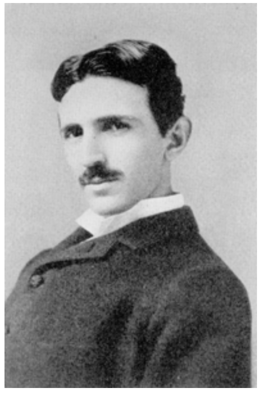
Régime sinusoïdal triphasé

- Systèmes triphasés
- Systèmes triphasés symétriques
- Source triphasée en étoile
- Charge en étoile ou en triangle
- Puissance en régime triphasé
- Conversion triangle-étoile
- Exemples

Systèmes triphasés

- Les circuits triphasés permettent une utilisation optimale des réseaux électriques tant à la source qu'à la charge.
- Ils ont été proposés par Tesla en 1888 et mis en œuvre de façon commerciale pour la première fois aux chutes Niagara le 16 novembre 1896.

Nicola **Tesla** (1856-1943),
ingénieur et physicien Croate.



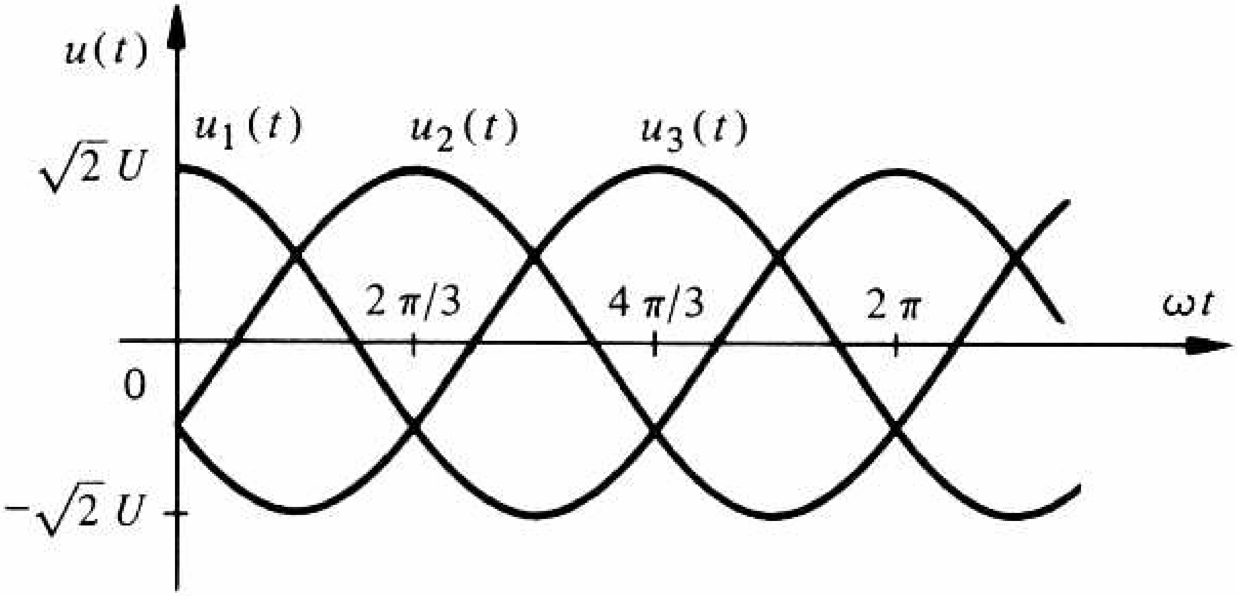
Systèmes triphasés

- Circuits alimentés par trois sources déphasées entre elles de 120°.
- Source symétrique (équilibrée): les trois tensions de source ont la même amplitude (valeur efficace)
- Charge équilibrée: les trois charges raccordées à la source triphasée consomment les même puissances active et réactive.

Systèmes triphasés symétriques

Système direct:

$$u_1(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t) \quad u_2(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t - 2\pi/3) \quad u_3(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + 2\pi/3)$$

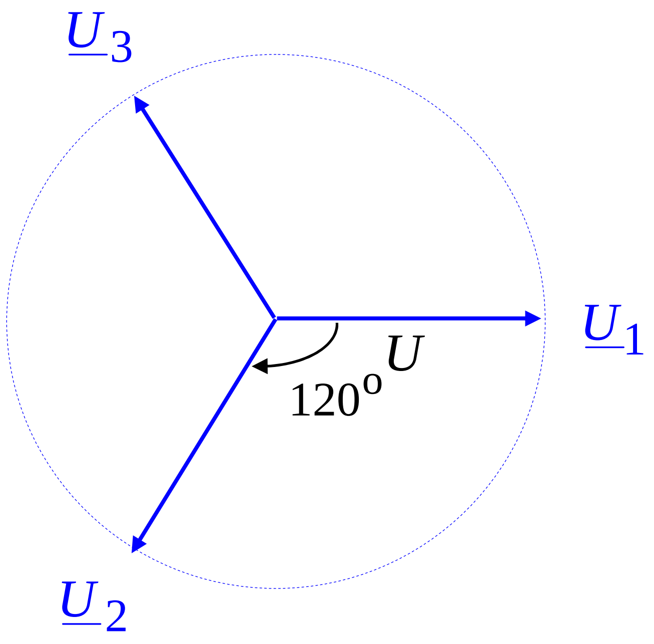


$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

Systèmes triphasés symétriques

Système direct:

$$\underline{U}_1 = Ue^{j\alpha} \quad \underline{U}_2 = Ue^{j(\alpha-2\pi/3)} \quad \underline{U}_3 = Ue^{j(\alpha+2\pi/3)}$$

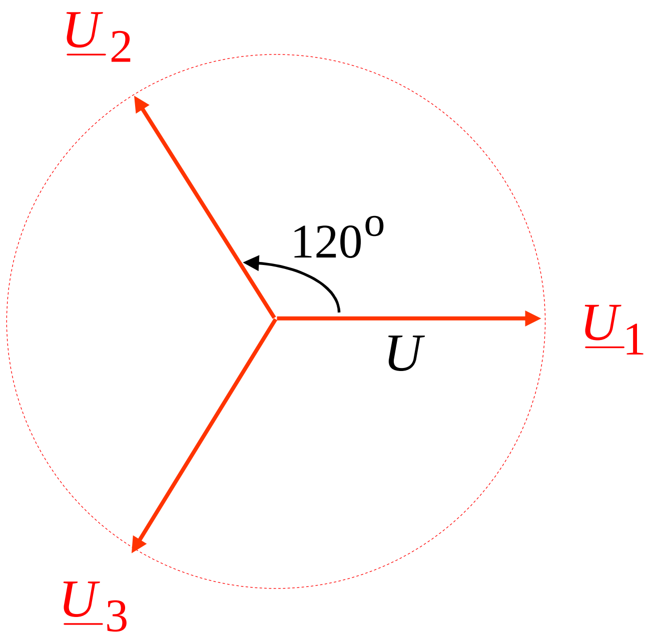


$$\boxed{\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0}$$

Systèmes triphasés symétriques

Système inverse:

