 9-12 2008.

[63] H. Karabulut. Dynamic analysis of a free piston stirling engine working with closed and open thermodynamic cycles. *Renewable Energy*, 36 :1704–1709, 2011.

[64] X.Q. Kong, R.Z. Wang, and X.H. Huang. Energy efficiency and economic feasibility of cchp driven by stirling engine. *Energy Conversion and Management*, 45 :1433–1442, 2004.

[65] B. Kongtragool and S. Wongwises. A review of solar-powered stirling engines and low temperature differential stirling engines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 7 :131–154, 2003.

[66] A. Kosakowski. *Control system design for Stirling engine*. VDM Verlag Dr. Müller, 2010.

[67] H.G. Ladas and O.M. Ibrahim. Finite-time view of the stirling engine. *Energy*, 19(8) :837–843, 1994.

[68] H.W. Liepmann and A. Roshko. *Elements of gasdynamics*. John Wiley and sons, 1957.

[69] E.F. Lindsley. Solar stirling engine. *Popular Science*, pages 74–77, June 1978.

[70] M.Kannapareddy M. Ibrahim. Computational heat transfer analysis for oscillatory channel flows. Technical Report NASA-CR-199238, National Aeronautics and Space Administration, 1992.

[71] Z.Zhang D.Gedeon T.W. Simon M.B. Ibrahim, R.C. Tew Jr. Cfd modeling of free-piston stirling engines. Technical Report NASA-TM-2001-211132, National Aeronautics and Space Administration, 2001.

[72] K. Nam and S. Jeong. Novel flow analysis of regenerator under oscillating flow with pulsating pressure. *Cryogenics*, 45 :368–379, 2005.

[73] S.A. Nasar and C. Chen. Study of free-piston stirling engine driven linear alternators. Technical Report NASA-CR-181425, National Aeronautics and Space Administration, 1987.

[74] N.P. Nightingale. Automotive stirling engine - mod ii design report. Technical Report NASA CR-175106, National Aeronautics and Space Administration, 1986.

[75] A.J. Organ. *Thermodynamics and gas dynamics of the Stirling cycle machine*. Cambridge, 1992.

[76] A.J. Organ. *The Regenerator and the Stirling Engine*. Professional Engineering Publishing, 1997.

[77] A.J. Organ. *Stirling cycle engines : inner workings and design*. Wiley, 2014.

[78] S. Oriti and S. Wilson. Advanced stirling convertor (asc-e2) performance testing at nasa glenn research center. Technical Report NASA-TM-2011-217102, National Aeronautics and Space Administration, 2011.

[79] F. Lanzetta P. Nika, Y. Bailly. Particularités des transferts thermiques en écoulement alternés à vitesse moyenne nulle. *Termotehnica*, 2004.

[80] F. lanzetta P. Nika, Y. Bailly. Transferts thermiques en écoulements oscillants laminaires incompressibles. *International Journal of Refrigeration*, 28 :353–367, 2005.

[81] N. Parlak, A. Wagner, M. Elsner, and H.S. Soyhan. Thermodynamic analysis of a gamma type stirling engine in non-ideal adiabatic conditions. *Renewable Energy*, 34 :266–273, 2009.

[82] F.A. Peuser, K.-H. Remmers, and M. Schnauss. *Installations solaires thermiques - Conception et mise en oeuvre*. Systèmes Solaires, 2005.

[83] W.W. Pulkrabek. *Engineering fundamentals of the Internal Combustion Engine*. Pearson, 2003.

[84] X. Qin, L. Chen, F. Sun, and C. Wu. Frequency-dependent performance of an endoreversible carnot engine with a linear phenomenological heat-transfer law. *Applied Energy*, 81 :365–375, 2005.

[85] M. Renzi and C. Brandoni. Study and application of a regenerative stirling cogeneration device based on biomass combustion. *Applied Thermal Engineering*, 67 :341–351, 2014.

[86] J. Rifkin. *La Troisième révolution industrielle*. Les Liens qui Libèrent, 2012.

[87] N.A. Schifer and M.H. Briggs. Environmental loss characterization of an advanced stirling convertor (asc-e2) insulation package using a mock heater head. Technical Report NASA-TM-2012-217291, National Aeronautics and Space Administration, 2012.