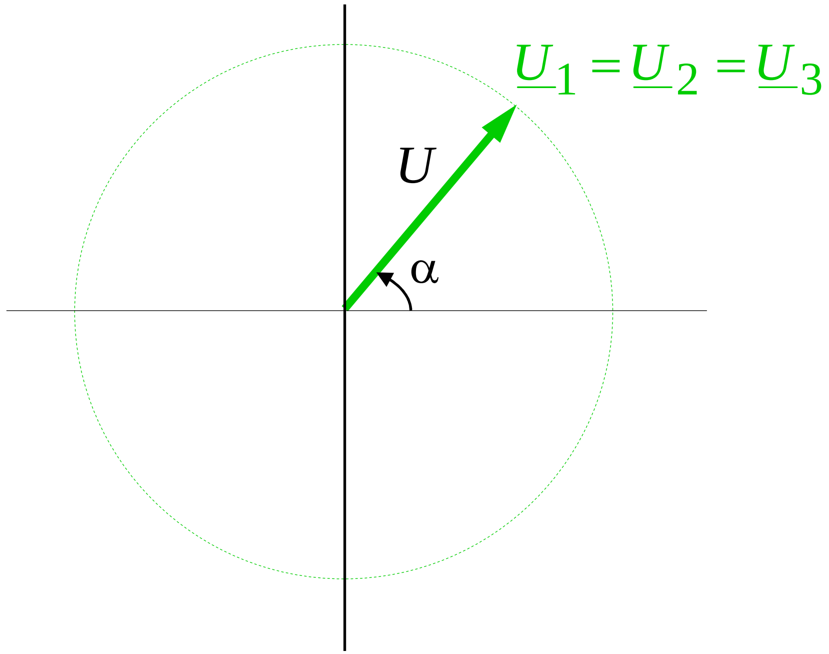
$$\underline{U}_1 = Ue^{j\alpha} \quad \underline{U}_2 = Ue^{j(\alpha+2\pi/3)} \quad \underline{U}_3 = Ue^{j(\alpha-2\pi/3)}$$



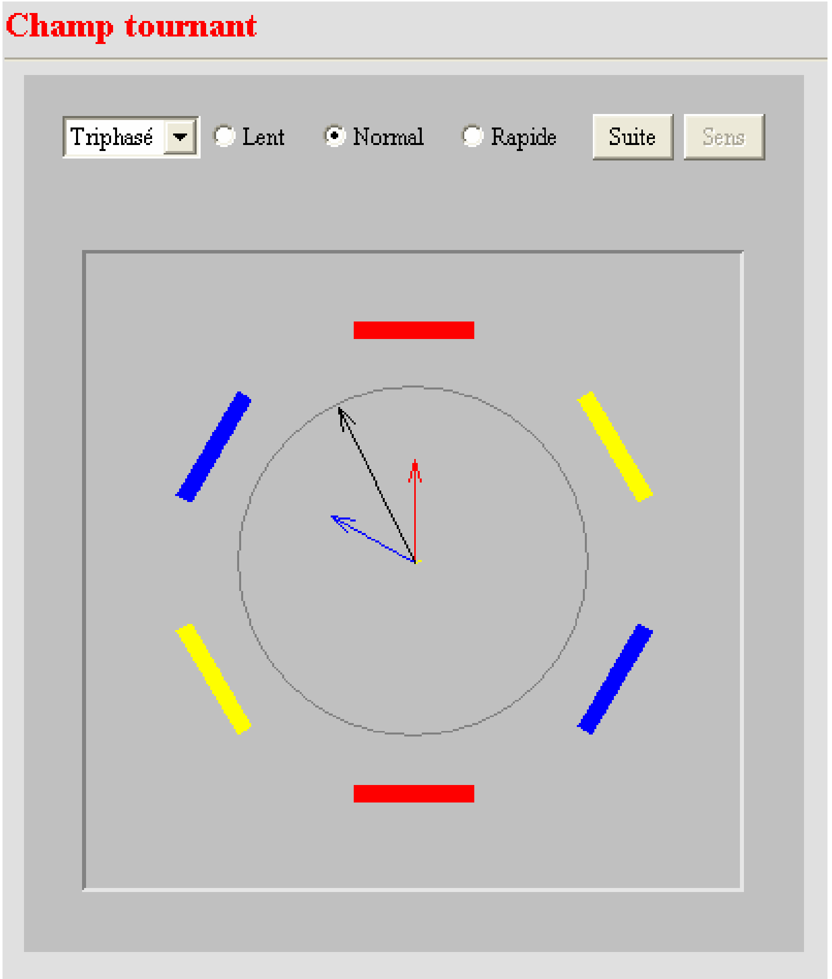
$$\boxed{\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0}$$

Système homopolaire

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = Ue^{j\alpha}$$

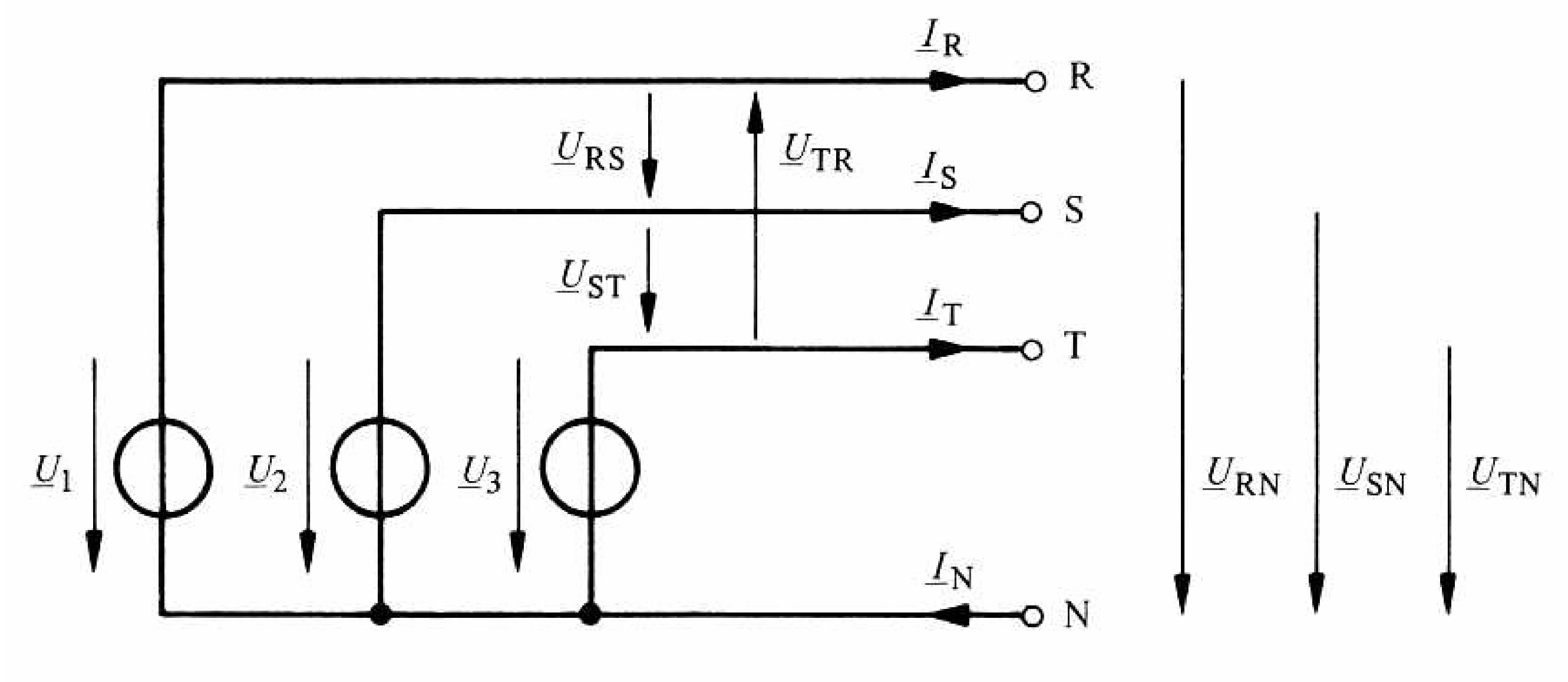


Comment on génère un système triphasé symétrique?



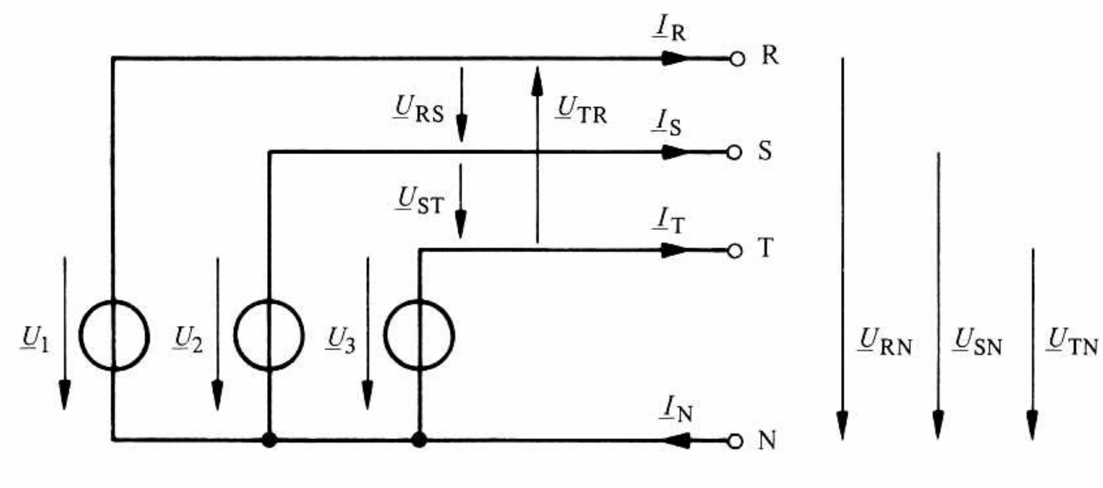
Animation:
Voir fichier attaché

Source triphasée (en étoile)



R, S, T: conducteurs de phase
N: conducteur neutre

Source triphasée
Tensions simples et tensions de ligne



Tensions simples:

$$\underline{U}_{RN}, \underline{U}_{SN}, \underline{U}_{TN}$$

avec:

$$\underline{U}_{RN} = \underline{U}_1 = U$$

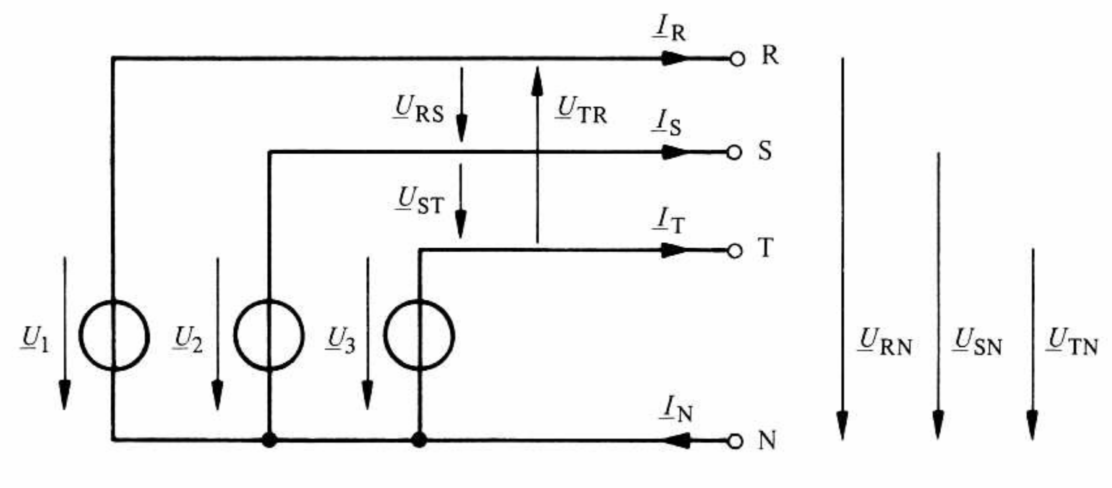
$$\underline{U}_{SN} = \underline{U}_2 = Ue^{-j2\pi/3}$$

$$\underline{U}_{TN} = \underline{U}_3 = Ue^{+j2\pi/3}$$

Source triphasée
Tensions simples et tensions de ligne

Tensions de lignes ou tensions composées:

$\underline{U}_{RS}, \underline{U}_{ST}, \underline{U}_{TR}$

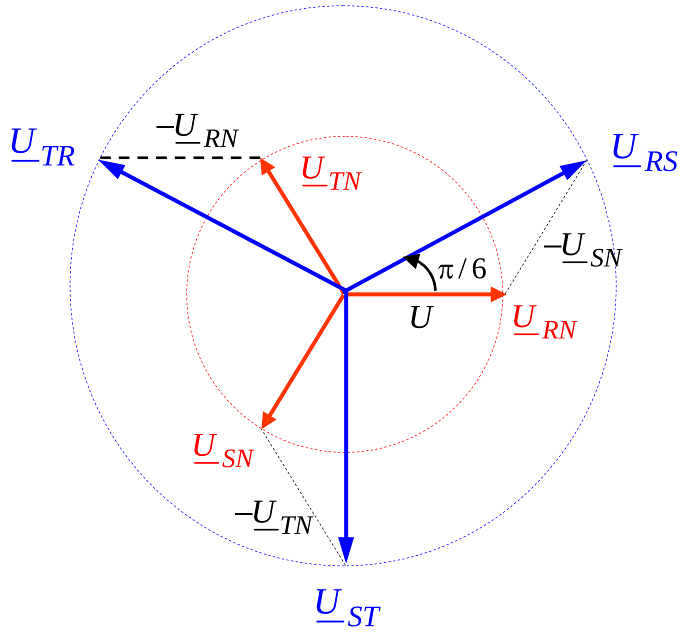


Relations entre tensions simples et tensions de ligne

$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{RN} - \underline{U}_{SN}$$
$$\underline{U}_{ST} = \underline{U}_{SN} - \underline{U}_{TN}$$
$$\underline{U}_{TR} = \underline{U}_{TN} - \underline{U}_{RN}$$