[88] J.G. Schreiber. Developmental considerations on the free-piston stirling power convertor for use in space. Technical Report NASA-TM-2007-214805, National Aeronautics and Space Administration, 2007.

[89] L. Scollo, P. Valdez, and J. Baron. Design and construction of a stirling engine prototype. *International Association for Hydrogen Energy*, 33 :3506–3510, 2008.

[90] R.C. Tew M.B. Ibrahim S.D. Wilson, R.W. Dyson. Multi-d cfd modeling of a free-piston stirling convertor at nasa glenn. Technical Report NASA-TM-2004-213351, National Aeronautics and Space Administration, 2004.

[91] J.R. Senft. *Ringbom stirling engines*. Oxford University Press, 1993.

[92] N. Henein S.F. Rezeka. Developmental considerations on the free-piston stirling power convertor for use in space. Technical Report n° 840179, SAE paper, 1984.

[93] A.H. Shapiro. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, vol. 1 et 2*. Ronald Press, 1953.

[94] P.Grove Thomsen S.K. Andersen, H. Carlsen. Numerical study on optimal stirling engine regenerator matrix designs taking into account the effects of matrix temperature oscillations. *Energy Conversion and Management*, 47 :894–908, 2006.

[95] R.C. Tew. Comparison of free-piston stirling engine model predicitions with re1000 engine test data. Technical Report NASA-TM-83650, National Aeronautics and Space Administration, 1984.

[96] S. Thiers, B. Aoun, and B. Peuportier. Experimental characterization, modeling and simulation of a wood pellet micro-combined heat and power unit used as a heat source for a residential building. *Energy and Buildings*, 42 :896–903, 2010.

[97] I. Tlili. Finite time thermodynamic evaluation of endoreversible stirling heat engine at maximum power conditions. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16 :2234–2241, 2012.

[98] I.A. Tursunbaev. Analytic model of solar power plant with a stirling engine. *Applied Solar Energy*, 43(1) :13–16, 2007.

[99] N. Ulusoy. *Dynamic analysis of free piston Stirling engines*. PhD thesis, 1994.

[100] I. Urieli. *A computer simulation of Stirling cycle machines*. PhD thesis, 1977.

[101] M.J. De Vries. *80 years of research at the Philips Natuurkundig laboratorium, 1914-1994*. Pallas Publications, 2005.

[102] G. Walker. *Stirling engines*. Oxford University Press, 1980.

[103] G. Walkers and R. Senft. *Free piston Stirling engines*. Springer-Verlag, 1985.

[104] X. Wang and N. Zhang. Numerical analysis of heat transfer in pulsating turbulent flow in a pipe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48 :3957–3970, 2005.

[105] Z.D. Williams and S.M. Oriti. Advanced stirling convertor (asc-e2) characterization testing. Technical Report NASA-TM-2012-217750, National Aeronautics and Space Administration, 2012.

[106] W.A. Wong and P.A. Cornell. Advanced stirling convertor (asc) technology maturation in preparation for flight. Technical Report NASA-TM-2012-217207, National Aeronautics and Space Administration, 2012.

[107] J.G. Wood. Private communication. Technical report, Sunpower Inc., Athens, Ohio, 1982.

[108] C. Wu and R.L. Kiang. Finite-time thermodynamic analysis of a carnot engine with internal irreversibility. *Energy*, 17(12) :1173–1178, 1992.

[109] G. Xiao, T. Zhou, M. Ni, C. Chen, Z. Luo, and K. Cen. Study on oscillating flow of moderate kinetic reynolds numbers using complex velocity model and phase doppler anemometer. *Applied Energy*, 130 :830–837, 2014.

[110] S.B. Nasrallah Y. Timouni, I. Tlili. Design and performance optimization of gpu-3 stirling engines. *Energy*, 33 :1100–1114, 2007.

Index

Beale, 131
Biot, 145

Cameron, 144
Caractéristique, 175

Dean, 146

ECS, 25
Euler, 146

Finkelstein, 146
Fourier (Nombre de), 139

Graetz, 144

LTDS, 12

Nusselt, 136
NUT, 143

Péclet, 138
polytropique, 161
Prandtl, 135

Reynolds, 133
Rhombique, 9

Schmidt, 135
Stanton, 137
Stirling (Nombre de), 145
Sutherland, 138

Valensi, 146
viriel (équation du), 156

Womersley, 134