Source triphasée
Tensions simples et tensions de ligne

$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{RN} - \underline{U}_{SN}$$
$$\underline{U}_{ST} = \underline{U}_{SN} - \underline{U}_{TN}$$
$$\underline{U}_{TR} = \underline{U}_{TN} - \underline{U}_{RN}$$



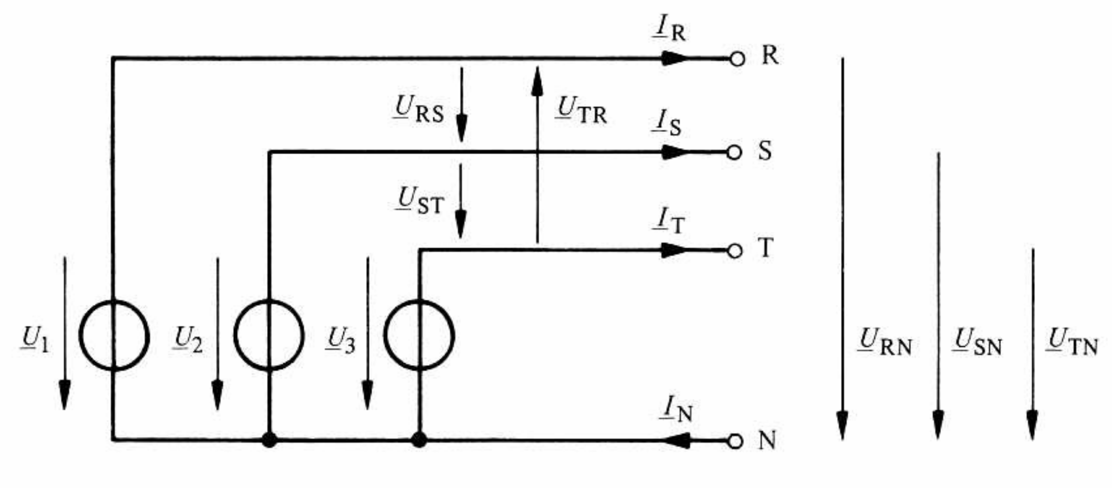
$$\left.\begin{aligned}
\underline{U}_{RS} &= \sqrt{3}Ue^{j\pi/6} \\
\underline{U}_{ST} &= \sqrt{3}Ue^{-j\pi/2} \\
\underline{U}_{TR} &= \sqrt{3}Ue^{+j5\pi/6}
\end{aligned}\right\}$$

Système triphasé symétrique

Par rapport aux tensions simples:

- en avance de 30°,
- module $\sqrt{3}$ fois celui des tensions simples

Source triphasée
Courants de ligne



Courants de ligne:

$$\underline{I}_R, \underline{I}_S, \underline{I}_T$$

Courant de retour:

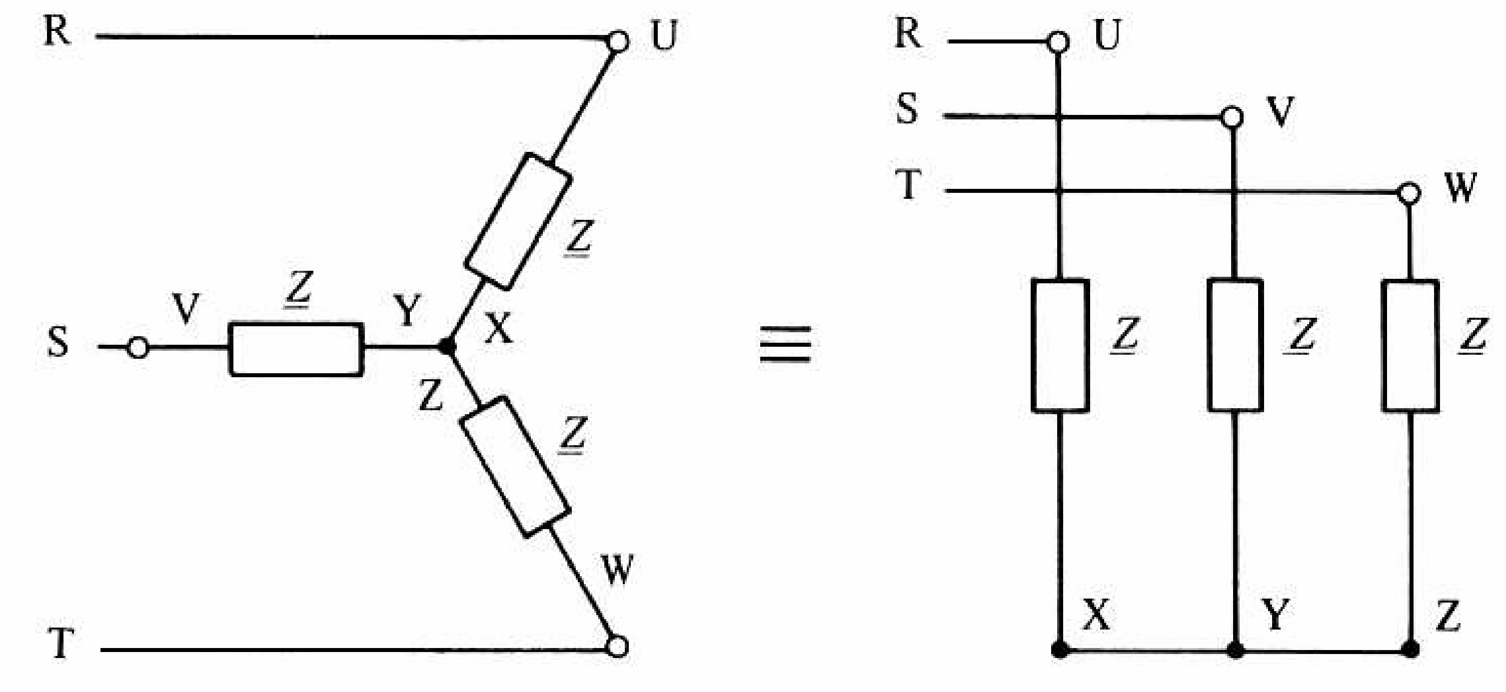
$$\underline{I}_N = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T$$

Charge triphasée équilibrée

- Une charge triphasée équilibrée est caractérisée par trois impédances identiques (même module et argument) $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$ que l'on appelle les trois phases de l'utilisateur.
- On peut raccorder les trois impédances en étoile ou en triangle.

Charge triphasée équilibrée

Connexion en étoile

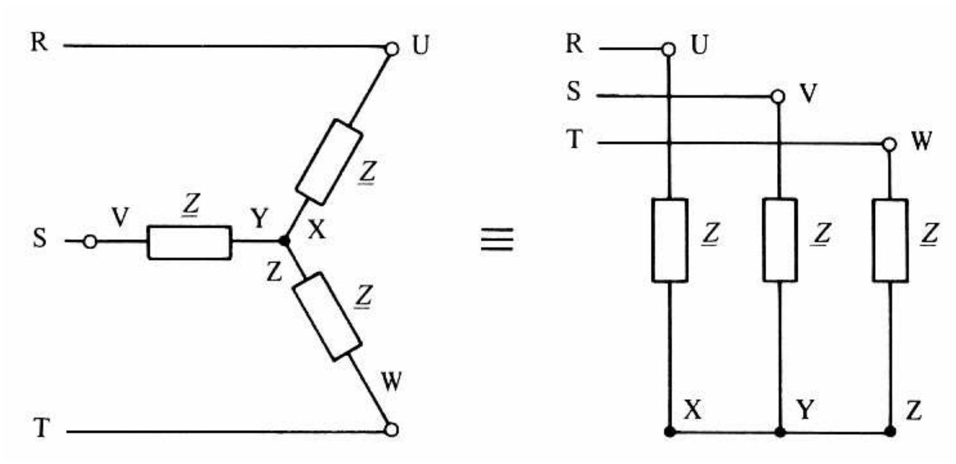


Charge triphasée équilibrée

Connexion en étoile

Tensions de phase:

$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RN}$$
$$\underline{U}_{VY} = \underline{U}_{SN}$$
$$\underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TN}$$

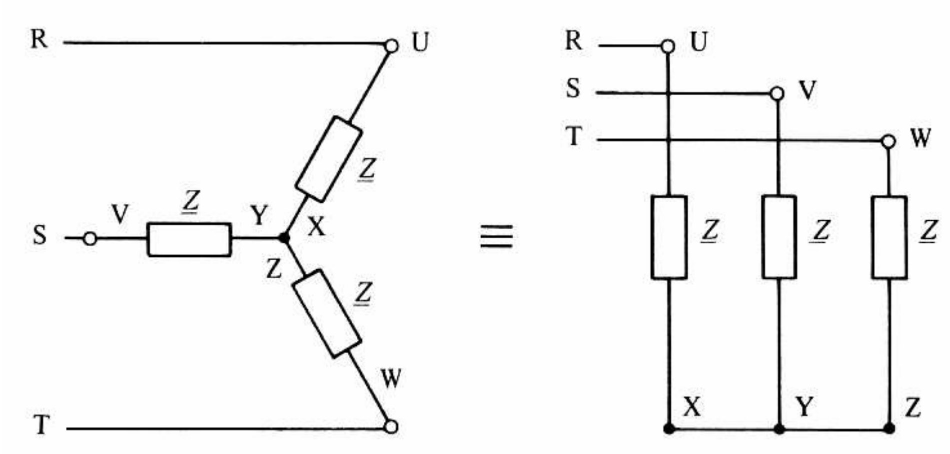


Les tensions de phase se confondent avec les tensions simples

Charge triphasée équilibrée

Connexion en étoile

Courants de phase:



$$\underline{I}_{UX} = \frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi)}$$

$$\underline{I}_{VY} = \frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi-2\pi/3)}$$

$$\underline{I}_{WZ} = \frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi+2\pi/3)}$$

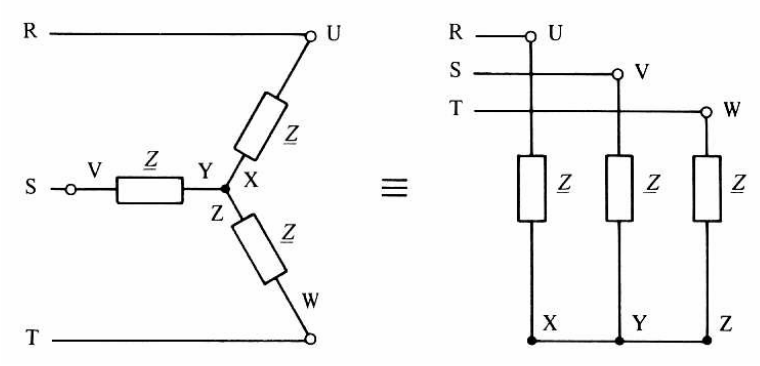
Charge triphasée équilibrée

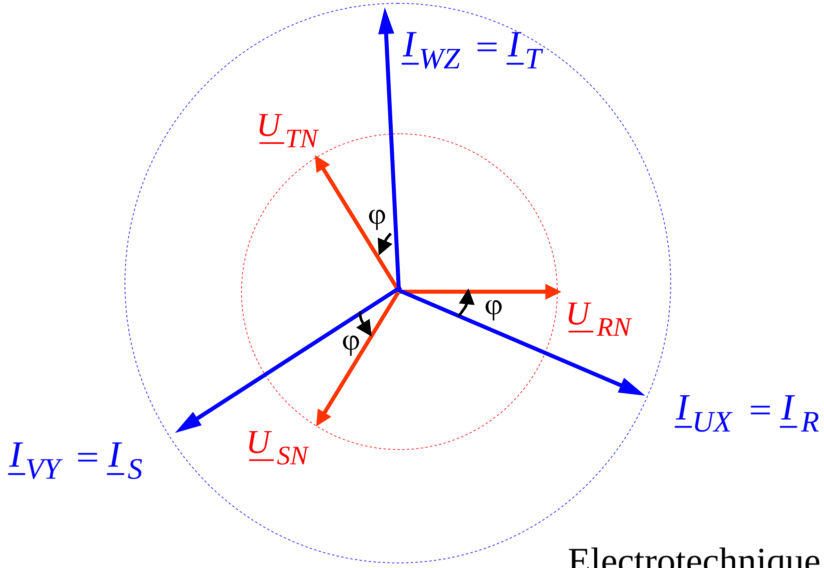
Connexion en étoile

$$\underline{I}_{UX} = \frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi)}$$

$$\underline{I}_{VY} = \frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi-2\pi/3)}$$

$$\underline{I}_{WZ} = \frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi+2\pi/3)}$$





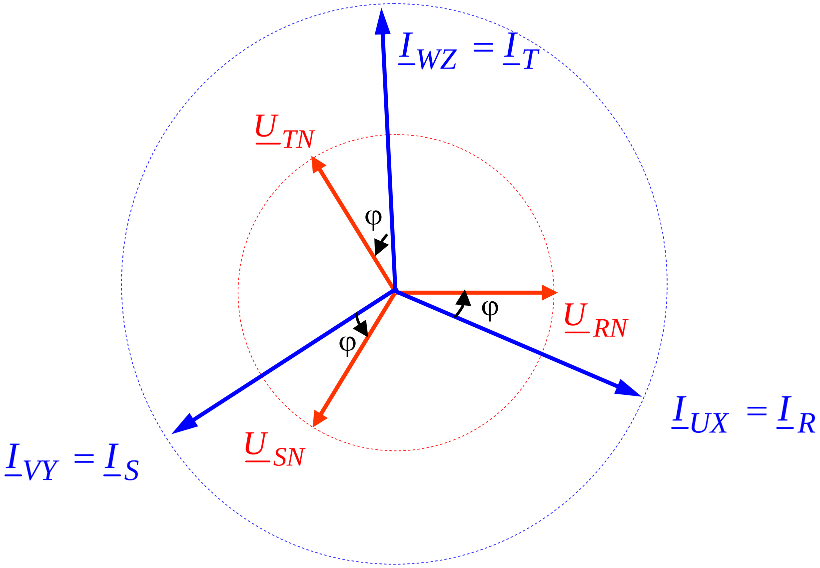
$$\underline{I}_R = \underline{I}_{UX} \qquad \underline{I}_S = \underline{I}_{VY} \qquad \underline{I}_T = \underline{I}_{WZ}$$

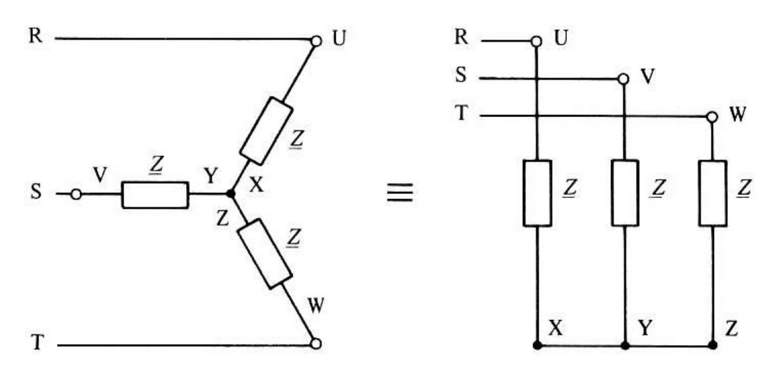
Le courant de ligne est égal au courant de phase et ils ont pour module:

$$I_l = I_{ph} = \frac{U}{Z}$$

Charge triphasée équilibrée

Connexion en étoile



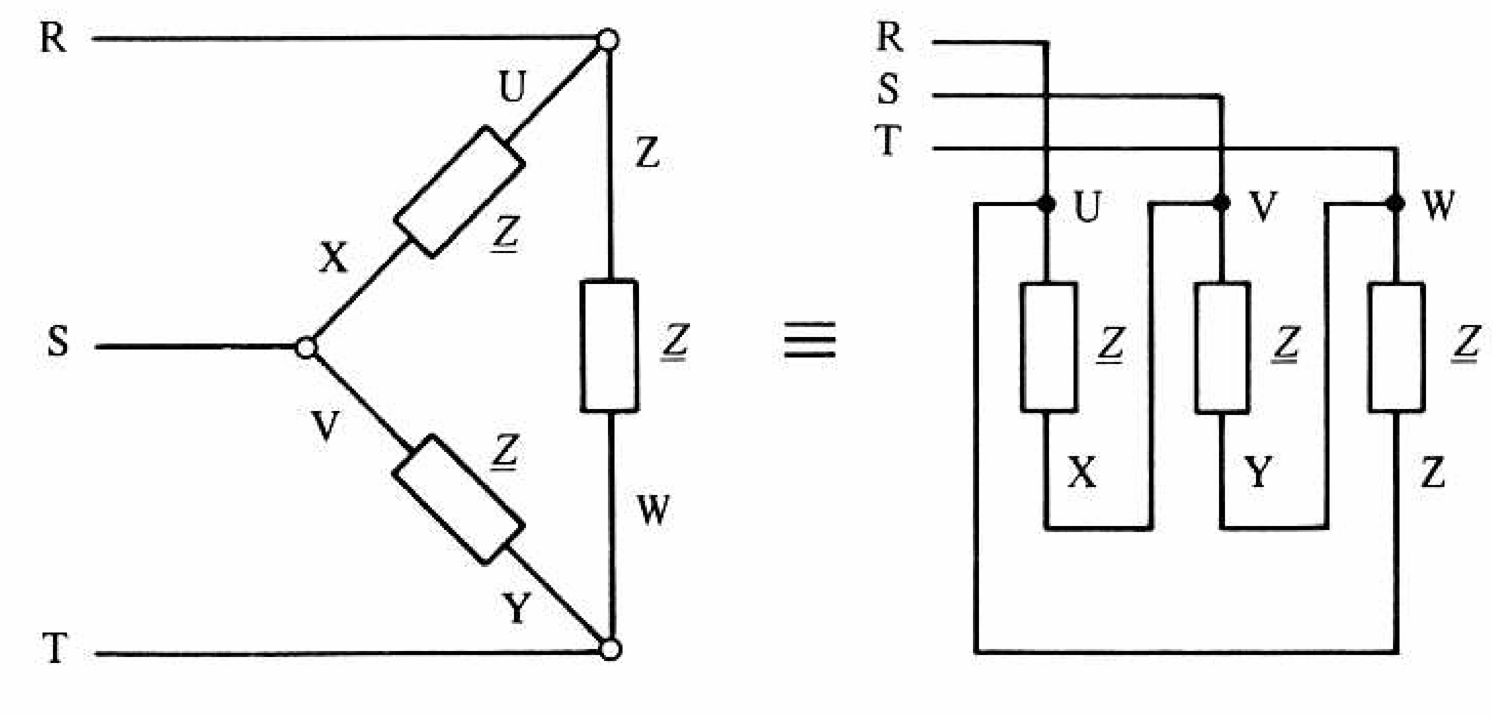


$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$$

Ainsi dans le cas d'une source symétrique avec charge équilibrée, il n'est pas nécessaire de relier le point neutre de la charge à celui de la source.

Charge triphasée équilibrée

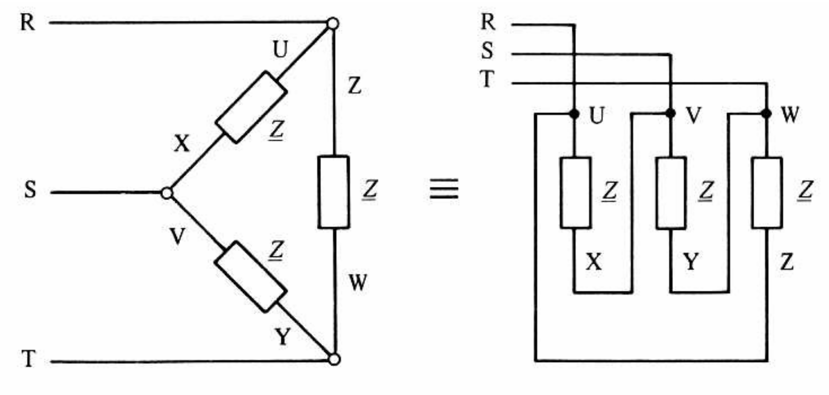
Connexion en triangle



Charge triphasée équilibrée

Connexion en triangle

Tensions de phase:



$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RS}$$

$$\underline{U}_{VY} = \underline{U}_{ST}$$

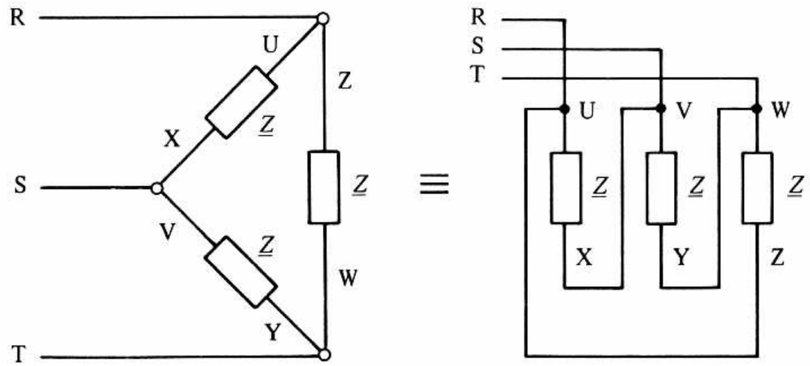
$$\underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TR}$$

Les tensions de phase se confondent avec
les tensions de ligne (composées)

Charge triphasée équilibrée

Connexion en triangle

Courants de phase:



$$\underline{I}_{UX} = \frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RS}}{\underline{Z}} = \frac{\sqrt{3}U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi+\pi/6)}$$

$$\underline{I}_{VY} = \frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{ST}}{\underline{Z}} = \frac{\sqrt{3}U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi-\pi/2)}$$

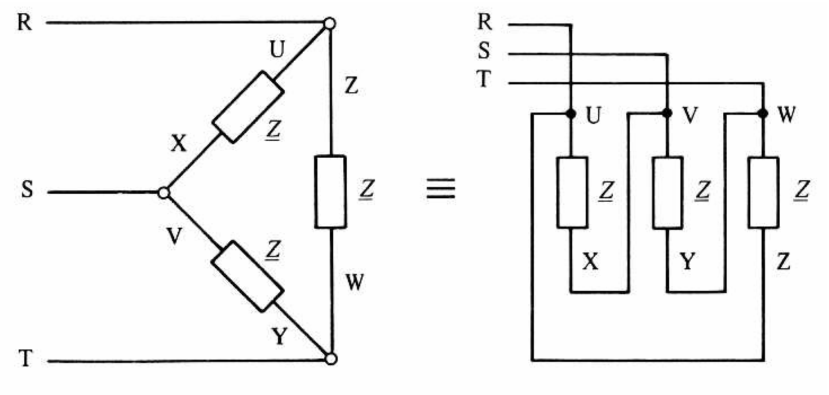
$$\underline{I}_{WZ} = \frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{TR}}{\underline{Z}} = \frac{\sqrt{3}U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi+5\pi/6)}$$

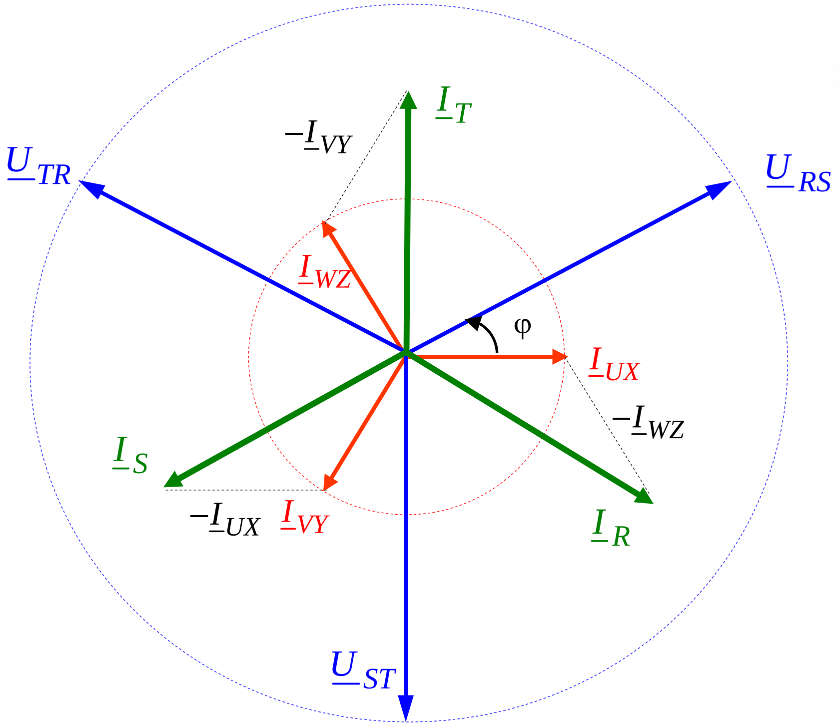
Charge triphasée équilibrée

Connexion en triangle

Courants de ligne:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_{UX} - \underline{I}_{WZ}$$
$$\underline{I}_S = \underline{I}_{VY} - \underline{I}_{UX}$$
$$\underline{I}_T = \underline{I}_{WZ} - \underline{I}_{VY}$$





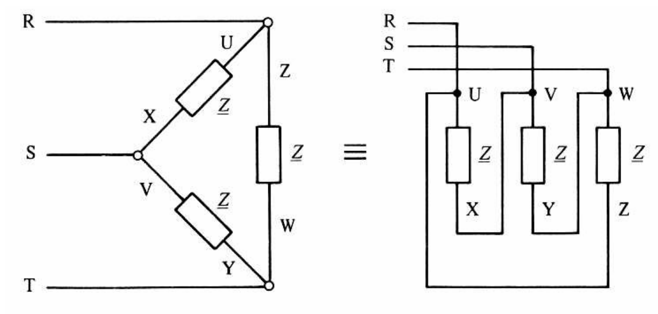
$$\underline{I}_R = \sqrt{3} I_{ph} e^{j(\alpha - \varphi)}$$
$$\underline{I}_S = \sqrt{3} I_{ph} e^{j(\alpha - \varphi - 2\pi/3)}$$
$$\underline{I}_T = \sqrt{3} I_{ph} e^{j(\alpha - \varphi + 2\pi/3)}$$

avec $I_{ph} = \sqrt{3} U / Z$

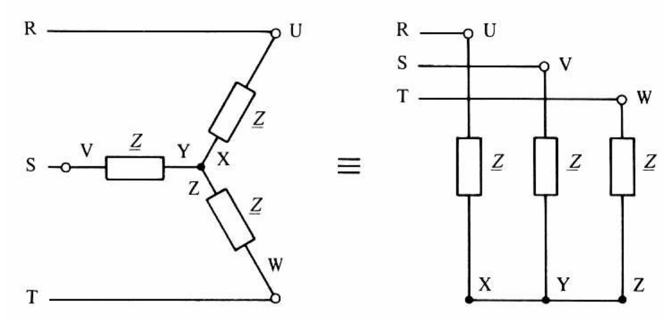
$\Rightarrow$ $I_l = \sqrt{3} I_{ph} = 3U / Z$

Puissance en régime triphasé

Charge en triangle



Charge en étoile



La puissance instantanée:

$$p(t) = u_{UX}(t) i_{UX}(t) + u_{VY}(t) i_{VY}(t) + u_{WZ}(t) i_{WZ}(t)$$

Les puissances active et réactive:

$$P = U_{UX} I_{UX} \cos \varphi_{UX} + U_{VY} I_{VY} \cos \varphi_{VY} + U_{WZ} I_{XZ} \cos \varphi_{WZ}$$

$$Q = U_{UX} I_{UX} \sin \varphi_{UX} + U_{VY} I_{VY} \sin \varphi_{VY} + U_{WZ} I_{XZ} \sin \varphi_{WZ}$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Phase UX:

$$u_{UX}(t) = U_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha)$$

$$i_{UX}(t) = I_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \varphi)$$

Phase VY:

$$u_{VY}(t) = U_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - 2\pi/3)$$

$$i_{VY}(t) = I_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \varphi - 2\pi/3)$$

Phase WZ:

$$u_{WZ}(t) = U_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha + 2\pi/3)$$

$$i_{WZ}(t) = I_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \varphi + 2\pi/3)$$

$$\Downarrow$$

$$p(t) = u_{UX}(t)i_{UX}(t) + u_{VY}(t)i_{VY}(t) + u_{WZ}(t)i_{WZ}(t)$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

$$
\begin{aligned}
p(t) &= u_{UX}(t)i_{UX}(t) + u_{VY}(t)i_{VY}(t) + u_{WZ}(t)i_{WZ}(t) \\
&= 3U_{ph}I_{ph}\cos\varphi + U_{ph}I_{ph}\underbrace{\big[\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) + \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi + 2\pi/3) + \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi - 2\pi/3)\big]}_{=0}
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \boxed{p(t) = P = 3U_{ph}I_{ph}\cos\varphi}
$$

La puissance instantanée n'a pas de composante pulsée et elle est égale à la puissance active.

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Puissances active, réactive et apparente

$$P = 3U_{ph} I_{ph} \cos\varphi$$

De façon similaire:

$$Q = 3U_{ph} I_{ph} \sin\varphi$$

$$S = 3U_{ph} I_{ph}$$

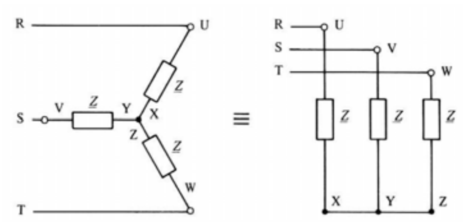
U_{ph} et I_{ph} étant les valeurs efficaces des tensions et des courants de phase

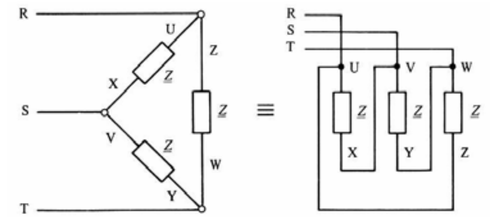
Puissance apparent complexe: $S = 3U_{ph} I_{ph} e^{j\varphi}$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Puissances active, réactive et apparente

Les puissances exprimées en fonction des grandeurs de ligne:





$$I_{l\mathrm{Y}} = I_{ph\mathrm{Y}} \qquad U_l = \sqrt{3}U_{ph\mathrm{Y}}$$

$$P_{\mathrm{Y}} = \sqrt{3}U_l I_{l\mathrm{Y}} \cos\varphi$$

$$Q_{\mathrm{Y}} = \sqrt{3}U_l I_{l\mathrm{Y}} \sin\varphi$$

$$S_{\mathrm{Y}} = \sqrt{3}U_l I_{l\mathrm{Y}}$$

$$U_l = U_{ph\Delta} \qquad I_{l\Delta} = \sqrt{3}I_{ph\Delta}$$

$$P_{\Delta} = \sqrt{3}U_l I_{l\Delta} \cos\varphi$$

$$Q_{\Delta} = \sqrt{3}U_l I_{l\Delta} \sin\varphi$$

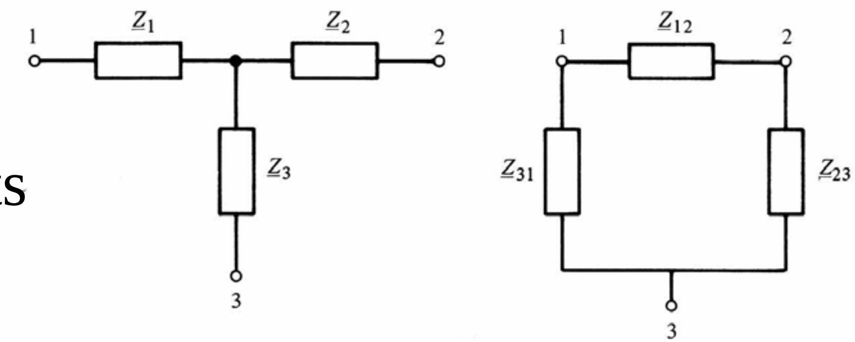
$$S_{\Delta} = \sqrt{3}U_l I_{l\Delta}$$

$$\boxed{P_{\mathrm{Y}} = \frac{1}{3}P_{\Delta}}$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Conversion triangle-étoile

Rappel: Tripôles équivalents



$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} \qquad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

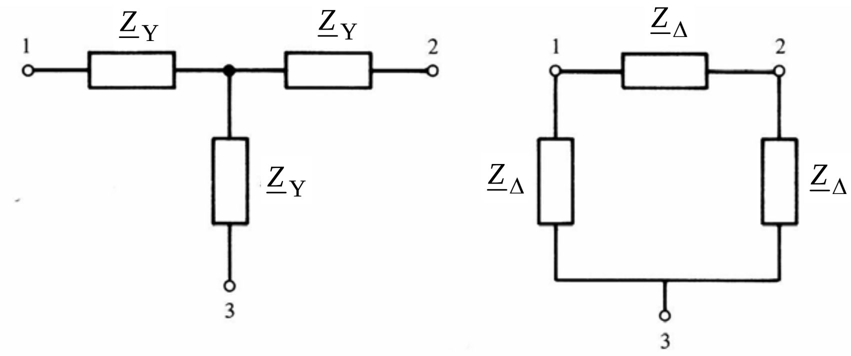
$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1} \qquad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \qquad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

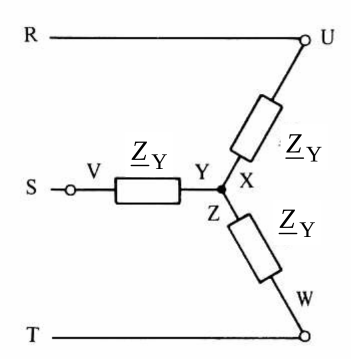
Conversion triangle-étoile

Tripôles équivalents
(impédances égales)

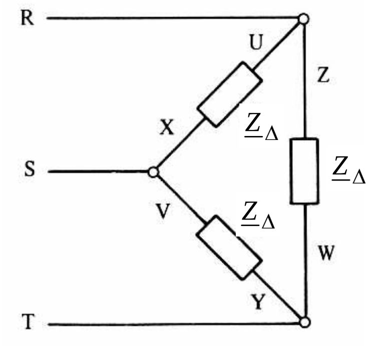


$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} \quad \Longleftrightarrow \quad \underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}_Y$$

Conversion triangle-étoile



≡



Les deux charges sont équivalentes à condition que:

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} \quad \text{ou} \quad \underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}_Y$$

Cas d'une batterie de condensateurs: $\dfrac{1}{\omega C_Y} = \dfrac{1}{3}\dfrac{1}{\omega C_\Delta} \Rightarrow C_Y = 3C_\Delta$